

ФЕДЕРАЛЬНОЕ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЪЕДИНЕНИЕ
В СИСТЕМЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
ПО УГСН 01.00.00 «Математика и механика»

Примерная основная образовательная программа

Направление подготовки
01.03.01 Математика

Уровень высшего образования
бакалавриат

Зарегистрировано в государственном реестре ПООП под номером _____

СОДЕРЖАНИЕ

Раздел 1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

- 1.1. Назначение примерной основной образовательной программы
- 1.2. Нормативные документы
- 1.3. Перечень сокращений

Раздел 2. ХАРАКТЕРИСТИКА ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ВЫПУСКНИКОВ

- 2.1. Общее описание профессиональной деятельности выпускников
- 2.2. Перечень профессиональных стандартов, соотнесенных с ФГОС
- 2.3. Перечень основных задач профессиональной деятельности выпускников (по типам)

Раздел 3. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ПРОГРАММ, РЕАЛИЗУЕМЫХ В РАМКАХ НАПРАВЛЕНИЯ ПОДГОТОВКИ (СПЕЦИАЛЬНОСТИ)

- 3.1. Направленности (профили) образовательных программ в рамках направления подготовки (специальности)
- 3.2. Квалификация, присваиваемая выпускникам образовательных программ
- 3.3. Объем программы
- 3.4. Формы обучения
- 3.5. Срок получения образования

Раздел 4. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

- 4.1. Требования к планируемым результатам освоения образовательной программы, обеспечиваемым дисциплинами (модулями) и практиками обязательной части
 - 4.1.1. Универсальные компетенции выпускников и индикаторы их достижения
 - 4.1.2. Общепрофессиональные компетенции выпускников и индикаторы их достижения

4.2. Рекомендуемые профессиональные компетенции выпускников и индикаторы их достижения

Раздел 5. ПРИМЕРНАЯ СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ОПОП

5.1. Рекомендуемый объем обязательной части образовательной программы

5.2. Рекомендуемые типы практики

5.3. Примерный учебный план и примерный календарный учебный график

5.4. Примерные программы дисциплин (модулей) и практик

5.5. Рекомендации по разработке фондов оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) или практике

5.6. Рекомендации по разработке программы государственной итоговой аттестации

Раздел 6. ПРИМЕРНЫЕ УСЛОВИЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПО ОПОП

6.1. Рекомендации по разработке ОПОП в части кадровых условий

6.2. Рекомендации по разработке раздела «Учебно-методическое обеспечение образовательной программы»

6.3. Рекомендации по разработке раздела «Материально-техническое обеспечение образовательной программы»

6.4. Рекомендации по разработке раздела «Примерные расчеты нормативных затрат оказания государственных услуг по реализации образовательной программы»

Раздел 7. СПИСОК РАЗРАБОТЧИКОВ ПООП

Приложение 1

Приложение 2

Раздел 1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

1.1. Назначение примерной основной образовательной программы

Примерная основная образовательная программа бакалавриата по направлению подготовки 01.03.01 Математика в соответствии с ФЗ № 273 от 29.12.2012 «Об образовании в Российской Федерации» представляет собой комплекс основных характеристик образования (объем, содержание, планируемые результаты), организационно-педагогических условий и форм аттестации, который представлен в виде примерного учебного плана, примерного календарного учебного графика, примеров рабочих программ учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), иных компонентов, а также оценочных и методических материалов.

Примерная программа, прошедшая в установленном порядке экспертизу и одобренная ФУМО по УГСН, размещается в Реестре ПООП, являющемся государственным информационным ресурсом. Согласно законодательной норме ПООП должна быть учтена при разработке образовательных программ организациями, реализующими ОПОП на основе ФГОС ВО.

1.2. Нормативные документы.

- Федеральный закон от 29 декабря 2012 года № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации»;
- Порядок разработки примерных основных образовательных программ, проведения их экспертизы и ведения реестра примерных основных образовательных программ, утвержденный приказом Минобрнауки РФ от 28 мая 2014 года № 594;
- Федеральный государственный образовательный стандарт по направлению подготовки 01.03.01 «Математика» и уровню высшего образования *бакалавриат*, утверждённый приказом Минобрнауки РФ от 10.01.2018 № 8, с изменениями и дополнениями от 26.11.2020 и 08.02.2021 (далее – ФГОС ВО);
- Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата,

программам магистратуры, программам специалитета, утвержденный приказом Минобрнауки РФ от 13 декабря 2013 года №1367 (далее – Порядок организации образовательной деятельности);

- Порядок проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета и программам магистратуры, утвержденный приказом Минобрнауки РФ от 29 июня 2015 г. № 636;
- Положение о практике обучающихся, осваивающих основные профессиональные образовательные программы высшего образования, утвержденное приказом Минобрнауки РФ от 27 ноября 2015 г. № 1383;

1.3. Перечень сокращений, используемых в тексте ПООП

ПООП – примерная основная образовательная программа;

ОПОП – основная профессиональная образовательная программа;

ФГОС ВО – федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования;

УК – универсальные компетенции;

ОПК – общепрофессиональные компетенции;

ПД – профессиональная деятельность;

ПК – профессиональные компетенции;

ПС – профессиональный стандарт;

ОТФ – обобщенная трудовая функция;

ТФ – трудовая функция;

ТД — трудовые действия;

ОС — оценочные средства;

СПО — среднее профессиональное образование;

ДПП — дополнительные профессиональные программы;

ГИА – государственная итоговая аттестация.

Раздел 2. ХАРАКТЕРИСТИКА ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ВЫПУСКНИКОВ

2.1. Общее описание профессиональной деятельности выпускников

Профессиональная деятельность бакалавров предполагает применение фундаментальных знаний, полученных в области математических наук, включая компьютерные технологии. Она нацелена на использование и адаптацию существующих математических методов. К ней относится разработка (на определенном уровне) эффективных математических методов решения задач естествознания, техники, экономики и управления, в том числе с использованием математического моделирования; программно-информационное обеспечение научной, исследовательской, проектно-конструкторской и эксплуатационно-управленческой деятельности; преподавание (в установленном порядке) цикла математических дисциплин.

Области профессиональной деятельности выпускников¹:

Профессиональная деятельность выпускников, освоивших программу бакалавриата, может осуществляться в следующих областях, входящих в утвержденный Министерством труда и социальной защиты Российской Федерации Реестр профессиональных стандартов:

«01. Образование» (в сфере среднего профессионального образования и дополнительного профессионального образования);

«06. Связь, информационные и коммуникационные технологии» (в сфере проектирования, разработки и тестирования программного обеспечения; проектирования, создания и поддержки информационно-коммуникационных систем, создания информационных ресурсов в сети Интернет);

«40. Сквозные виды профессиональной деятельности в промышленности (в сфере научно-исследовательских и опытно-конструкторских разработок)»

Деятельность выпускников может также осуществляться в сфере научных исследований, связанных с разработкой и применением математических методов

¹ В соответствии с приказом Минтруда РФ от 29.09.2014 г. № 667н «О реестре профессиональных стандартов (перечне видов профессиональной деятельности)» (зарегистрировано в Минюсте РФ 19.11.2014 г., рег. № 34779).

решения прикладных задач, а также во всех сферах деятельности, связанных с проектированием, созданием и поддержкой информационно-коммуникационных систем и систем автоматизированного управления.

Выпускники могут осуществлять профессиональную деятельность и в других областях и (или) сферах профессиональной деятельности при условии соответствия уровня их образования и полученных компетенций требованиям к квалификации работника.

Типы задач профессиональной деятельности выпускников: *научно-исследовательский, педагогический, производственно-технологический, организационно-управленческий.* Организация самостоятельно определяет набор задач профессиональной деятельности.

Перечень основных объектов (или областей знания) профессиональной деятельности выпускников: *системообразующие понятия фундаментальной (гипотезы, теоремы, методы, математические модели) и прикладной (алгоритмы, программы, компьютерные технологии) математики.*

2.2. Перечень профессиональных стандартов (при наличии), соотнесенных с федеральным государственным образовательным стандартом по направлению подготовки, приведен в Приложении 1. Перечень обобщённых трудовых функций и трудовых функций, имеющих отношение к профессиональной деятельности выпускника программ бакалавриата по направлению подготовки 01.03.01 Математика, представлен в Приложении 2.

2.3. Перечень основных задач профессиональной деятельности выпускников (по типам):

Таблица 2.1

Область (сфера) профессиональной деятельности	Наименование вида ПД (берется из ПС (при наличии) или формулируется самостоятельно)	Код и наименование ПС (при наличии) или ссылка на другие основания	Задачи ПД	Код и наименование общепрофессиональной (ОПК) или профессиональной (ПК) компетенции
Тип задач профессиональной деятельности: научно-исследовательский				

Научная и производственная сфера деятельности РАН			Применение фундаментальных знаний, полученных в области математических и (или) естественных наук	ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности
			Создание, анализ и реализация новых математических моделей в современном естествознании, технике, экономике и управлении	ОПК-2: Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении;
Тип задач профессиональной деятельности: педагогический				
«01. Образование» (в сфере профессионального обучения, профессионального образования и дополнительного профессионального образования).	Преподавание по программам профессионального обучения, среднего профессионального образования (СПО) и дополнительным профессиональным программам (ДПП), ориентированным на соответствующий уровень квалификации	ПС 01.004 «Педагог профессионального обучения, профессионального образования и дополнительного профессионального образования»	Организация учебной деятельности обучающихся, педагогический контроль и оценка освоения образовательной программы, преподавание и разработка программно-методического обеспечения учебных предметов, дисциплин (модулей) программ профессионального обучения, СПО и ДПП	ОПК-3: Способен использовать в педагогической деятельности научные знания в сфере математики и информатики;
		ПС 01.003; «Педагог дополнительного образования детей и взрослых» ПС 01.001 «Педагог» (педагогическая деятельность в сфере основного общего, среднего общего образования)		
Тип задач профессиональной деятельности: производственно-технологический				
«06. Связь, информационные и коммуникационные технологии» (в сфере разработки информационных ресурсов и информационных технологий)	Создание и редактирование информационных ресурсов	ПС: 06.001 Программист	Разработка, исследование и применение математических моделей различных естественно-научных, информационных и социально-экономических процессов, создание и написание программ	ОПК-4: Способен решать задачи профессиональной деятельности с использованием существующих информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности
	Управление информационными ресурсами		Разработка принципов функционирования информационных систем, методов передачи и защиты информации	
	Разработка технической документации и методического обеспечения продукции в сфере информационных технологий	ПС: 06.004; Специалист по тестированию в области информационных технологий ПС: 06.016; Исполнитель проектов в области информационных технологий		
40 «Сквозные виды профессиональной деятельности в промышленности»	Выполнение фундаментальных и прикладных работ поискового, теоретического и экспериментального	ПС 40.011: Специалист по научно-исследовательским и опытно-конструкторским разработкам	Сбор, обработка и интерпретация экспериментальных данных, необходимых для проектной и производственной и технологической	ОПК-2: Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении.

