

ФЕДЕРАЛЬНОЕ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЪЕДИНЕНИЕ  
В СИСТЕМЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ ПО УГСН  
«КОМПЬЮТЕРНЫЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ НАУКИ»

**Примерная основная образовательная программа**

Направление подготовки (специальность)  
02.03.01 «Математика и компьютерные науки»

Уровень высшего образования  
Бакалавриат

Зарегистрировано в государственном реестре примерных основных образовательных программ под номером \_\_\_\_\_

2

\_\_\_\_\_ год

## Содержание

Раздел 1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ.....	5
1.1. Назначение примерной основной образовательной программы.....	5
1.2. Нормативные документы.....	5
1.3. Перечень сокращений.....	6
Раздел 2. ХАРАКТЕРИСТИКА ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ВЫПУСКНИКОВ.....	7
2.1. Общее описание профессиональной деятельности выпускников.....	7
2.2. Перечень профессиональных стандартов, соотнесенных с ФГОС.....	8
2.3. Перечень основных задач профессиональной деятельности выпускников.....	8
Раздел 3. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ПРОГРАММ, РЕАЛИЗУЕМЫХ В РАМКАХ НАПРАВЛЕНИЯ ПОДГОТОВКИ (СПЕЦИАЛЬНОСТИ) 02.03.01 «Математика и компьютерные науки».....	13
3.1. Направленности (профили) образовательных программ в рамках направления подготовки (специальности).....	13
3.2. Квалификация, присваиваемая выпускникам образовательных программ.....	13
3.3. Объем программы.....	13
3.4. Формы обучения.....	13
3.5. Срок получения образования.....	13
Раздел 4. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ.....	13
4.1. Требования к планируемым результатам освоения образовательной программы, обеспечиваемым дисциплинами (модулями) и практиками обязательной части.....	13
4.1.1. Универсальные компетенции выпускников и индикаторы их достижения.....	13

4.1.2. Общепрофессиональные компетенции выпускников и индикаторы их достижения.....	13
4.1.3. Обязательные профессиональные компетенции выпускников и индикаторы их достижения.....	14
4.2. Рекомендуемые профессиональные компетенции выпускников и индикаторы их достижения.....	14
Раздел 5. ПРИМЕРНАЯ СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ОПОП.....	15
5.1. Рекомендуемый объем обязательной части образовательной программы.....	15
5.2. Рекомендуемые типы практики.....	15
5.3. Примерный учебный план и примерный календарный учебный график.....	16
5.4. Примерные рабочие программы дисциплин (модулей) и практик.....	18
5.5. Рекомендации по разработке фондов оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплинам (модулям) и практикам.....	19
5.6. Рекомендации по разработке программы государственной итоговой аттестации.....	19
Раздел 6. ПРИМЕРНЫЕ УСЛОВИЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПО ОПОП.....	20
Раздел 7. СПИСОК РАЗРАБОТЧИКОВ ПООП.....	21
Приложение 1.....	22
Приложение 2.....	23

## Раздел 1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

### 1.1. Назначение примерной основной образовательной программы

Назначение примерной основной образовательной программы по направлению подготовки 02.03.01 “Математика и компьютерные науки” уровня высшего образования - бакалавриат.

Примерная основная образовательная программа (далее – ПООП, примерная программа) подготовки бакалавра является комплексным методическим документом, регламентирующим разработку и реализацию основных образовательных программ на основе ФГОС ВО по направлению 02.03.01 “Математика и компьютерные науки” уровня с учетом следующих профессиональных стандартов, сопряженных с профессиональной деятельностью выпускника:

} ПС: 01.004 Педагог профессионального обучения, профессионального образования и дополнительного профессионального образования;

} ПС: 06.001 Программист;

} ПС: 06.022 Системный аналитик;

} ПС: 40.011 Специалист по научно-исследовательским и опытно-конструкторским разработкам.

ПООП отражает компетентностно-квалификационную характеристику выпускника, содержание и организацию образовательного процесса и итоговой государственной аттестации выпускников. Она регламентирует цели, ожидаемые результаты обучения, содержание и структуру основной профессиональной образовательной программы, условия и технологии реализации образовательного процесса, содержит рекомендации по разработке фонда оценочных средств, включает учебный план, примерные рабочие программы дисциплин, практик,

государственной итоговой аттестации. Корректировка ПООП, входящих в Реестр, может осуществляться ежегодно на основе рекомендаций Пленума ФУМО данного направления.

## **1.2. Нормативные документы**

- Федеральный закон от 29 декабря 2012 года № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации»;
- Порядок разработки примерных основных образовательных программ, проведения их экспертизы и ведения реестра примерных основных образовательных программ, утвержденный приказом Минобрнауки России от 28 мая 2014 года № 594;
- Федеральный государственный образовательный стандарт по направлению подготовки (специальности) 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» и уровню высшего образования Бакалавриат, утвержденный приказом Минобрнауки России от 23.08.2017 № 807 (далее – ФГОС ВО);
- Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденный приказом Минобрнауки России от 5 апреля 2017 года № 301 (далее – Порядок организации образовательной деятельности);
- Порядок проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета и программам магистратуры, утвержденный приказом Минобрнауки России от 29 июня 2015 г. № 636;

- Положение о практике обучающихся, осваивающих основные профессиональные образовательные программы высшего образования, утвержденное приказом Минобрнауки России от 27 ноября 2015 г. № 1383;

### **1.3. Перечень сокращений**

- ЕКС – единый квалификационный справочник
- з.е. – зачетная единица
- ОПОП – основная профессиональная образовательная программа
- ОТФ - обобщенная трудовая функция
- ОПК – общепрофессиональные компетенции
- Организация - организация, осуществляющая образовательную деятельность по программе бакалавриата по направлению подготовки (специальности) 02.03.01 “Математика и компьютерные науки”
- ПК – профессиональные компетенции
- ПООП – примерная основная образовательная программа
- ПС – профессиональный стандарт
- УГСН – укрупненная группа направлений и специальностей
- УК – универсальные компетенции
- ФЗ – Федеральный закон
- ФГОС ВО – федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования
- ФУМО – федеральное учебно-методическое объединение
- МиКН - Математика и компьютерные науки
- ПО - программное обеспечение

- ГИА - государственная итоговая аттестация



## **Раздел 2. ХАРАКТЕРИСТИКА ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ВЫПУСКНИКОВ**

### **2.1. Общее описание профессиональной деятельности выпускников**

Области профессиональной деятельности и (или) сферы профессиональной деятельности, в которых выпускники, освоившие программу, могут осуществлять профессиональную деятельность:

- 01 Образование и наука
- 06 Связь, информационные и коммуникационные технологии
- 40 Сквозные виды профессиональной деятельности

Типы задач профессиональной деятельности выпускников:

- научно-исследовательский
- педагогический
- производственно-технологический
- организационно-управленческий

Перечень основных объектов (или областей знания) профессиональной деятельности выпускников:

- Математические и алгоритмические модели, программы, программные системы и комплексы, методы их проектирования и реализации, способы производства, сопровождения, эксплуатации и администрирования в различных областях, в том числе в междисциплинарных. Объектами профессиональной деятельности могут быть имитационные модели сложных процессов управления, программные средства, администрирование вычислительных, информационных процессов, а также других процессов цифровой экономики.

- Образовательные программы и образовательный процесс в системе специального профессионального образования и дополнительного образования.

## 2.2. Перечень профессиональных стандартов, соотнесенных с ФГОС

Перечень профессиональных стандартов (при наличии), соотнесенных с федеральным государственным образовательным стандартом по направлению подготовки, приведен в Приложении 1. Перечень обобщённых трудовых функций и трудовых функций, имеющих отношение к профессиональной деятельности выпускника программ высшего образования - программы бакалавриата по направлению подготовки (специальности) 02.03.01 Математика и компьютерные науки, представлен в Приложении 2.

## 2.3. Перечень основных задач профессиональной деятельности выпускников

Область профессиональной деятельности (по Реестру Минтруда)	Типы профессиональной деятельности	Задачи профессиональной деятельности	Объекты профессиональной деятельности(или области знания)
01 Образование и наука	научно - исследовательский	Применение фундаментальных знаний, полученных в области математических и (или) естественных наук. Создание, анализ и реализация новых компьютерных моделей в современном естествознании, технике, экономике и управлении.	Математические и алгоритмические модели, программы, программные системы и комплексы, методы их проектирования и реализации, способы производства, сопровождения, эксплуатации и администрирования в различных областях, в том числе в