	<p>характера с целью определения технических характеристик новой техники в определенные сроки, а также комплекса работ по разработке конструкторской и технологической документации на опытные образцы изделий, изготовлению и испытаниям опытных образцов изделий, выполняемых по заявке заказчика (техническому заданию)</p>		<p>деятельности; разработка новых алгоритмических, методических и технологических решений в конкретной сфере профессиональной деятельности.</p>	
--	--	--	---	--

**Раздел 3. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ПРОГРАММ,
РЕАЛИЗУЕМЫХ В РАМКАХ НАПРАВЛЕНИЯ ПОДГОТОВКИ
01.03.01 МАТЕМАТИКА**

3.1. Примеры направленностей (профилей) образовательных программ в рамках направления подготовки:

- *Математический анализ*
- *Алгебра, теория чисел, математическая логика*
- *Теория вероятностей и математическая статистика*
- *Геометрия и топология*
- *Дифференциальные уравнения, динамические системы*
- *Уравнения математической физики*
- *Вычислительная математика и информатика*
- *Дискретная математика и приложения*
- *Преподавание математики и информатики*

*Другие профили подготовки бакалавров можно найти на сайтах :
МГУ (<http://edu.msu.ru/catalog/department.php?id=1>),
СПбГУ (<http://math.spbu.ru/rus/study/plans.html>),
НИУ ВШЭ (<https://www.hse.ru/ba/am/about>, <https://math.hse.ru/2011archive>) и др.*

Организация вправе самостоятельно устанавливать профили образовательных программ. Организация вправе не устанавливать профили или установить единый «общий» профиль.

3.2. Квалификация, присваиваемая выпускникам образовательных программ: бакалавр.

3.3. Объем программы 240 зачетных единиц (далее – з.е.).

3.4. Формы обучения: очная, очно-заочная.

3.5. Срок получения образования:

при очной форме обучения – 4 года,
при очно-заочной форме обучения – 5 лет.

Раздел 4. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

4.1. Требования к планируемым результатам освоения образовательной программы, обеспечиваемым дисциплинами (модулями) и практиками обязательной части²

Формирование компетенций выпускника, которое осуществляется комплексно, является целью реализации образовательной программы. Часть компетенций формируется путем освоения нескольких элементов образовательной программы (это, как правило, относится к универсальным и общепрофессиональным компетенциям). Часть компетенций формируется в рамках одного, но специально сконструированного элемента образовательной программы – образовательного модуля (это относится, в первую очередь, к профессиональным компетенциям). Часть компетенций, имеющих «сквозной» характер, формируется на протяжении всей образовательной программы при помощи специальных образовательных технологий и видов учебной деятельности. Это относится, в первую очередь, к общекультурным (универсальным) компетенциям, например, компетенции аналитического мышления, способности к самообразованию и т. п.

Планирование процесса формирования требуемых компетенций у обучающегося осуществляется преподавателями с учетом запланированных разработчиками ПООП или ОПОП ожиданий того, что обучающийся будет знать и уметь делать, какими навыками будет владеть, какой опыт деятельности он получит, какие трудовые (учебные) действия он сможет выполнять после успешного освоения отдельных элементов (дисциплин (модулей), практик) образовательной программы.

Результаты обучения определяются разработчиками каждой образовательной программы на основе компетенций выпускника, а также на основе требований, определяемых соответствующими трудовыми функциями.

Результаты обучения должны быть сформулированы на языке, понятном всем участникам образовательного процесса, и быть измеряемыми с помощью

² Являются обязательными для учета Организацией при разработке и реализации ОПОП в соответствии с ФГОС ВО

средств оценивания, доступных в образовательном процессе. Совокупность запланированных результатов обучения по отдельным элементам образовательной программы должна обеспечивать выпускнику возможность достижения всех общекультурных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций, включенных в набор требуемых результатов освоения образовательной программы.

4.1.1. Универсальные компетенции выпускников и индикаторы их достижения

Таблица 4.1

Категория компетенций	Код компетенции	Формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции (для планирования результатов обучения по элементам образовательной программы и соответствующих оценочных средств)
Системное и критическое мышление	УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности. Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов.
Разработка и реализация проектов	УК-2	Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	Знает необходимые для осуществления профессиональной деятельности фундаментальные основы используемой науки, а также соответствующие правовые нормы. Умеет определять круг задач в рамках избранных видов профессиональной деятельности, планировать собственную деятельность, исходя из имеющихся ресурсов; соотносить главное и второстепенное, решать поставленные задачи в рамках избранных видов профессиональной деятельности. Имеет практический опыт решения задач в области избранных видов профессиональной деятельности.
Командная работа и лидерство	УК-3	Способен осуществлять социальное взаимодействие и реализовывать свою роль в команде	Знает различные приемы и способы социализации личности и социального взаимодействия. Умеет строить деловые отношения с окружающими людьми, с коллегами. Имеет практический опыт участия в командной работе.

Коммуникация	УК-4	Способен осуществлять деловую коммуникацию в устной и письменной формах на государственном и иностранном(ых) языке	<p>Знает литературную форму государственного языка, основы устной и письменной коммуникации на иностранном языке, функциональные стили родного языка, требования к деловой коммуникации.</p> <p>Умеет выражать свои мысли на государственном, родном и иностранном языке в ситуации делового взаимодействия.</p> <p>Имеет практический опыт составления текстов на государственном и родном языках, опыт перевода текстов с иностранного языка на родной и с родного на иностранный, а также опыт бесед на государственном и иностранном языках.</p>
Межкультурное взаимодействие	УК-5	Способен воспринимать межкультурное разнообразие общества в социально-историческом, этическом и философском контекстах	<p>Знает основные категории философии, законы исторического развития, основы межкультурной коммуникации.</p> <p>Умеет вести взаимодействие с представителями иных национальностей и конфессий с соблюдением этических и межкультурных норм.</p> <p>Имеет практический опыт оценки явлений культуры на основе посещения театров, музеев, чтения художественной литературы, просмотра кинофильмов.</p>
Самоорганизация и саморазвитие (в т.ч. здоровьесбережение)	УК-6	Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования.	<p>Знает основные принципы самовоспитания и самообразования, профессионального и личностного развития с учетом интересов общества.</p> <p>Умеет планировать свое рабочее время и время для саморазвития.</p> <p>формулировать цели личностного и профессионального развития и условия их достижения, исходя из тенденций развития области профессиональной деятельности, индивидуально-личностных особенностей и потребностей общества.</p>
	УК-7	Способен поддерживать должный уровень физической подготовленности для обеспечения полноценной социальной и профессиональной деятельности	<p>Знает основы здорового образа жизни, физической культуры.</p> <p>Умеет выполнять комплекс физкультурных упражнений.</p> <p>Имеет практический опыт занятий физической культурой.</p>
Безопасность жизнедеятельности	УК-8	Способен создавать и поддерживать безопасные условия жизнедеятельности, в том числе при возникновении	<p>Знает основы безопасности жизнедеятельности, телефоны служб спасения.</p> <p>Умеет оказать первую помощь в чрезвычайных ситуациях, создавать</p>

		чрезвычайных ситуаций	безопасные условия реализации профессиональной деятельности.
--	--	-----------------------	--

4.1.2. Общепрофессиональные компетенции выпускников и индикаторы их достижения

Таблица 4.2

Категория компетенций	Код компетенции	Формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции (для планирования результатов обучения по элементам образовательной программы и соответствующих оценочных средств)
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, и умеет использовать их в профессиональной деятельности, умеет осуществлять выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний
	ОПК-2	Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении;	Умеет разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении;
	ОПК-3	Способен использовать в педагогической деятельности научные знания в сфере математики и информатики;	Умеет использовать в педагогической деятельности научные знания в сфере математики и информатики;
Информационно-коммуникационные технологии для профессиональной деятельности	ОПК-4	Способен решать задачи профессиональной деятельности с использованием существующих информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	Умеет решать задачи профессиональной деятельности с использованием существующих информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности

4.2. Рекомендуемые профессиональные компетенции выпускников и индикаторы их достижения³

Таблица 4.3.

Код компетенции	Формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции (для планирования результатов обучения по элементам образовательной программы и соответствующих оценочных средств)
Тип задач профессиональной деятельности: научно-исследовательский		
ПК-1	Способен решать актуальные и важные задачи фундаментальной и прикладной математики	Способен уяснять сущность математического утверждения, строить логические последовательные цепочки рассуждений, формулировать промежуточные и окончательные результаты, находить эквивалентные формулировки математических утверждений, понимать полноту математического доказательства.
ПК-2	Способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках	Способен самостоятельно и корректно решать задачи естественнонаучного содержания, корректно использовать математические методы в конкретной предметной области, применять численные методы решения базовых математических задач и классических задач естествознания в практической деятельности, владеет навыками использования математических методов обработки информации, полученной в результате экспериментальных исследований или производственной деятельности.
ПК-3	Способен публично представлять собственные и известные научные результаты	Способен передавать результаты проведенных теоретических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций в терминах предметной области, умеет публично представлять собственные научные результаты и сопоставлять их с известными.
Тип задач профессиональной деятельности: производственно-технологический		
ПК-4	Способен ориентироваться в современных алгоритмах компьютерной математики; обладать способностями к эффективному применению и реализации математически сложных алгоритмов в современных программных комплексах	Демонстрирует способность ориентироваться в современных алгоритмах компьютерной математики; обладает способностями к эффективному применению и реализации математически сложных алгоритмов в современных программных комплексах
ПК-5	Способен находить и извлекать актуальную научно-техническую информацию из электронных библиотек, реферативных журналов и	Показывает умение находить и извлекать актуальную научно-техническую информацию из электронных библиотек, реферативных журналов и т.п.

³ При наличии сопряженных ПК заполнение раздела является обязательным (минимум, по одной компетенции, учитывающей требования соответствующего ПК)

	т.п.	
ПК-6	Способен составлять научные обзоры, рефераты и отчеты по тематике проводимых исследований, а также подготовить научную публикацию	Демонстрирует способность по составлению научных обзоров, рефератов и отчетов по тематике проводимых исследований
Тип задач профессиональной деятельности: педагогический		
ПК-7	Обладать навыками преподавания математики и информатики в средней школе, специальных учебных заведениях на основе полученного фундаментального образования	Имеет навыки преподавания математики и информатики в средней школе, средних специальных и высших учебных заведениях, умеет учитывать уровень подготовки и психологию обучающихся

Перечень профессиональных компетенций организация устанавливает самостоятельно с учетом рекомендаций ПООП.

Раздел 5. ПРИМЕРНАЯ СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ОПОП

5.1. Рекомендуемый объем обязательной части образовательной программы.

Согласно положениям Федерального закона №273-ФЗ образовательная программа включает обязательную часть (базовую) и часть, формируемую участниками образовательных отношений (вариативную). Это обеспечивает возможность разработки и реализации в рамках одного направления подготовки ОПОП, ориентированных на разный набор задач профессиональной деятельности и (или) имеющих различные направленности (профили).

Формирование структуры и содержания программ, выбор образовательных технологий и средств оценивания происходят на основе требуемых компетенций выпускников и индикаторов их достижения, указанных в разделах 3 и 4 настоящей ПООП.

Выбор направленности программ в рамках направления подготовки должен учитывать требования ФГОС ВО, указывающие, что программа бакалавриата может иметь профиль, ориентированный на конкретные области и (или) сферы, и (или) задачи, и (или) объекты профессиональной деятельности и (или) области знания в рамках направления подготовки.