			междисциплинарных. Объектами профессиональной деятельности могут быть имитационные модели сложных процессов управления, программные средства, администрирование вычислительных, информационных процессов, а также других процессов цифровой экономики.
	педагогический	Организация учебной деятельности обучающихся, педагогический контроль и оценка освоения образовательной программы, преподавание и разработка программно-методического обеспечения учебных предметов, дисциплин (модулей) программ профессионального обучения, СПО и ДПП.	Образовательные программы и образовательный процесс в системе специального профессионального образования и дополнительного образования.
06 Связь, информационные и коммуникационные технологии	научно - исследовательский	Применение фундаментальных знаний, полученных в области математических и (или) естественных наук. Создание, анализ и реализация новых компьютерных моделей в современном естествознании, технике, экономике и управлении.	Математические и алгоритмические модели, программы, программные системы и комплексы, методы их проектирования и реализации, способы производства, сопровождения, эксплуатации и администрирования в различных областях, в том числе в междисциплинарных. Объектами профессиональной деятельности могут быть имитационные

			<p>модели сложных процессов управления, программные средства, администрирование вычислительных, информационных процессов, а также других процессов цифровой экономики.</p>
	<p>производственно - технологический</p>	<p>Проектирование и реализация программного обеспечения. Создание архитектуры программных средств.</p>	<p>Математические и алгоритмические модели, программы, программные системы и комплексы, методы их проектирования и реализации, способы производства, сопровождения, эксплуатации и администрирования в различных областях, в том числе в междисциплинарных. Объектами профессиональной деятельности могут быть имитационные модели сложных процессов управления, программные средства, администрирование вычислительных, информационных процессов, а также других процессов цифровой экономики.</p>
	<p>организационно - управленческий</p>	<p>Управление работами по созданию программных систем и комплексов. Менеджмент проектов в области программирования и ИТ.</p>	<p>Математические и алгоритмические модели, программы, программные системы и комплексы, методы их проектирования и реализации, способы производства, сопровождения, эксплуатации и администрирования в различных областях, в том числе в</p>

			междисциплинарных. Объектами профессиональной деятельности могут быть имитационные модели сложных процессов управления, программные средства, администрирование вычислительных, информационных процессов, а также других процессов цифровой экономики.
40 Сквозные виды профессиональной деятельности	научно - исследовательский	Применение фундаментальных знаний, полученных в области математических и (или) естественных наук. Создание, анализ и реализация новых компьютерных моделей в современном естествознании, технике, экономике и управлении.	Математические и алгоритмические модели, программы, программные системы и комплексы, методы их проектирования и реализации, способы производства, сопровождения, эксплуатации и администрирования в различных областях, в том числе в междисциплинарных. Объектами профессиональной деятельности могут быть имитационные модели сложных процессов управления, программные средства, администрирование вычислительных, информационных процессов, а также других процессов цифровой экономики.
	производственно - технологический	Проектирование и реализация программного обеспечения. Создание архитектуры программных средств.	Математические и алгоритмические модели, программы, программные системы и комплексы, методы их проектирования и реализации, способы производства,

			<p>сопровождения, эксплуатации и администрирования в различных областях, в том числе в междисциплинарных. Объектами профессиональной деятельности могут быть имитационные модели сложных процессов управления, программные средства, администрирование вычислительных, информационных процессов, а также других процессов цифровой экономики.</p>
	<p>организационно - управленческий</p>	<p>Управление работами по созданию программных систем и комплексов. Менеджмент проектов в области программирования и ИТ.</p>	<p>Математические и алгоритмические модели, программы, программные системы и комплексы, методы их проектирования и реализации, способы производства, сопровождения, эксплуатации и администрирования в различных областях, в том числе в междисциплинарных. Объектами профессиональной деятельности могут быть имитационные модели сложных процессов управления, программные средства, администрирование вычислительных, информационных процессов, а также других процессов цифровой экономики.</p>

**Раздел 3. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ПРОГРАММ, РЕАЛИЗУЕМЫХ В РАМКАХ НАПРАВЛЕНИЯ ПОДГОТОВКИ (СПЕЦИАЛЬНОСТИ) 02.03.01 «Математика и компьютерные науки»**

**3.1. Направленности (профили) образовательных программ в рамках направления подготовки (специальности)**

При разработке программы бакалавриата Организация устанавливает направленность (профиль) программы бакалавриата, которая соответствует направлению подготовки в целом или конкретизирует содержание программы бакалавриата в рамках направления подготовки путем ориентации ее на: область (области) и сферу (сферы) профессиональной деятельности выпускников; тип (типы) задач и задачи профессиональной деятельности выпускников; при необходимости - на объекты профессиональной деятельности выпускников или область (области) знания.