В одной ОПОП могут сочетаться задачи научно-исследовательского, педагогического, производственно-технологического и организационно-управленческого типа с учетом требований ФГОС ВО и рекомендаций, приведенных в разделах 3 и 4 настоящей ПООП.

Результаты обучения по отдельным дисциплинам (модулям) должны быть соотнесены с рекомендациями раздела 4 настоящей ПООП и (или) учитывать потребности заинтересованных работодателей на основе анализа требований к компетенциям, предъявляемых к выпускникам данного направления подготовки на рынке труда.

Объем обязательной (базовой) части Блока 1 должен составлять 120-160 з.е. и 80-100 з.е. в вариативной части Блока 1. При этом дисциплины по выбору должны составлять не менее 25 % от вариативной части Блока 1. Это соотношение обусловлено

координацией набора компетенций образовательного стандарта и трудовых функций профессиональных стандартов.

5.2. Рекомендуемые типы практики.

В программе бакалавриата в рамках учебной и производственной практики устанавливаются следующие типы практик

а) учебная практика:

научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы);

б) производственная практика:

научно-исследовательская работа.

5.3. Примерный учебный план и примерный календарный учебный график

Другие примеры учебных планов можно найти на сайтах МГУ (<http://edu.msu.ru/catalog/department.php?id=1>), СПбГУ (<http://math.spbu.ru/rus/study/plans.html>), НГУ (<http://mmf.nsu.ru/education/materials#comput-n-complex>), НИУ ВШЭ (<https://www.hse.ru/ba/am/about>, <https://math.hse.ru/2011archive>) и др.

Примерный базовый учебный план для образовательных программ бакалавриата по направлению 01.03.01 МАТЕМАТИКА

Срок обучения в соответствии с ФГОС ВО – 4 года

Наименование элемента программы		Общая трудоемкость	Распределение по периодам обучения								Коды компетенций	
			1	2	3	4	5	6	7	8		
БЛОК 1	Дисциплины (модули)	213-228										
	Базовая ЧАСТЬ)*	120-160										
	Философия									+		УК-1
	История		+									УК-2
	Иностранный язык		+	+	+	+						УК-3
	Безопасность жизнедеятельности			+								УК-4
	Физическая культура		+	+	+	+	+	+				УК-5
												УК-6
												УК-7
												УК-8
	Модуль Математический анализ (Например, математический анализ, функциональный анализ, комплексный анализ и др.)		+	+	+	+	+	+				ОПК-1
												ПК-1
	Модуль Алгебра, теория чисел, математическая логика (Например, алгебра, линейная алгебра, математическая логика, теория чисел, компьютерная алгебра и др.)		+	+	+							ОПК-1
												ПК-1
	Модуль Геометрия и топология (Например, аналитическая геометрия, дифференциальная геометрия и топология, компьютерная геометрия и геометрическое моделирование и др.)		+			+	+					ОПК-1
												ПК-1
	Модуль Дифференциальные уравнения, оптимальное управление				+	+	-	-	-			ОПК-1

	<i>(Например, дифференциальные уравнения и др.)</i>											ОПК-2 ПК-1
	Модуль Теория вероятностей, математическая статистика, случайные процессы <i>(Например, теория вероятностей, математическая статистика, случайные процессы и др.)</i>					+		+				ОПК-1 ОПК-2 ПК-1
	Модуль Дискретная математика <i>(Например, комбинаторика, дискретная математика и др.)</i>					+						ОПК-1 ОПК-2
	Модуль Вычислительная математика <i>(Например, численные методы, основы компьютерных наук и др.)</i>							+	+	+	+	ОПК-1 ПК-1
	Модуль естественнонаучных дисциплин <i>(Например, механика, физика и др.)</i>									+	+	ОПК-1 ПК-1 ПК-2
	ВАРИАТИВНАЯ ЧАСТЬ)**											
	Экономическая теория					+						ОПК-2
	Модуль Математический анализ <i>(действительный анализ)</i>							+				ПК-1
	Модуль Алгебра, теория чисел, математическая логика <i>(теория чисел)</i>										+	ПК-1
	Модуль Дифференциальные уравнения, оптимальное управление <i>(Например, уравнения в частных производных, методы оптимизации и др.)</i>							+	+	+		ПК-1
	Модуль Теория вероятностей, математическая статистика, случайные процессы <i>(Например, теория вероятностей, математическая статистика, случайные процессы и др.)</i>							+				ПК-1 ПК-2
	Модуль Дискретная математика <i>(Например, теория дискретных функций и др.)</i>										+	ПК-1
	Модуль Вычислительная математика <i>(работа на ЭВМ и программирование, практикум на ЭВМ)</i>			+	+	+	+	+	+			ПК-1 ПК-4
	Дисциплины (модули) по выбору студента											ПК-1
	Модуль подготовки по основному виду профессиональной деятельности – научно-исследовательской деятельности в соответствии с направленностью (профилем) программы <i>(Специальные дисциплины, специальные семинары, спецпрактикумы, дисциплины, углубляющие знания в определяемой профилем области математики)</i>							+	+	+	+	ОПК-2 ОПК-4 ПК-1 ПК-4 ПК-5 ПК-6

	Модуль подготовки по основному виду профессиональной деятельности – педагогической деятельности (Психология и педагогика, Компьютерные технологии в науке и образовании, Теория и методика обучения математике и информатике, История и методология математики)				+	+	+	+	+	+	ОПК-2 ОПК-3 ПК-7
БЛОК 2	ПРАКТИКИ (практики, проекты, курсовые работы, научно-исследовательская работа)	15-25			+		+			+	ПК-3 ПК-4 ПК-5 ПК-6
БЛОК 3	ГОСУДАРСТВЕННАЯ ИТОГОВАЯ АТТЕСТАЦИЯ	6-9									
	Государственный экзамен (при наличии)	3								+	ПК-3 ПК-5 ПК-6
	Подготовка и защита выпускной квалификационной работы	6								+	ПК-3 ПК-5 ПК-6
ВСЕГО		240									

)* Дисциплины (модули), относящиеся к базовой части программы бакалавриата, являются обязательными для освоения обучающимся вне зависимости от направленности (профиля) программы бакалавриата, которую он изучает. Набор дисциплин (модулей), относящихся к базовой части программы бакалавриата, организация определяет самостоятельно в объеме, установленном ФГОС ВО, с учетом примерной основной образовательной программы.

)** Дисциплины (модули), относящиеся к вариативной части программы бакалавриата и практики, определяют профиль программы бакалавриата. Набор дисциплин (модулей), относящихся к вариативной части программы бакалавриата и практик, организация определяет самостоятельно в объеме, установленном ФГОС ВО. После выбора обучающимся профиля программы набор соответствующих дисциплин (модулей) и практик становится обязательным для освоения обучающимся.

1. График учебного процесса

Курс	Сентябрь					Октябрь				Ноябрь				Декабрь				Январь				Февраль				Март					Апрель			Май				Июнь				Июль				Август											
	1-7	8-14	15-21	22-28	29-5	6-12	13-19	20-26	27-2	3-9	10-16	17-23	24-30	1-7	8-14	15-21	22-28	29-4	5-11	12-18	19-25	26-1	2-8	9-15	16-22	23-1	2-8	9-15	16-22	23-29	30-5	6-12	13-19	20-26	27-3	4-10	11-17	18-24	25-31	1-7	8-14	15-21	22-28	29-5	6-12	13-19	20-26	27-2	3-9	10-16	17-23	24-31					
Курс	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52					
I	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Э	Э	Э	К	К	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Э	Э	Э	К	К	К	К	К	К	К	К	К	К			
II	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Э	Э	Э	К	К	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Э	Э	Э	У	У	К	К	К	К	К	К	К	К	К		
III	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Э	Э	Э	К	К	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Э	Э	Э	Н	Н	К	К	К	К	К	К	К	К
IV	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Э	Э	Э	К	К	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т		

2. Сводные данные (в неделях)

		Курс 1	Курс 2	Курс 3	Курс 4	Итого
	Образовательная подготовка					
Т	Теоретическое обучение	36	34	34	26	130
Э	Экзамены	6	6	6	4	22
П	Практика (преддипломная)				2	2
У	Практика (учебная)		2			2
Н	Практика (НИР)			2	4	6
К	Каникулы	10	10	10	10	40
Г	Государственная итоговая аттестация				6	6
Итого		52	52	52	52	208

5.4. Примерные программы дисциплин (модулей) и практик

Ниже приводятся примеры структурного оформления рабочих программ учебных дисциплин. Другие примеры программ учебных дисциплин можно найти на сайтах

МГУ (<http://edu.msu.ru/catalog/department.php?id=1>),

СПбГУ (<http://spbu.ru/sveden/education>)

НГУ (<http://mmf.nsu.ru/education/materials#comput-n-complex>),

НИУ ВШЭ (<https://www.hse.ru/ba/am/about>, <https://math.hse.ru/2011archive>) и др.)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Математический анализ

Язык(и) обучения

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 24

Регистрационный номер рабочей программы: 042218

Раздел 1. Характеристики учебных занятий

1.1. Цели и задачи учебных занятий

Сообщение сведений о математическом анализе в объеме, необходимом для общего развития и изучения смежных дисциплин физико-математического цикла. Усвоение основных идей, понятий и фактов математического анализа.

1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий

Не предусмотрены.

1.3. Перечень результатов обучения

Обучающийся должен овладеть теоретическим материалом в объеме, предусмотренном программой, уметь применять полученные знания при решении теоретических и прикладных задач, на основе анализа освоенных разделов: дифференциал и производная, экстремумы функций, равномерная сходимость, интеграл Римана-Дарбу, линейные операторы, функции нескольких вещественных переменных, теория меры, функции комплексного переменного.

1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий

практические занятия 128 часов, контрольные работы 8 часов, коллоквиумы 8 часов, промежуточная аттестация (зачеты и экзамены) 16 часов

Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий

2.1. Организация учебных занятий

2.1.1 Основной курс

Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся																		
Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п.	Контактная работа обучающихся с преподавателем											Самостоятельная работа				Объём активных и интерактивных форм учебных занятий	Трудоёмкость	
	лекции	семинары	консультации	практические занятия	лабораторные работы	контрольные работы	коллоквиумы	текущий контроль	промежуточная аттестация	итоговая аттестация	под руководством преподавателя	в присутствии преподавателя	сам. раб. с использованием методических материалов	текущий контроль (сам.раб.)	промежуточная аттестация (сам.раб.)			итоговая аттестация (сам.раб.)
ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ																		
Форма обучения: очная																		
Семестр 1	60		2	42		4	4		2				68		32		52	6
Семестр 2	64		2	28		2			2				81		35		34	6
Семестр 3	60		2	28		2	4		2				82		34		38	6
Семестр 4	64	2	30					2					80	36		36	6	
ИТОГО	248		8	128		8	8		8				311		137			24

Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации						
Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п.	Формы текущего контроля успеваемости		Виды промежуточной аттестации		Виды итоговой аттестации (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ)	
	Формы	Сроки	Виды	Сроки	Виды	Сроки
ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ						
Форма обучения очная						
Семестр 1			зачёт, устно, традиционная форма, экзамен, устно, традиционная форма	по графику промежуточной аттестации		
Семестр 2			зачёт, устно, традиционная форма, экзамен,	по графику промежуточной аттестации		

			устно, традиционная форма			
Семестр 3			зачёт, устно, традиционная форма, экзамен, устно, традиционная форма	по графику промежуточной аттестации		
Семестр 4			зачёт, устно, традиционная форма, экзамен, устно, традиционная форма	по графику промежуточной аттестации		

2.2. Структура и содержание учебных занятий

Период обучения (модуль): Семестр 1

№ п/п	Наименование темы (раздела, части)	Вид учебных занятий	Количество часов
1	Базовые понятия математического анализа. Вещественные числа.	Лекции	10
		практические занятия	6
		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	15
2	Пределы. Компактность. Непрерывность.	Лекции	20
		практические занятия	8
		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	18
3	Коллоквиум	коллоквиум	4
4	Дифференциал и производная. Экстремумы функций. Равномерная сходимость.	Лекции	14
		практические занятия	10
		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	11
5	Контрольная работа	контрольная работа	4
6	Интеграл Римана-Дарбу.	Лекции	8
		практические занятия	10
		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	13

7	Формула Тейлора. Степенные ряды.	Лекции	8
		практические занятия	8
		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	11
8	Зачет	промежуточная аттестация	2
9	Экзамен	промежуточная аттестация	2

Раздел 1. Базовые понятия математического анализа. Вещественные числа.