**3.2. Квалификация, присваиваемая выпускникам образовательных программ**

– Бакалавр

**3.3. Объем программы**

Объем программы 240 зачетных единиц (далее – з.е.).

**3.4. Формы обучения**

Очная, Очно-заочная

### **3.5. Срок получения образования**

при очной форме обучения 4 года

при очно-заочной форме обучения 5 лет



## Раздел 4. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

### 4.1. Требования к планируемым результатам освоения образовательной программы, обеспечиваемым дисциплинами (модулями) и практиками обязательной части

#### 4.1.1. Универсальные компетенции выпускников и индикаторы их достижения

Категория (группа) универсальных компетенций	Код и наименование универсальной компетенции	Код и наименование индикатора достижения универсальной компетенции
Системное и критическое мышление	УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	<p>УК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации.</p> <p>УК-1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.</p> <p>УК-1.3. Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов.</p>
Разработка и реализация проектов	УК-2. Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	<p>УК-2.1. Знает необходимые для осуществления профессиональной деятельности правовые нормы.</p> <p>УК-2.2. Умеет определять круг задач в рамках избранных видов профессиональной деятельности, планировать собственную деятельность исходя из имеющихся</p>

		<p>ресурсов; соотносить главное и второстепенное, решать поставленные задачи в рамках избранных видов профессиональной деятельности.</p> <p>УК-2.3. Имеет практический опыт применения нормативной базы и решения задач в области избранных видов профессиональной деятельности.</p>
Командная работа и лидерство	УК-3. Способен осуществлять социальное взаимодействие и реализовывать свою роль в команде	<p>УК-3.1. Знает различные приемы и способы социализации личности и социального взаимодействия.</p> <p>УК-3.2. Умеет строить отношения с окружающими людьми, с коллегами.</p> <p>УК-3.3. Имеет практический опыт участия в командной работе, в социальных проектах, распределения ролей в условиях командного взаимодействия.</p>
Коммуникация	УК-4. Способен осуществлять деловую коммуникацию в устной и письменной формах на государственном языке Российской Федерации и иностранном(ых) языке(ах)	<p>УК-4.1. Знает литературную форму государственного языка, основы устной и письменной коммуникации на иностранном языке, функциональные стили родного языка, требования к деловой коммуникации.</p> <p>УК-4.2. Умеет выражать свои мысли на государственном, родном и иностранном языке в ситуации деловой коммуникации.</p> <p>УК-4.3. Имеет практический опыт</p>

		составления текстов на государственном и родном языках, опыт перевода текстов с иностранного языка на родной, опыт общения на государственном и иностранном языках.
Межкультурное взаимодействие	УК-5. Способен воспринимать межкультурное разнообразие общества в социально-историческом, этическом и философском контекстах	<p>УК-5.1. Знает основные категории философии, законы исторического развития, основы межкультурной коммуникации.</p> <p>УК-5.2. Умеет вести коммуникацию с представителями иных национальностей и конфессий с соблюдением этических и межкультурных норм.</p> <p>УК-5.3. Имеет практический опыт анализа философских и исторических фактов, опыт оценки явлений культуры.</p>
Самоорганизация и саморазвитие (в том числе здоровьесбережение)	УК-6. Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни	<p>УК-6.1. Знает основные принципы самовоспитания и самообразования, профессионального и личностного развития, исходя из этапов карьерного роста и требований рынка труда.</p> <p>УК-6.2. Умеет планировать свое рабочее время и время для саморазвития. формулировать цели личностного и профессионального развития и условия их достижения, исходя из тенденций развития области профессиональной деятельности, индивидуально-личностных особенностей.</p>

		<p>УК-6.3. Имеет практический опыт получения дополнительного образования, изучения дополнительных образовательных программ.</p>
Самоорганизация и саморазвитие (в том числе здоровьесбережение)	УК-7. Способен поддерживать должный уровень физической подготовленности для обеспечения полноценной социальной и профессиональной деятельности	<p>УК-7.1. Знает основы здорового образа жизни, здоровьесберегающих технологий, физической культуры.</p> <p>УК-7.2. Умеет выполнять комплекс физкультурных упражнений.</p> <p>УК-7.3. Имеет практический опыт занятий физической культурой.</p>
Безопасность жизнедеятельности	УК-8. Способен создавать и поддерживать безопасные условия жизнедеятельности, в том числе при возникновении чрезвычайных ситуаций	<p>УК-8.1. Знает основы безопасности жизнедеятельности, телефоны служб спасения.</p> <p>УК-8.2. Умеет оказать первую помощь в чрезвычайных ситуациях, создавать безопасные условия реализации профессиональной деятельности.</p> <p>УК-8.3. Имеет практический опыт поддержания безопасных условий жизнедеятельности.</p>

#### 4.1.2. Общепрофессиональные компетенции выпускников и индикаторы их достижения

Категория (группа) общепрофессиональных компетенций	Код и наименование общепрофессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения общепрофессиональной
---	---	---

		компетенции
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-1. Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.  ОПК-1.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности.  ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-2. Способен проводить под научным руководством исследование на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности	ОПК-2.1. Владеет навыками научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований на русском и английском языке.  ОПК-2.2. Умеет решать научные задачи в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой.  ОПК-2.3. Имеет практический опыт исследований в конкретной области профессиональной деятельности.
Теоретические и практические	ОПК-3. Способен самостоятельно	ОПК-3.1.

<p>основы профессиональной деятельности</p>	<p>представлять научные результаты, составлять научные документы и отчеты</p>	<p>Знает принципы построения научной работы, современные методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации.</p> <p>ОПК-3.2. Умеет представлять научные результаты, составлять научные документы и отчеты.</p> <p>ОПК-3.3. Имеет практический опыт выступлений и научной аргументации в профессиональной деятельности.</p>
<p>Теоретические и практические основы профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-4. Способен находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем</p>	<p>ОПК-4.1. Знает базовые основы современного математического аппарата, связанного с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности.</p> <p>ОПК-4.2. Умеет использовать этот математический аппарат в профессиональной деятельности.</p> <p>ОПК-4.3. Имеет практический опыт применения современного математического</p>

		аппарата, связанного с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности.
Информационно-коммуникационные технологии для профессиональной деятельности	ОПК-5. Способен решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий, в том числе отечественного производителя, и с учетом основных требований информационной безопасности	<p>ОПК-5.1. Знает основные положения и концепции прикладного и системного программирования, архитектуры компьютеров и сетей (в том числе и глобальных), современные языки программирования, технологии создания и эксплуатации программных продуктов и программных комплексов.</p> <p>ОПК-5.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности.</p> <p>ОПК-5.3. Имеет практические навыки разработки ПО.</p>
Финансовая грамотность	ОПК-6. Способен использовать основы экономических знаний в различных сферах жизнедеятельности	<p>ОПК-6.1. Знает базовые основы экономических знаний.</p> <p>ОПК-6.2. Умеет использовать их в</p>

		<p>профессиональной деятельности.</p> <p>ОПК-6.3. Имеет практические навыки применения экономических знаний.</p>
Правовая грамотность	ОПК-7. Способен использовать основы правовых знаний в различных сферах жизнедеятельности	<p>ОПК-7.1. Знает базовые основы правовых знаний.</p> <p>ОПК-7.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности.</p> <p>ОПК-7.3. Имеет практические навыки применения правовых знаний.</p>



#### 4.1.3. Обязательные профессиональные компетенции выпускников и индикаторы их достижения

Задача ПД	Объект или область знания	Код и наименование профессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения профессиональной компетенции	Основание (ПС, анализ опыта)
-----------	---------------------------	---	---	------------------------------

#### 4.2. Рекомендуемые профессиональные компетенции выпускников и индикаторы их достижения

Задача ПД	Объект или область знания	Код и наименование профессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения профессиональной компетенции	Основание (ПС, анализ опыта)
<b>Тип задач профессиональной деятельности: научно-исследовательский</b>				
Применение фундаментальных знаний, полученных в области математических и (или) естественных наук. Создание, анализ и реализация новых компьютерных моделей в современном естествознании, технике, экономике и управлении.	Математические и алгоритмические модели, программы, программные системы и комплексы, методы их проектирования и реализации, способы производства, сопровождения, эксплуатации и администрирования в различных областях, в том числе в	ПК-1. Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий.	ПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий. ПК-1.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в	06.001 Программист 06.022 Системный аналитик 40.011 Специалист по научно-исследовательским и опытно-конструкторским разработкам