Сведения о вещественных числах: алгебраические операции; целые, натуральные и рациональные числа; неравенства; ограниченные множества; аксиома Архимеда; отрезки; наличие рациональных чисел на любом невырожденном отрезке.

Аксиома индукции, рассуждения по индукции. Неравенство Адамара, его следствия. «Щели», аксиома Кантора-Дедекинда. Узкие щели. Существование квадратного корня из 2.

Иррациональность квадратного корня из двух. Существование иррациональных точек на любом невырожденном отрезке. Теорема о вложенных отрезках. Десятичное разложение вещественного числа.

Грани: определение, существование и описание. Описание множества всех точек, попадающих в заданную щель. Окрестности, проколотые окрестности. Предельные точки множества. Замкнутые множества, замыкание. Принадлежность граней замыканию.

Теорема о связности отрезка (замкнутый отрезок не представляется в виде объединения двух непересекающихся непустых замкнутых множеств). Теорема о компактности (бесконечное ограниченное множество имеет предельную точку).

Раздел 2. Пределы. Компактность. Непрерывность.

1. Предел функции в точке (включая случай точек $+\infty$ и $-\infty$) на языке окрестностей. Предел постоянной функции. Единственность предела. Предел сужения функции. Ограниченность функции, имеющей предел. Предельный переход в неравенстве. Принцип «двух полицейских». Пересказ определения предела на языке неравенств.
2. Предел суммы, произведения, частного двух функций. Предел монотонной функции. Ограниченность и неограниченность сумм обратных степеней.
3. Критерий Коши существования предела. Понятие о сходящемся ряде, абсолютная и условная сходимость, теорема сравнения. Число $e = \sum_{n \geq 0} 1/n!$, его иррациональность.
4. Пределы справа и слева, критерий существования предела в терминах односторонних пределов. Предел суперпозиции двух функций. Предел последовательности как частный случай предела функции. Предел подпоследовательности (как частный случай уже доказанных теорем). Предел перестановки последовательности.
5. Описание предельных точек и точек замыкания множества в терминах сходящихся последовательностей. Вторая форма теоремы о компактности (всякая ограниченная последовательность имеет сходящуюся подпоследовательность). Предел функции в терминах сходящихся последовательностей. Бесконечные пределы.
6. Верхний и нижний пределы функции в точке. Описание на языке « ϵ - δ ». Эквивалентность существования предела совпадению верхнего и нижнего пределов. Еще одно доказательство критерия Коши. Поведение верхнего и нижнего пределов при умножении функции на число. Субаддитивность верхнего предела и супераддитивность нижнего предела.
7. Бесконечно большие и бесконечно малые, их сравнение, символы O и o . Асимптотическая эквивалентность функций в точке.
8. Непрерывность функции. Замкнутость прообраза замкнутого множества. Непрерывность суперпозиции. Теорема Больцано-Коши о промежуточных значениях непрерывной функции, заданной на отрезке (с помощью теоремы о связности отрезка).
9. Эквивалентность инъективности непрерывной функции на отрезке ее строгой монотонности, непрерывность обратной функции к инъективной непрерывной функции на отрезке. Пример: корни любой степени, степень с рациональным показателем.
10. Теорема Вейерштрасса I (об ограниченности функции, непрерывной на замкнутом ограниченном множестве). Теорема Вейерштрасса II (о максимуме и минимуме функции, непрерывной на замкнутом ограниченном множестве). Равномерная непрерывность. Теорема Кантора. Разрывы, классификация разрывов.

Раздел 3. Дифференциал и производная. Экстремумы функций. Равномерная сходимость.

1. Дифференциал и производная. Эквивалентные определения производной. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью. Дифференцирование суммы, произведения, частного.

- Производная суперпозиции. Производная обратной функции. Вычисление производных от полиномов и степеней с рациональным показателем. Таблица производных прочих элементарных функций (доказательства откладываются до их строгого определения).
- Необходимое условие экстремума. Теорема Ролля. Теоремы Коши и Лагранжа. Использование формулы Лагранжа при оценках. Постоянство функции с нулевой производной. Знак производной и монотонность функции.
- Правило Лопиталья (в случае конечного предела в конечной точке). Односторонние производные. (Односторонняя) дифференцируемость функции в точке, в которой существует (односторонний) предел производной. Производная и касательная к графику. Производные старших порядков. Классы C^k и C^∞ .
- Локальная формула Тейлора, остаточный член в форме Пеано. Информация: формулы Маклорена для $\sin x$, $\cos x$, e^x , $(1+x)^m$, $\log(1+x)$. Примеры вычисления пределов с помощью формулы Тейлора. Достаточные условия экстремума в терминах старших производных.
- Поточечная и равномерная сходимость последовательностей функций. Критерий Коши для равномерной сходимости. Простейший вариант теоремы Стокса-Зайделя. Достаточный критерий Вейерштрасса равномерной сходимости ряда из функций.
- Дифференцируемость предела последовательности функций, производные которых сходятся равномерно. Пример Ван-Дер-Вардена непрерывной, но нигде не дифференцируемой функции.

Раздел 4. Интеграл Римана-Дарбу.

- Первообразная. Неопределенный интеграл. Интегрирование по частям и замена переменной в неопределенном интеграле. Примеры нахождения первообразных.
- Суммы Дарбу, их свойства. Интеграл Римана-Дарбу. Интегрируемость ступенчатых функций. Интегрируемость непрерывных функций.
- Аддитивность и однородность интеграла Римана-Дарбу. Интегрирование неравенств, основная оценка для интеграла. Интегрирование равномерно сходящейся последовательности непрерывных функций.
- Существование первообразной у непрерывной функции и формула Ньютона - Лейбница. Теорема о среднем. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.

Раздел 5. Формула Тейлора. Степенные ряды.

- Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме. Остаточный член в форме Лагранжа. Аддитивная функция промежутка, ее плотность. Теорема о согласованной системе оценок. Приложение: площадь подграфика (при интуитивном понятии о площади).
- Описательное (аксиоматическое) определение логарифмов. Непрерывность и дифференцируемость всех логарифмов, вычисление производной от логарифма. Теорема существования логарифма и полное описание всех логарифмов. Натуральный логарифм. Основание логарифма. Экспонента (обратная функция к натуральному логарифму).
- Свойства экспоненты. Определение ряда Тейлора. Ряд Тейлора для экспоненты, его равномерная сходимость на любом ограниченном множестве. Совпадение основания натурального логарифма с числом e . Степень положительного числа с вещественным показателем, совпадение с прежним определением в случае рационального показателя.
- Степенная и показательная функции, их производные. Дифференциальное уравнение $y' = y$, его решение. Производные и ряд Маклорена функции $\exp(-1/x^2)$. Примеры бесконечно дифференцируемых функций с компактным носителем. Ряд Тейлора для функции $\log(1+x)$, характер его сходимости. Функция $(1+x)^m$, ее ряд Тейлора («ряд Ньютона»), сходимость.

Период обучения (модуль): **Семестр 2**

№ п/п	Наименование темы (раздела, части)	Вид учебных занятий	Количество часов
1	Векторно-значные функции. Вариация. Тригонометрические функции.	Лекции	16
		практические занятия	6
		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	14
2	Несобственные интегралы. Суммируемые семейства. Признаки сходимости рядов.	Лекции	12
		практические занятия	6

		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	20
3	Контрольная работа	контрольная работа	2
4	Равномерная сходимость степенных рядов. Дифференцируемые отображения. Производная по комплексному переменному.	Лекции	10
		практические занятия	4
		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	8
5	Линейные операторы. Функции нескольких вещественных переменных.	Лекции	20
		практические занятия	10
		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	20
6	Методы суммирования рядов.	Лекции	6
		практические занятия	2
		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	20
7	Зачет	промежуточная аттестация	2
8	Экзамен	промежуточная аттестация	2

Раздел 1. Векторно-значные функции. Вариация. Тригонометрические функции.

1. Векторно-значные функции ограниченной вариации; спрямляемые пути. Независимость вариации (длины) от параметризации. Аддитивность вариации функции (длины пути) по отрезку. Субаддитивность вариации по функции.
2. Покомпонентный характер условия ограниченности вариации векторно-значной функции. Совпадение класса скалярных функций ограниченной вариации с классом разностей возрастающих функций.
3. Непрерывность вариации в точках непрерывности функции. «Движение без задержки», естественная параметризация спрямляемого пути, представляющего движение без задержки. Длина простой дуги. Число π (длина верхней полуокружности).
4. Интегральная формула для длины непрерывно-дифференцируемого пути (приложение теоремы о согласованной системе оценок). Безостановочное движение (гладкий путь с непрерывной ненулевой производной), формулы для естественной параметризации в случае безостановочного движения.
5. Безостановочное движение по окружности, его направление. Простое вращение (безостановочное движение по окружности с единичной скоростью в положительном направлении, заданное на \mathbb{R} принимающее значение 1 в точке 0). Единственность простого вращения.
6. Доказательство существования простого вращения. Простое вращение – (2π) -периодический гомоморфизм аддитивной группы целых чисел в окружность. Бесконечная дифференцируемость простого вращения, ряд Тейлора для него. Определение синуса и косинуса, их производные и ряды Тейлора.
7. Восстановление в правах формул и понятий школьной тригонометрии (несколько примеров). Тангенс и котангенс, их производные. Обратные тригонометрические функции.
8. Степенные ряды для арксинуса и арктангенса. Формулы Эйлера. Экспонента комплексного числа (определение через вещественную экспоненту и простое вращение). Распространение синуса и косинуса в комплексную область.

Раздел 2. Несобственные интегралы. Суммируемые семейства. Признаки сходимости рядов.