	междисциплинарных. Объектами профессиональной деятельности могут быть имитационные модели сложных процессов управления, программные средства, администрирование вычислительных, информационных процессов, а также других процессов цифровой экономики.		математике и информатике.  ПК-1.3. Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.	
<b>Тип задач профессиональной деятельности: педагогический</b>				
Организация учебной деятельности обучающихся, педагогический контроль и оценка освоения образовательной программы, преподавание и разработка программно-методического обеспечения учебных предметов, дисциплин (модулей) программ профессионального обучения, СПО и ДПП.	Образовательные программы и образовательный процесс в системе специального профессионального образования и дополнительного образования.	ПК-2. Способен преподавать математику и информатику в средней школе, специальных учебных заведениях на основе полученного фундаментального образования и научного мировоззрения.	ПК-2.1. Знает требования к организационно-методическому и педагогическому обеспечению программ профессионального обучения, среднего профессионального образования и дополнительных профессиональных программ; знает методические основы преподавания профессиональных дисциплин.  ПК-2.2. Умеет планировать лекционные и семинарские занятия по программам	01.004 Педагог профессионального обучения, профессионального образования и дополнительного профессионального образования

			<p>профессионального обучения математике и информатике, с учетом уровня подготовки и психологию аудитории.</p> <p>ПК-2.3. Имеет практический опыт проведения индивидуальных занятий.</p>	
<b>Тип задач профессиональной деятельности: производственно-технологический</b>				
<p>Проектирование и реализация программного обеспечения. Создание архитектуры программных средств.</p>	<p>Математические и алгоритмические модели, программы, программные системы и комплексы, методы их проектирования и реализации, способы производства, сопровождения, эксплуатации и администрирования в различных областях, в том числе в междисциплинарных. Объектами профессиональной деятельности могут быть имитационные модели сложных процессов</p>	<p>ПК-3. Способен создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках, промышленности и бизнесе, с учетом возможностей современных информационных технологий и программирования и компьютерной техники.</p>	<p>ПК-3.1. Знает основные методы проектирования и производства программного продукта, принципы построения, структуры и приемы работы с инструментальными средствами, поддерживающими создание программных продуктов и программных комплексов, их сопровождения, администрирования и развития (эволюции).</p> <p>ПК-3.2. Умеет использовать методы проектирования и производства программного продукта, принципы построения, структуры и приемы работы с инструментальными средствами, поддерживающими создание</p>	<p>06.001 Программист</p> <p>06.022 Системный аналитик</p> <p>40.011 Специалист по научно-исследовательским и опытно-конструкторским разработкам</p>

управления, программные средства, администрирование вычислительных, информационных процессов, а также других процессов цифровой экономики.		программного продукта.  ПК-3.3. Имеет практический опыт применения указанных выше методов и технологий.
	ПК-4. Способен использовать современные методы разработки и реализации конкретных алгоритмов математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ моделирования.	ПК-4.1. Знает современные методы разработки и реализации алгоритмов математических моделей на базе языков и пакетов прикладных программ моделирования.  ПК-4.2. Умеет разрабатывать и реализовывать алгоритмы математических моделей на базе языков и пакетов прикладных программ моделирования.  ПК-4.3. Имеет практический опыт разработки и реализации алгоритмов на базе языков и пакетов прикладных программ моделирования.
	ПК-5. Способен участвовать в разработке технической документации программных продуктов и	ПК-5.1. Знает основные стандарты, нормы и правила разработки технической документации программных продуктов и программных комплексов.  ПК-5.2. Умеет использовать их

		программных комплексов.	при подготовке технической документации программных продуктов.  ПК-5.3. Имеет практический опыт подготовки технической документации.	
<b>Тип задач профессиональной деятельности: организационно-управленческий</b>				
Управление работами по созданию программных систем и комплексов. Менеджмент проектов в области программирования и ИТ.	Математические и алгоритмические модели, программы, программные системы и комплексы, методы их проектирования и реализации, способы производства, сопровождения, эксплуатации и администрирования в различных областях, в том числе в междисциплинарных. Объектами профессиональной деятельности могут быть имитационные модели сложных процессов управления, программные средства, администрирование	ПК-6. Способен принимать участие в управлении проектами создания информационных систем и программных комплексов на стадиях их жизненного цикла.	ПК-6.1. Знает методы организации работы в коллективах разработчиков ПО, направления развития методов и программных средств коллективной разработки ПО.  ПК-6.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности,  ПК-6.3. Имеет навыки коллективной разработки ПО.	06.001 Программист  06.022 Системный аналитик  40.011 Специалист по научно-исследовательским и опытно-конструкторским разработкам
		ПК-7. Способен учитывать знания проблем и тенденций развития рынка ПО в профессиональной деятельности.	ПК-7.1. Знает проблемы и тенденции развития рынка программного обеспечения. Ознакомлен с содержанием “Единого реестра программ для электронных вычислительных машин и баз данных”.  ПК-7.2. Умеет использовать знания проблем и тенденций	

	вычислительных, информационных процессов, а также других процессов		развития рынка ПО в своей профессиональной деятельности. ПК-7.3. Имеет практический опыт рыночной оценки конкретного программного продукта.	
--	--	--	--	--

## Раздел 5. ПРИМЕРНАЯ СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ОПОП

### 5.1. Рекомендуемый объем обязательной части образовательной программы

Согласно положениям Федерального закона №273-ФЗ образовательная программа включает обязательную часть (базовую) и часть, формируемую участниками образовательных отношений (вариативную). Это обеспечивает возможность разработки и реализации в рамках одного направления подготовки ОПОП, ориентированных на разный набор задач профессиональной деятельности и (или) имеющих различные направленности (профили).

Формирование структуры и содержания программ, выбор образовательных технологий и средств оценивания происходят на основе требуемых компетенций выпускников и индикаторов их достижения, указанных в разделах 3 и 4 настоящей ПООП.

Выбор направленности программ в рамках направления подготовки должен учитывать требования ФГОС ВО указывающие, что программа бакалавриата может иметь профиль, ориентированный на конкретные области и (или) сферы, и (или) задачи, и (или) объекты профессиональной деятельности и (или) области знания в рамках направления подготовки.

В одной ОПОП могут сочетаться задачи научно-исследовательского, педагогического, производственно-технологического и организационно-управленческого типа с учетом требований ФГОС ВО и рекомендаций, приведенных в разделах 3 и 4 настоящей ПООП.

Возможный перечень профилей установлен в разделе 3 настоящей ПООП.

Результаты обучения по отдельным дисциплинам (модулям) должны быть соотнесены с рекомендациями раздела 4 настоящей ПООП и (или) учитывать потребности заинтересованных работодателей на основе анализа требований к компетенциям, предъявляемых к выпускникам данного направления подготовки на рынке труда.

Объем базовой части Блока 1 должен составлять 120-160 з.е. и 60-80 з.е. в вариативной части Блока 1. При этом дисциплины по выбору должны составлять не менее 25 % от вариативной части Блока 1. Это соотношение обусловлено координацией набора компетенций образовательного стандарта и трудовых функций профессиональных стандартов.

## **5.2. Рекомендуемые типы практики**

В Блок 2 «Практика» входят учебная и производственная практики (далее вместе – практики)

Типы учебной практики:

- научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы)
- технологическая (проектно-технологическая) практика

Типы производственной практики:



- научно-исследовательская работа
- технологическая (проектно-технологическая) практика

### 5.3. Примерный учебный план и примерный календарный учебный график

#### Пояснительная записка

При построении примерного учебного плана было учтено следующее:

1. Один семестр соответствует 30 з.е..

2. Базовая часть Блока 1 содержит:

а) гуманитарные дисциплины, ориентированные на реализацию универсальных компетенций;

б) программные модули, основная ориентация которых – общепрофессиональные и профессиональные компетенции. Для дисциплин этих модулей приведены примерные рабочие программы.

3. Вариативная часть Блока 1 состоит из четырех программных модулей:

а) гуманитарно-экономические дисциплины;

б) дисциплины, углубляющие математическую подготовку обучающихся;

в) дисциплины, расширяющие знания обучающихся в программировании и информационных технологиях;

г) дисциплины профильной подготовки.

Выбор конкретных дисциплин этих модулей возлагается на разработчиков ОПОП организации, с учетом мнения работодателей региона ВУЗа. При составлении рабочих программ организация может вводить дополнительные профессиональные компетенции и изменять объемы данных модулей в з.е..

4. Базовая часть Блока 2 состоит из двух модулей практики:

а) научно-исследовательская работа;

б) производственная практика.

Первый из них ориентирован на выработку у обучающихся навыков научно-исследовательской работы в области математики и компьютерных наук, а второй – на будущую производственную деятельность выпускника данного направления.

5. В вариативную часть Блока 2 организация может включить дополнительные практики и спецпрактики, ориентированные на профильную подготовку обучающихся, выделяя для них з.е. модуля профильной подготовки.