1. Несобственные интегралы, абсолютная и условная сходимость, примеры. Сходимость и расходимость интеграла от степенной функции вблизи нуля и бесконечности. Теорема сравнения.
2. Сравнение сумм и интегралов (рядов и несобственных интегралов). Еще раз о рядах из обратных степеней. Постоянная Эйлера.
3. Формула Стирлинга для $n!$ (без вычисления константы в асимптотике). Несобственные интегралы: применения формулы интегрирования по частям.
4. Условно сходящиеся ряды: применение преобразования Абеля, следствия. Теорема Лейбница о перестановках условно сходящегося ряда.
5. Суммируемые семейства - определение. Равносильность суммируемости семейства ограниченности его частичных сумм. Связь суммируемых семейств с абсолютно сходящимися рядами. Перестановки.
6. "Ассоциативный закон" для суммируемых семейств. Произведение абсолютно сходящихся рядов. Степенной ряд для экспоненты в комплексной области. Признаки Даламбера и Коши сходимости ряда.

Раздел 3. Равномерная сходимость степенных рядов. Дифференцируемые отображения. Производная по комплексному переменному.

1. Общее определение степенного ряда (от комплексной переменной), его радиус сходимости. Равномерная сходимость внутри круга сходимости. Переразложение суммы сводящегося степенного ряда в ряд с другим центром.
2. Дифференцируемые отображения. Дифференциал, частные производные, матрица Якоби. Единственность дифференциала. Дифференциал суперпозиции двух дифференцируемых отображений.
3. Дифференцируемость отображения с непрерывными частными производными. Производная по комплексному переменному, голоморфные функции. Связь с дифференцируемыми отображениями плоскости в плоскость, уравнения Коши-Римана, контрпримеры.
4. Стандартные правила для дифференцирования по комплексному переменному (произведение, частное). Голоморфность суммы сходящегося степенного ряда, совпадение ряда для производной с продифференцированным рядом, сохранение радиуса сходимости при дифференцировании и взятии комплексной первообразной.
5. Формулы для коэффициентов ряда в терминах комплексных производных от его суммы. Аналитические функции комплексного переменного. Начальные примеры. Изолированность нулей, теорема единственности. Информация об эквивалентности голоморфности и аналитичности.

Раздел 4. Линейные операторы. Функции нескольких вещественных переменных.

1. Дополнительная информация о линейных операторах между евклидовыми пространствами: норма, эквивалентные формулы для нормы; оценки снизу в случае тривиальности ядра; топология и сходимость в пространстве операторов. Открытость множества невырожденных операторов и множества обратимых операторов.
2. Дальнейшие следствия непрерывности частных производных: билипшицевость в случае дифференциала с нулевым ядром. Теорема об обратном отображении.
3. Теорема об обратном отображении: завершение доказательства. Касательный вектор к множеству. Совпадение совокупности касательных векторов к образу невырожденного дифференцируемого отображения в данной точке с областью значений дифференциала. Касательная плоскость.
4. Теорема о неявном отображении: бескоординатная и координатная формы. Множество уровня невырожденного дифференцируемого отображения - гладкое многообразие.
5. Касательные и нормальные векторы к множеству уровня. Координатная карта, связанная с касательной плоскостью к многообразию (в частности, к множеству уровня). Необходимое условие локального экстремума.
6. Необходимое условие локального экстремума. Условные экстремумы. Метод множителей Лагранжа. Однородные функции, теорема Эйлера.
7. Общая теорема о двойном и повторных пределах и о перестановке предельных переходов. Следствия: общая теорема Стокса-Зайделя, общая теорема о дифференцируемости предельной функции.
8. Частные производные высших порядков, зависимость и независимость от перестановки дифференцирований. Полилинейные отображения и соответствующие им полиформы.
9. Дифференциалы высших порядков для функции от нескольких переменных. Многомерная формула Тейлора.
10. Достаточные критерии локального экстремума, в том числе условного.

Раздел 5. Методы суммирования рядов.

1. Суммирование последовательностей и рядов. Метод Чезаро. Примеры. Регулярные методы. Общие матричные методы, теорема Тёплица для случая неотрицательной матрицы.
2. Метод Абеля-Пуассона, формулы для суммирования последовательностей и суммирования рядов по Абелю-Пуассону. Регулярность метода Абеля-Пуассона. Сравнение с методом Чезаро.
3. Тауберова теорема Харди для метода Чезаро.

Период обучения (модуль): **Семестр 3**

№ п/п	Наименование темы (раздела, части)	Вид учебных занятий	Количество часов
1	Теория меры.	Лекции	24
		практические занятия	12
		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	34
2	Контрольная работа	контрольная работа	2
3	Интеграл Лебега. Классы L^p .	Лекции	24
		практические занятия	10
		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	22
4	Коллоквиум	коллоквиум	4
5	Дифференцирование мер. Меры на многообразиях.	Лекции	12
		практические занятия	6
		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	26
6	Зачет	промежуточная аттестация	2
7	Экзамен	промежуточная аттестация	2

Раздел 1. Теория меры.

1. Основные идеи теории интегрирования по Лебегу. Счетная аддитивность длины на совокупности отрезков. Системы множеств: алгебры, σ -алгебры; кольца. Примеры (в частности, σ -алгебра борелевских множеств). Полукольца. Полукольцо отрезков.
2. Произведение полуколец. Полукольцо прямоугольников. Аддитивные функции множества, меры. Элементарный интеграл (интеграл от неотрицательной ступенчатой функции) по (возможно, и бесконечной) мере на полукольце, его свойства.
3. Произведение (конечно-аддитивных) мер на полукольцах (с использованием элементарного интеграла в доказательстве аддитивности). Элементарный объем. Счетно-аддитивные меры. Пример меры, не являющейся счетно-аддитивной. Регулярные меры, теорема А.Д.Александрова о счетной аддитивности регулярных мер. Счетная аддитивность элементарного объема.
4. Стильесова длина, ее счетная аддитивность. Предмеры. Внешняя мера - основной пример предмеры. Теорема Лебега-Каратеодори.
5. Теорема Лебега-Каратеодори (продолжение и завершение). Мера Лебега в евклидовом пространстве. Меры Лебега-Стилтьеса. Структура измеримых множеств.

6. Структура измеримых множеств (продолжение и завершение доказательств). Теоремы о единственности продолжения по Лебегу-Каратеодори.
7. Инвариантность меры Лебега относительно сдвига. Пример неизмеримого множества. (Почти) единственность меры, инвариантной относительно сдвига.
8. Измеримые отображения: определение и общие свойства. Суперпозиции измеримых отображений. σ -Алгебра борелевских множеств, ее порождающие подсистемы. Порождающие системы для σ -алгебры борелевских множеств на прямой. Измеримость по Борелю непрерывного отображения. Покоординатный характер измеримости отображения со значениями в евклидовом пространстве. Арифметические операции над измеримыми функциями.
9. Измеримость счетных супремумов и инфимумов измеримых функций. Сохранение измеримости при сходимости всюду и почти всюду. Равномерное приближение измеримой функции ступенчатыми со счетным числом ступеней и поточечное - простыми.
10. Образ множеств меры нуль при липшицевом отображении. Преобразование меры Лебега при линейном отображении.
11. Малая теорема Леви: предел интегралов от возрастающей последовательности неотрицательных простых функций, сходящейся п.в. к характеристической функции измеримого множества. Определение интеграла от неотрицательной измеримой функции, его монотонность.
12. Теорема Леви для возрастающих последовательностей неотрицательных измеримых функций. Аддитивность и положительная однородность интеграла. Интеграл от неотрицательной аддитивной функции по измеримому множеству; счетная аддитивность интеграла по множеству. Интеграл от знакопеременных (и от комплексных) измеримых функций, его линейность и монотонность.

Раздел 2. Интеграл Лебега. Классы L^p .

1. Суммируемые функции, σ -конечность носителя суммируемой функции, класс L^1 , метрика в нем. Плотность простых функций в L^1 . Абсолютная непрерывность интеграла от суммируемой функции.
2. Теорема Леви для функций произвольного знака. Лемма Фату. Сходимость по мере. Взаимоотношение сходимости по мере и сходимости почти всюду. Теорема Лебега о предельном переходе под знаком интеграла.
3. Теорема Лебега о предельном переходе под знаком интеграла (окончание). Следствие: теорема Лебега о мажорированной сходимости. Достаточные условия непрерывности и дифференцируемости интеграла по параметру.
4. Классы L^p (включая $p=\infty$). Неравенства Гёльдера и Минковского, метрика в L^p . Плотность простых функций в L^p (и вариант с простыми функциями, отвечающими порождающей подалгебре, при конечном p).
5. Полнота пространства L^p . Произведение счетно аддитивных мер: его счетная аддитивность. Теорема Тонелли.
6. Теорема Тонелли (окончание). Теорема Фубини. Образ меры при измеримом отображении, формулы для интервалов. Функция распределения, формула для интеграла в терминах функции распределения.
7. Формула интегрирования по частям, вторая функция распределения, выражение интегралов через нее.
8. Свертка: существование, основные оценки. Коммутативность свертки. Носитель свертки. Непрерывность сдвигов в пространстве $L^p(\mathbb{R}^n)$. Аппроксимативные единицы, порожденные суммируемой функцией, их простые свойства.
9. Приближение свертками с аппроксимативной единицей. Приближение бесконечно дифференцируемыми функциями (с компактным носителем).

10. (Конечные) знакопеременные и комплексные меры. Ограниченность множества значений. Разложение Хана. Разложение Рисса. Интеграл по комплексной мере, основные свойства.
11. Абсолютная непрерывность и сингулярность, теорема Радона-Никодима (доказательство откладывается до изучения гильбертовых пространств в курсе ФА), разложение Лебега на абсолютно непрерывную и сингулярную части. Случай мер Лебега-Стилтьеса на прямой. Канторова лестница.
12. Интегрирование по мере, обладающей плотностью. Полная вариация меры: определение. Вычисление полной вариации для случая меры с плотностью. Следствие: счетная аддитивность полной вариации в общем случае. Плотность комплексной меры относительно ее полной вариации.

Раздел 3. Дифференцирование мер. Меры на многообразиях.

1. Максимальная функция Харди-Литлвуда. Лемма Винера о покрытии. Слабый тип $(1,1)$ для оператора максимальной функции. Неравенство Колмогорова и оценки максимального оператора в L^p .
2. Дифференцирование абсолютно непрерывных мер (доказательство через максимальную функцию). Информация о дифференцировании сингулярных мер. Дифференцирование монотонных функций.
3. Преобразование меры при невырожденном дифференцируемом отображении (доказательство с помощью теоремы о дифференцировании абсолютно непрерывной меры). Пример: полярные координаты. Вычисление интеграла Гаусса.
4. Лебегова мера на подмногообразиях в n -мерном евклидовом пространстве: эвристические соображения - случай k -плоскости L и невырожденного линейного отображения $A: \mathbb{R}^k \rightarrow L$, определитель Грама. Меры Хаусдорфа: определение соответствующих предмер, размерность множества по Хаусдорфу.
5. Применение теоремы Лебега-Каратеодори, доказательство измеримости всех борелевских множеств по любой мере Хаусдорфа. Образ меры Хаусдорфа при отображении, обратном к липшицеву, оценки.
6. Пропорциональность k -меры Хаусдорфа k -мерной мере Лебега на k -плоскостях при целом k . Определение k -мерной меры Лебега в n -мерном евклидовом пространстве.

Период обучения (модуль): **Семестр 4**

№ п/п	Наименование темы	Вид учебных занятий	Количество часов
1	Дифференциальные формы	Лекции	6
		практические занятия	8
		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	20
2	Функции комплексного переменного	Лекции	58
		практические занятия	22
		в присутствии преподавателя	

		по методическим материалам	60
3	Зачет	промежуточная аттестация	2
4	Экзамен	промежуточная аттестация	2

Раздел 1. Дифференциальные формы.

1. Интеграл линейной дифференциальной формы вдоль гладкого пути. Простейшие свойства. (Не)зависимость от параметризации. Первообразная дифференциальной формы, интеграл в случае наличия первообразной.
2. Обращение в нуль интегралов по замкнутому пути и существование первообразной, глобальный и локальный варианты (доказательство в двумерном случае). Условие локального существования первообразной для форм с коэффициентами класса C^1 , теорема Остроградского-Гаусса для прямоугольника. Замкнутые и точные формы.
3. Формы dz и $d\bar{z}$, операторы ∂ и $\bar{\partial}$, запись дифференциала функции от двух переменных в их терминах. Уравнения Коши-Римана в терминах оператора $\bar{\partial}$. Замкнутость формы $f(z)dz$ в случае, когда f - голоморфная функция в области и производная ∂f непрерывна. Форма $dz/(z-a)$ - замкнутая, но не точная в плоскости с выколотой точкой a , вычисление ее интеграла по стандартной окружности $g(t)=a+Re^{it}$, $t \in [0, 2\pi]$. Вычисление интеграла по любой окружности $b+Re^{it}$, не проходящей через a .

Раздел 2. Функции комплексного переменного.

1. Теорема Коши: замкнутость дифференциальной формы $f(z)dz$ в для голоморфной функции f без предположения о непрерывности производной ∂f . Теорема об устранимой особенности для точных дифференциальных форм в случае непрерывных коэффициентов.
2. Малая интегральная формула Коши. Разложение голоморфной функции в степенной ряд, формулы для коэффициентов. Эквивалентность голоморфности и аналитичности. Теорема Морера. Напоминание: теорема единственности.
3. Теорема Лиувилля. Пример: доказательство основной теоремы алгебры. Теорема о среднем. Принцип максимума модуля. Гармонические функции двух переменных и теорема о среднем для них.
4. Первообразная замкнутой дифференциальной формы вдоль (произвольного непрерывного) пути, существование и единственность с точностью до аддитивной константы. Интеграл от замкнутой дифференциальной формы вдоль произвольного пути. Корректность определения. Совпадение результата со старым определением, если путь гладкий.
5. Случай формы вида $f(z)dz$ с голоморфной функцией f , две формулы замены переменной (изменение параметризации и голоморфная подстановка) в интеграле от нее вдоль произвольного пути. Первообразная замкнутой формы вдоль гомотопии.
6. Равенство интегралов от замкнутой дифференциальной формы по гомотопным замкнутым путям. Точность замкнутых форм в односвязной области. Существование и почти-единственность гармонически сопряженной функции в односвязной области.
7. Функции, аналитические в кольце, разложение в ряд Лорана, формулы для коэффициентов. Главная и регулярная части ряда Лорана. Изолированные особые точки, их классификация. Устранимость особенности, в окрестности которой функция ограничена. Существенные особенности и теорема Сохотского.
8. Характеризация полюсов. Порядок полюса, кратность нуля. Связь между порядком полюса у функции f и порядком нуля у функции $1/f$. Кратные нули и нули производных. Вычет, формулы для вычисления вычета. Индекс замкнутого пути относительно точки (определение в форме интеграла, информация о целочисленности и интуитивном смысле, доказательства

- откладываются). Теорема Коши о вычетах.
9. Примеры вычисления несобственных интегралов с помощью вычетов. Функции, аналитические в окрестности бесконечности, вычет в бесконечности. Теорема о сумме всех вычетов.
 10. Ветви логарифма и аргумента в области, существование в любой односвязной области, не содержащей нуля, связь между разными ветвями логарифма (аргумента). Примеры. Ветвь логарифма (аргумента) аналитической функции, достаточное условие существования.
 11. Ветвь логарифма (аргумента) аналитической функции вдоль пути. Приращение логарифма (аргумента) вдоль пути. Случай замкнутого пути, целочисленность индекса, объяснение, почему это - "число обходов". Постоянство индекса на связных компонентах дополнения носителя замкнутого пути и его равенство нулю в неограниченной компоненте. Напоминание из топологии: теорема Жордана.
 12. Принцип аргумента и теорема Руше. Нормальная сходимости аналитических функций - определение. Первая теорема Вейерштрасса о нормальной сходимости.
 13. Вторая теорема Вейерштрасса о нормальной сходимости аналитических функций. Предел функций без нулей. Определение однолистной функции и предел однолистных функций.
 14. Пространство аналитических функций в области G как подпространство локально-выпуклого пространства $C^\infty(G)$. Следствие: относительно компактные множества в пространстве аналитических функций (теорема Монтеля). Отсутствие нулей у производной однолистной функции.
 15. Однолистность и конформность. Дробно-линейные отображения. Примеры отображения полуплоскости на круг и круга на себя.
 16. Теорема Римана об однолистом отображении произвольной односвязной области, отличной от комплексной плоскости, на круг.
 17. Лемма Шварца. Автоморфизмы комплексной плоскости, расширенной комплексной плоскости и круга. Еще о дробно-линейных отображениях.
 18. Бесконечные произведения. Сведение вопроса о сходимости к вопросу о сходимости ряда из логарифмов.
 19. Построение целой функции с заданными нулями (произведение Вейерштрасса). Определение мероморфной функции, представление мероморфной функции в виде отношения двух целых функций.
 20. Канонические множители Вейерштрасса в случае достаточно быстрого убегания нулей к бесконечности. Теорема Миттаг-Леффлера.
 21. Разложение синуса в произведение. Разложение котангенса в ряд простых дробей. Вычисление суммы обратных квадратов натуральных чисел.
 22. Порядок и тип целой функции. Связь с ростом нулей.
 23. Гамма-функция Эйлера: определение в виде бесконечного произведения, варианты. Простые формулы (удвоение, логарифмическая производная).
 24. Единственность функции на вещественной оси с выпуклым логарифмом, удовлетворяющей функциональному уравнению для гамма-функции. Представление гамма-функции в виде интеграла. Еще одно вычисление интеграла Гаусса.
 25. Асимптотика для гамма-функции в комплексной области (формула Стирлинга), с вычислением константы в асимптотике.
 26. Аналитическое продолжение. Элементарное продолжение через граничную точку.
 27. Непродолжимая функция (теорема Адамара). Метод продолжения: переразложение степенного

ряда.

28. Элемент аналитической функции. Еще методы: продолжение вдоль цепочки областей, вдоль пути; их эквивалентность. Полная аналитическая функция. Точки ветвления, примеры.
29. Понятие о римановой поверхности, примеры. Принцип симметрии Римана-Шварца.
30. Теорема Фрагмена-Линделефа.

Раздел 3. Обеспечение учебных занятий

3.1. Методическое обеспечение

3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины

Посещение лекций и практических занятий

3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы

Основная и дополнительная литература

3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания

Методика проведения экзамена

Экзамен проводится в устной форме. Билет состоит из двух вопросов. Время подготовки ответа на вопросы билета составляет 60 минут.

Использование конспектов и учебников, а также электронных устройств хранения, обработки или передачи информации при подготовке и ответе на вопросы экзамена категорически запрещено. В случае обнаружения факта использования неподобающих материалов (устройств) составляется акт и студент удаляется с экзамена. После ответа на вопросы билета преподаватель задает несколько дополнительных вопросов, на основании оценки ответов на которые итоговая оценка по предмету может быть повышена или понижена.

Критерии выставления оценок

Оценка «отлично» ставится за полностью раскрытый теоретический материал и правильные ответы на дополнительные вопросы преподавателя. В болонской шкале оценка может быть скорректирована в ту или иную сторону с учетом малозначительных погрешностей изложения или, напротив, углубленного изложения материала. Оценка «хорошо» ставится за изложенный теоретический материал билета (возможно с помощью наводящих подсказок преподавателя).

Оценка «удовлетворительно» ставится за знание основных вопросов по каждой теме.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не выполняются условия для получения оценок «отлично», «хорошо» и «удовлетворительно».

3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)

3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса

Примерная анкета-отзыв по преподаванию дисциплины

Просим Вас заполнить анонимную анкету-отзыв по пройденному Вами курсу. Обобщенные данные анкет будут использованы для совершенствования преподавания. По каждому вопросу проставьте соответствующие оценки по шкале от 1 до 10 баллов (обведите выбранный Вами балл). В случае необходимости впишите свои комментарии.

9. Насколько Вы удовлетворены содержанием дисциплины в целом?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Комментарий _____

10. Насколько Вы удовлетворены формами преподавания?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Комментарий _____

11. Как Вы оцениваете качество подготовки предложенных учебно-методических материалов?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Комментарий _____

12. Насколько Вы удовлетворены использованием преподавателями интерактивных и активных методов обучения ?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Комментарий _____

13. Какие из тем дисциплины Вы считаете наиболее полезными, ценными с точки зрения дальнейшего обучения и/или применения в последующей практической деятельности?
14. Что бы Вы предложили изменить в методическом и содержательном плане для совершенствования преподавания данной дисциплины?

СПАСИБО!

3.2. Кадровое обеспечение

3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий

К чтению лекций должны привлекаться преподаватели, имеющие ученую степень доктора или кандидата наук (в том числе степень PhD, прошедшую установленную процедуру признания и установления эквивалентности) и/или ученое звание профессора или доцента.

3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом не требуется

3.3. Материально-техническое обеспечение

3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий

Стандартно оборудованные лекционные аудитории, должны вмещать поток в соответствии со списком студентов

3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования доска для письма мелом или фломастером

3.3.3 Характеристики специализированного оборудования не требуется

3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения не требуется

3.3.5 Перечень и объемы требуемых расходных материалов

Мел — не менее 1 куска на час лекционных занятий, фломастеры для доски, губка

3.4. Информационное обеспечение

3.4.1 Список обязательной литературы

1. В. А. Зорич, “Математический анализ”, – М.: МЦНМО, 2012
2. О.Л. Виноградов, А.Л. Громов, “Курс математического анализа” - Изд-во С.-Петербур. ун-та, 2009

3.4.2 Список дополнительной литературы

1. Г.М. Фихтенгольц, “Курс дифференциального и интегрального исчисления”, - СПб, Лань, 2009
2. В.П. Хавин, “Основы математического анализа. Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной вещественной переменной”, - СПб, Лань, 1998.
3. Рудин У. 'Основы математического анализа' \\\Перевод с англ. Хавина В.П. - Москва: Мир, 1976

3.4.3 Перечень иных информационных источников не предусмотрен

Раздел 4. Разработчики программы

Кисляков Сергей Витальевич, академик РАН, профессор, директор ПОМИ РАН.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Математическая логика и культура математических рассуждений

Язык(и) обучения

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 3

Раздел 1. Характеристики учебных занятий

1.1. Цели и задачи учебных занятий

Овладение навыками математических рассуждений, умением проверять корректность математического доказательства. Усвоение основных идей, понятий и фактов математической логики.

1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий

Не предусмотрены.

1.3. Перечень результатов обучения

Обучающийся должен овладеть навыками математических рассуждений, уметь проверять корректность математических доказательств, усвоить теоретический материал в объеме, предусмотренном программой, уметь применять полученные знания при решении теоретических и прикладных задач, на основе анализа освоенных разделов: введение в математические рассуждения, теория множеств.

1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий

практические занятия 16 часов, промежуточная аттестация (экзамен) 4 часа

Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий

2.1. Организация учебных занятий

2.1.1 Основной курс

Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся																		
Семестр.	Контактная работа обучающихся с преподавателем											Самостоятельная работа				Объём активных и интерактивных форм учебных занятий	Трудоёмкость	
	лекции	семинары	консультации	практические занятия	лабораторные работы	контрольные работы	коллоквиумы	текущий контроль	промежуточная аттестация	итоговая аттестация	под руководством преподавателя	в присутствии преподавателя	использованием методических	текущий контроль (сам.раб.)	промежуточная аттестация (сам.раб.)			итоговая аттестация (сам.раб.)
ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ																		
очная форма обучения																		
1	16		2	16					2				44		28		4	3
итого	16		2	16					2				44		28		4	3

Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации						
Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п.	Формы текущего контроля успеваемости		Виды промежуточной аттестации		Виды итоговой аттестации (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ)	
	Формы	Сроки	Виды	Сроки	Виды	Сроки
ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ						
очная форма обучения						
Семестр 1			экзамен, устно, традиционная форма	по графику промежуточной аттестации		

2.2. Структура и содержание учебных занятий

Период обучения (модуль): **Семестр 1**

№ п/п	Наименование темы (раздела, части)	Вид учебных занятий	Количество часов
1	Введение в математические рассуждения	Лекции	4
		практические занятия	4
		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	12
2	Теория множеств	Лекции	12
		практические занятия	12
		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	32
3	Экзамен	промежуточная аттестация (ауд)	2
		промежуточная аттестация (с.р.)	28

Раздел 1: Введение в математические рассуждения

1. Отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, импликация. Закон исключенного третьего. Доказательство от противного,

разбор случаев. Кванторы существования и всеобщности. Отрицание и перестановка кванторов. Квантор "существует единственный". Натуральные числа. Доказательство методом математической индукции. Определения по индукции.

2. Булевы формулы. Дизъюнкция конъюнктов и конъюнкция дизъюнктов. Полиномы Жегалкина. Вывод посредством секвенций. Правило сечения.

Раздел 2: Теория множеств

1. Понятие множества. Равенство множеств. Пары. Бесконечные объединения и пересечения множеств. Примеры. Подмножества данного множества. Булевы операции.

2. Упорядоченные пары. Декартово произведение множеств. Отображения множеств, инъективность, сюръективность. Равномощность множеств. Множество всех отображений из одного множества в другое. Характеристическая функция подмножества. Отображения конечных множеств: перестановки, размещения, сочетания. Их количество. Биномиальные коэффициенты. Треугольник Паскаля.

3. Бинарные отношения. Отношения эквивалентности. Соответствие между разбиениями множества и отношениями эквивалентности на нём. Фактормножество. Пример: построение целых и рациональных чисел из натуральных.

4. Счётные множества. Подмножество счётного множества. Счетность множества пар натуральных чисел и множества всех конечных последовательностей натуральных чисел. Сравнение мощностей множеств. Теорема Кантора–Бернштейна. Множество подмножеств не равномощно исходному.

5. Частично упорядоченные множества. Терминология: линейный порядок, максимальный элемент, наибольший элемент, верхняя грань множества, точная верхняя грань. Лексикографический порядок. Вполне упорядоченные множества. Начальные отрезки. Вполне упорядоченное множество не изоморфно никакому своему собственному начальному отрезку. Из любых двух вполне упорядоченных множеств одно изоморфно начальному отрезку другого.

6. Аксиома выбора. Примеры применения: бесконечное множество содержит счетное, счетное объединение счетных множеств счетно. Теорема Цермело. Лемма Цорна. Доказательство их эквивалентности. Следствие о том, что любые два множества сравнимы по мощности. Арифметика бесконечных множеств.

Раздел 3. Обеспечение учебных занятий

3.1. Методическое обеспечение

3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины

Посещение лекций и практических занятий

3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы

Основная и дополнительная литература

3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания

Методика проведения экзамена

Экзамен проводится в устной форме. Билет состоит из двух вопросов. Время подготовки ответа на вопросы билета составляет 60 минут.

Использование конспектов и учебников, а также электронных устройств хранения, обработки или передачи информации при подготовке и ответе на вопросы экзамена категорически запрещено. В случае обнаружения факта использования недопустимых материалов (устройств) составляется акт и студент удаляется с экзамена. После ответа на вопросы билета преподаватель задает несколько дополнительных вопросов, на основании оценки ответов на которые итоговая оценка по предмету может быть повышена или понижена.

Критерии выставления оценок

Оценка «отлично» ставится за полностью раскрытый теоретический материал и правильные ответы на дополнительные вопросы преподавателя. В болонской шкале оценка может быть скорректирована в ту или иную сторону с учетом малозначительных погрешностей изложения или, напротив, углубленного изложения материала.

Оценка «хорошо» ставится за изложенный теоретический материал билета (возможно с помощью наводящих подсказок преподавателя).

Оценка «удовлетворительно» ставится за знание основных вопросов по каждой теме.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не выполняются условия для получения оценок «отлично», «хорошо» и «удовлетворительно».

3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)

3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса

3.2. Кадровое обеспечение

3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий

К чтению лекций должны привлекаться преподаватели, имеющие ученую степень доктора или кандидата наук (в том числе степень PhD, прошедшую установленную процедуру признания и установления эквивалентности) и/или ученое звание профессора или доцента.

3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом

не требуется

3.3. Материально-техническое обеспечение

3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий

Стандартно оборудованные лекционные аудитории, должны вмещать поток в соответствии со списком студентов

3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования

доска для письма мелом или фломастером

3.3.3 Характеристики специализированного оборудования

не требуется

3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения не требуется

3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов

Мел — не менее 1 куски на час лекционных занятий, фломастеры для доски, губка

3.4. Информационное обеспечение

3.4.1 Список обязательной литературы

1. Шапоров С.Д., Математическая логика. Курс лекций и практических занятий. – СПб: БХВ-Петербург, 2009.

3.4.2 Список дополнительной литературы

1. Верещагин Н., Шень А.Х., Начала теории множеств. - М.:МЦНМО, 2008

2. Верещагин Н., Шень А.Х., Языки и исчисления. - М.:МЦНМО, 2012

3.4.3 Перечень иных информационных источников не предусмотрен

Раздел 4. Разработчики программы

Петров Виктор Александрович, кандидат физ.-мат. наук, с.н.с. лаборатории Чебышева СПбГУ.

5.5. Рекомендации по разработке фондов оценочных средств для промежуточной аттестации.

При формировании фондов оценочных средств (ФОС) по дисциплине (модулю) или практике составляются задания, обязательные для выполнения студентом, позволяющие ему приобрести теоретические знания и практические навыки, а также решать профессиональные задачи, соотнесенные с обобщенными трудовыми функциями утвержденных профессиональных стандартов. Разрабатываются основные требования к выполнению заданий, методические рекомендации к их выполнению и критерии оценивания.

Типы заданий для текущего контроля могут быть как традиционными (доклад, реферат, контрольная работа, тесты, задания для практических занятий), так и инновационными (см. ниже).

Примерный перечень оценочных средств:

Наименование ОС	Краткая характеристика ОС	Представление ОС в фонде
Коллоквиум	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися	Вопросы по темам/разделам дисциплины
Контрольная работа	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам
Реферат	Продукт самостоятельной работы обучающегося, представляющий собой изложение в письменном виде полученных результатов теоретического анализа определенной научной (учебно-исследовательской) темы, где автор раскрывает суть исследуемой проблемы, приводит различные точки зрения, а также собственные взгляды на неё	Темы рефератов
Доклад, сообщение	Продукт самостоятельной работы обучающегося, представляющий собой публичное выступление с презентацией полученных результатов решения определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной задачи	Темы докладов, сообщений
Собеседование	Средство контроля, организованное как специальная беседа преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанная на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
Творческое задание	Частично регламентированное задание, имеющее нестандартное решение и позволяющее диагностировать умения, способности интегрировать знания различных областей, аргументировать собственную точку зрения. Может выполняться в индивидуальном порядке или группой обучающихся	Темы групповых и/или индивидуальных творческих заданий
Тест	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося	Фонд тестовых заданий

Эссе	Средство, позволяющее оценить умение обучающегося письменно излагать суть поставленной проблемы, самостоятельно проводить анализ этой проблемы с использованием концепций и аналитического инструментария соответствующей дисциплины, делать выводы, обобщающие авторскую позицию по поставленной проблеме	Тематика эссе
Зачет	Итоговая форма оценки знаний по дисциплине.	Программа дисциплины
Экзамен	Итоговая форма оценки знаний по дисциплине.	Программа дисциплины

5.6. Рекомендации по разработке программы государственной итоговой аттестации.

Итоговая государственная аттестация бакалавра включает защиту выпускной квалификационной работы. По решению Ученого совета образовательной организации в государственную итоговую аттестацию может быть включен государственный экзамен.

Итоговые аттестационные испытания предназначены для определения общепрофессиональных и профессиональных компетенций бакалавра математики, определяющих его подготовленность к решению профессиональных задач, установленных федеральным государственным образовательным стандартом, способствующих его устойчивости на рынке труда и выявлению возможности продолжения образования в магистратуре.

Аттестационные испытания, входящие в состав итоговой государственной аттестации выпускника, должны полностью соответствовать основной образовательной программе высшего профессионального образования, которую он освоил за время обучения.

В результате подготовки, защиты выпускной квалификационной работы (и сдачи государственного экзамена) студент должен:

знать и понимать результаты, относящиеся к теме подготовленной выпускной работы, решать задачи в области профессиональной деятельности в соответствии с профилем подготовки;

уметь использовать современные методы исследований для решения профессиональных задач; самостоятельно обрабатывать, интерпретировать и представлять результаты деятельности по установленным формам;

иметь практический опыт осмысления полученной в ходе обучения информации для решения задач в сфере профессиональной деятельности.

Выпускная квалификационная работа бакалавра математики представляет собой законченную самостоятельную учебно-исследовательскую работу, в которой решается конкретная задача, и должна соответствовать видам и задачам его профессиональной деятельности, соотносящимся с выбранными профессиональными стандартами. Объем ВКР — не более 25 страниц текста, набранного через 1,5 интервала 14 шрифтом. Работа должна иметь титульный лист установленного образца (с указанием научного руководителя, кафедры, университета, года защиты), введение, основную часть, заключение и список литературы. Во введении раскрывается актуальность темы, описываются цели и методы исследования, дается обзор цитированной литературы. Основная часть посвящена решению поставленных задач. Она может быть разделена на главы и параграфы. Заключение содержит выводы, а также намечает перспективы дальнейшей работы. Библиографический список (и вся ВКР) должен быть оформлен в соответствии с требованиями ГОСТ.

Выпускная квалификационная работа бакалавра определяет уровень профессиональной подготовки выпускника. В ВКР должны проявиться знания автором основных математических методов исследования, умение их использовать, а также владение научным стилем речи. Такого рода работа является заявкой на продолжение обучения в магистратуре научного профиля.

Выпускная работа защищается на заседании Государственной экзаменационной комиссии. Требования к содержанию, структуре и процедуре защиты ВКР бакалавра математики определяются вузом на основании Положения об итоговой государственной аттестации выпускников вузов, утвержденного Минобрнауки России, Федерального государственного образовательного стандарта по направлению 01.03.01 Математика.

Раздел 6. ПРИМЕРНЫЕ УСЛОВИЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПО ОПОП

6.1. Рекомендации по разработке ОПОП в части кадровых условий

Разработка ОПОП в части кадровых условий полностью регулируется ФГОС ВО.

6.2. Рекомендации по разработке раздела «Учебно-методическое обеспечение образовательной программы»

При использовании в образовательном процессе печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован печатными изданиями из расчета не менее 50 экземпляров каждого из изданий основной литературы, перечисленной в рабочих программах дисциплин (модулей), практик, и не менее 25 экземпляров дополнительной литературы на 100 обучающихся. При использовании электронных вариантов текстов обучающимся должен быть обеспечен круглосуточный доступ к электронным ресурсам, также указанным в списках литературы рабочих программ дисциплин.

Основная образовательная программа должна обеспечиваться учебно-методической документацией и материалами по всем учебным курсам, дисциплинам (модулям) образовательной программы. Содержание каждой из таких учебных дисциплин (курсов, модулей) должно быть представлено в сети Интернет или локальной сети образовательного учреждения.

Каждому обучающемуся должен быть обеспечен доступ к научной литературе библиотечного фонда, включая электронные базы периодических изданий (не менее 5 наименований отечественных журналов и не менее 3 наименований ведущих зарубежных журналов, соответствующих профессиональному циклу).

Обучающимся должен быть обеспечен доступ (удаленный доступ) к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам, состав которых определяется в рабочих программах дисциплин (модулей) и подлежит обновлению.

Рекомендации по применению образовательных технологий

Реализация современного подхода к обучению должна предусматривать широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий (семинаров в диалоговом режиме, дискуссий, компьютерных симуляций, разбор конкретных ситуаций, работы студенческих исследовательских групп) в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся.

Одной из основных активных форм обучения студентов может являться научно-исследовательский семинар (спецсеминар), продолжающийся на регулярной основе, к работе которого привлекаются ведущие исследователи и специалисты-практики, и являющийся основой корректировки индивидуальных образовательных траекторий бакалавров.

Могут быть предусмотрены встречи с представителями российских и зарубежных компаний, государственных и общественных организаций, мастер-классы экспертов и специалистов.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определяется особенностью контингента обучающихся и содержанием конкретных дисциплин. Занятия лекционного типа для соответствующих групп студентов не могут составлять более 50 % аудиторных занятий. В рабочие программы базовых дисциплин (модулей) должны быть включены задания, способствующие развитию компетенций профессиональной деятельности, к которой готовится выпускник.

В образовательной организации должно быть предусмотрено применение инновационных технологий обучения, развивающих навыки командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерские качества, а также ответственность за принятые решения.

Требования к организации практик обучающихся

1. Практика является обязательным разделом основной образовательной программы бакалавриата. Она представляет собой вид учебных занятий,

непосредственно ориентированных на профессионально-практическую подготовку обучающихся.

2. При реализации образовательной программы по данному направлению подготовки предусматриваются следующие виды практик: производственная, научно-исследовательская, педагогическая.

3. Конкретные виды практик определяются профилем образовательной программы. Цели и задачи, программы и формы отчетности определяются по каждому виду практики.

4. Практики могут проводиться в сторонних организациях (образовательных, на предприятиях, научно-исследовательских организациях, органах государственной власти и др.) или на кафедрах и в лабораториях образовательной организации высшего образования, обладающих необходимым кадровым и научно-техническим потенциалом.

Требования к организации научно-исследовательской работы обучающихся

1. Научно-исследовательская работа обучающихся является обязательным разделом программы бакалавриата и направлена на формирование универсальных и профессиональных компетенций в соответствии с требованиями образовательного стандарта. Могут предусматриваться следующие виды и этапы выполнения и контроля научно-исследовательской работы обучающихся:

- планирование научно-исследовательской работы, включающее ознакомление с тематикой исследовательских работ в данной области и выбор темы исследования, написание программы исследовательских намерений по избранной теме;

- проведение научно-исследовательской работы;
- корректировка плана проведения научно-исследовательской работы;
- составление отчета о научно-исследовательской работе;
- публичная защита выполненной работы.

2. Основной формой планирования и корректировки научно-исследовательской работы обучающихся является обоснование темы, составление программы исследования, обсуждение плана и промежуточных результатов исследования в рамках выполнения и защиты курсовой работы. В процессе выполнения научно-исследовательской работы и в ходе защиты должно проводиться ее обсуждение, позволяющее оценить уровень сформированных компетенций обучающихся.

Использование дистанционных образовательных технологий и электронного обучения

Регулируется ФГОС ВО.

6.3. Рекомендации по разработке раздела «Материально-техническое обеспечение образовательной программы»

Регулируется ФГОС ВО.

6.4. Рекомендации по разработке раздела «Примерные расчеты нормативных затрат оказания государственных услуг по реализации образовательной программы»

Регулируется ФГОС ВО.

РАЗДЕЛ 7. СПИСОК РАЗРАБОТЧИКОВ

№ п.п.	ФИО	Должность	Подпись
1.	Ананьевский Сергей Михайлович	Доцент кафедры теории вероятностей и математической статистики СПбГУ	
2.	Зильберборд Игорь Михайлович	Доцент кафедры высшей алгебры и теории чисел СПбГУ	
3.	Назаров Александр Ильич	Профессор кафедры математической физики СПбГУ	
4.	Разов Александр Игоревич	Профессор кафедры теории упругости СПбГУ	

**Перечень профессиональных стандартов, соотнесенных с федеральным
государственным образовательным стандартом
по направлению подготовки 01.03.01 Математика**

№ п.п.	Код ПС	Наименование ПС	Реквизиты приказа Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации об утверждении	Дата и регистрационный номер Министерства юстиции Российской Федерации
01 Образование				
1.	01.001	Педагог (педагогическая деятельность в основном общем, среднем общем образовании)	18.10.2013 № 544н (с изм. от 25.12.2014)	06.12.2013 № 30550
2.	01.003	Педагог дополнительного образования детей и взрослых	08.09.2015 № 613н	24.09.2015 № 38994
3.	01.004	Педагог профессионального обучения, профессионального образования и дополнительного профессионального образования	08.09.2015 № 608н	24.09.2015 № 38993
06 Связь, информационные и коммуникационные технологии				
4.	06.001	Программист	18.11.2013 № 679н	18.12.2013 № 30635
5.	06.004	Специалист по тестированию в области информационных технологий	11.04.2014 № 225н	09.06.2014 № 32623
6.	06.015	Специалист по информационным системам	18.11.2014 № 896н	24.12.2014 № 35361
40 Сквозные виды профессиональной деятельности в промышленности				
7.	40.011	Специалист по научно-исследовательским и опытно-конструкторским разработкам	04.03.2014 №121н	21.03.2014 № 31692
8.				
8.	Научная и производственная сфера деятельности РАН	Научная и производственная сфера деятельности РАН	Научная и производственная сфера деятельности РАН	Научная и производственная сфера деятельности РАН

Перечень обобщённых трудовых функций и трудовых функций, имеющих отношение к профессиональной деятельности выпускника программ бакалавриата по направлению подготовки 01.03.01 Математика

Наименование ПК	Сопряжённый ПС	Выбранная ОТФ	ТФ, на подготовку выполнения которых направлена ПК	Конкретные ТД, на подготовку к выполнению которых направлена ПК
ПК-1 Способен решать актуальные и важные задачи фундаментальной и прикладной математики	Для ПК-1 сопряженный ПС пока отсутствует, в производстве находится Профессиональный стандарт «Научный работник»	Научно-исследовательская деятельность в области математики, прикладной математики и информатики	Общенаучная функция	Решение математических задач, нахождение соответствующих методов и приемов.
ПК-2 Способен модифицировать и исследовать новые математические модели в естественных науках	Для ПК-2 сопряженный ПС пока отсутствует, в производстве находится Профессиональный стандарт «Научный работник»	Научно-исследовательская деятельность в области математики, прикладной математики и информатики	Общенаучная функция	Формализация и описание на математическом языке различных естественно-научных процессов и экспериментов, исследование и описание свойств построенных математических моделей.
ПК-3 Уметь публично представлять собственные новые научные результаты	Для ПК-3 сопряженный ПС пока отсутствует, в производстве находится Профессиональный стандарт «Научный работник»	Научно-исследовательская деятельность в области математики, прикладной математики и информатики	Общенаучная функция	Подготовка устных докладов и письменных научных текстов в конкретной области математики, научных обзоров, участие в научных семинарах, дискуссиях по тематике проводимых исследований.
ПК-4 Уметь ориентироваться в современных алгоритмах компьютерной математики; обладать способностями к эффективному применению и реализации математически сложных алгоритмов в современных программных комплексах	«06.Связь, информационные и коммуникационные технологии» (в сфере проектирования, разработки и тестирования программного обеспечения; проектирования, создания и поддержки информационно-коммуникационных систем, создания информационных ресурсов в сети Интернет)	Программирование, тестирование в области информационных технологий, создание и поддержка информационных систем, создание новых электронных информационных ресурсов.	Разработка, создание и написание новых программ, выбор тестов и проведение тестирования, поддержка действующих информационных систем, создание новых электронных библиотек и других информационных ресурсов.	Применение современных методов информатики и программирования, построение алгоритмов решения новых математических задач
ПК-5 Уметь извлекать актуальную научно-	Для ПК-5 сопряженный ПС	Научно-исследовательская	Общенаучная функция	Владение современными методами

техническую информацию из электронных библиотек, реферативных журналов и т.п.	пока отсутствует, в производстве находится Профессиональный Стандарт «Научный работник»	деятельность в области математики, прикладной математики и информатики		работы с электронными библиотеками. Сбор, систематизация и целенаправленная обработка информации, полученной из электронных библиотек, реферативных журналов, новых научных работ.
ПК-6 уметь составлять научные обзоры, рефераты и отчеты по тематике проводимых исследований	Для ПК-6 сопряженный ПС пока отсутствует, в производстве находится Профессиональный Стандарт «Научный работник»	Научно-исследовательская деятельность в области математики, прикладной математики и информатики	Общенаучная функция	Способность подбирать научные, справочно-статистические материалы, специальные периодические издания, необходимые для описания проводимых исследований. Анализ исходных материалов, подготовка научного текста. Редакторские проверки визуальным просмотром, а также при помощи специальных проверочных систем.
ПК-7 Владеть навыками преподавания математики и информатики в средней школе, специальных учебных заведениях на основе полученного фундаментального образования и научного мировоззрения	«01. Образование» (среднего профессионального образования и дополнительного профессионального образования)	Преподавание по программам профессионального обучения, среднего профессионального образования (СПО) и дополнительным профессиональным программам (ДПП), ориентированным на соответствующий уровень квалификации	Преподавательская функция	Организация учебной деятельности обучающихся, педагогический контроль и оценка освоения образовательной программы, преподавание и разработка программно-методического обеспечения учебных предметов, дисциплин (модулей) программ профессионального обучения.