6. В данной примерной программе в Блоке 3 “Государственная итоговая аттестация” предусмотрена только подготовка к процедуре защиты и защита выпускной квалификационной работы. При необходимости организация может включить в этот блок ОПОП раздел подготовки и сдачи государственного экзамена. В этом случае, соотношения между разделами данного блока в з.е. выглядят так:

подготовка и сдача государственного экзамена – 3 з.е.

подготовка к процедуре защиты и защита выпускной квалификационной работы – 6 з.е..

Примерный учебный план  
02.03.01 «Математика и компьютерные науки»  
высшее образование - программы бакалавриата

Индекс	Наименование	Формы промежуточной аттестации	Трудоемкость, з.е.	Примерное распределение по семестрам (триместрам)								Компетенции	
				1-й	2-й	3-й	4-й	5-й	6-й	7-й	8-й		
<b>Б1</b>	<b>Блок 1 «Дисциплины (модули)»</b>		211										
<b>Б1.Б</b>	<b>Обязательная часть Блока 1</b>		141										
Б1.Б.Д1	Безопасность жизнедеятельности	зачет	2						✓				УК-8.
Б1.Б.Д2	Иностранный язык	зачет, экзамен	12	✓	✓	✓	✓	✓	✓				УК-4.
Б1.Б.Д3	История	зачет	2		✓								УК-5.
Б1.Б.Д4	Физическая культура	зачет	2	✓	✓	✓	✓	✓	✓				УК-7.
Б1.Б.Д5	Философия	зачет с оценкой	2									✓	УК-5.
Б1.Б.М2	Математика I		64										УК-1. ОПК-1. ПК-1.
Б1.Б.М2	Алгебра и теория чисел	зачет, экзамен	21	✓	✓	✓	✓						УК-1.



.Д1												ОПК-1. ПК-1.
Б1.Б.М4 .Д2	Математическая логика	экзамен	4				✓					УК-1. ОПК-1. ПК-1.
Б1.Б.М6	Программирование I		18									УК-1. УК-2. ОПК-4. ОПК-5. ПК-1. ПК-2. ПК-3. ПК-4.
Б1.Б.М6 .Д1	Операционные системы и оболочки	зачет	4									УК-1. УК-2. ОПК-4. ОПК-5. ПК-1. ПК-2. ПК-3.
Б1.Б.М6 .Д2	Основы программирования	зачет, экзамен	12		✓	✓	✓					УК-1. УК-2. ОПК-4. ОПК-5. ПК-1. ПК-2. ПК-4.
Б1.Б.М6 .Д3	Структуры и алгоритмы компьютерной обработки данных	зачет, экзамен	2				✓					УК-1. УК-2. ОПК-4.

													ОПК-5. ПК-1. ПК-2. ПК-4.
<b>Б1.В</b>	<b>Часть Блока 1, формируемая участниками образовательных отношений"</b>		70										
Б1.В.М 1	Гуманитарные и экономические дисциплины	зачет	8						✓	✓	✓		УК-1. УК-2. ОПК-6. ОПК-7. ПК-5. ПК-6.
Б1.В.М 5	Математика IV	зачет, экзамен	17					✓	✓	✓	✓		УК-1. ОПК-1. ОПК-5. ПК-1.
Б1.В.М 7	Программирование II	зачет, экзамен	12					✓	✓	✓	✓		УК-1. УК-2. ОПК-4. ОПК-5. ПК-1. ПК-3. ПК-4. ПК-5. ПК-6. ПК-7.
Б1.В.М 8	Профильная подготовка (Специальные курсы; специальные семинары; спецпрактикумы; научно-исследовательские проекты; дисциплины, углубляющие знания в профильной подготовке)	зачет, экзамен	33					✓	✓	✓	✓		УК-1. УК-2. УК-3. УК-4.

													ОПК-1. ОПК-2. ОПК-3. ОПК-4. ОПК-5. ОПК-6. ОПК-7. ПК-1. ПК-2. ПК-3. ПК-4. ПК-5. ПК-6. ПК-7.
<b>Б2</b>	<b>Блок 2 «Практика»</b>		20										
<b>Б2.Б</b>	<b>Обязательная часть Блока 2</b>		20										
Б2.Б.1	Производственная	зачет с оценкой	8			✓		✓	✓				УК-1. УК-2. УК-3. УК-4. УК-6. ОПК-1. ОПК-3. ОПК-4. ОПК-5. ОПК-6. ОПК-7. ПК-1. ПК-3.







Примерный календарный учебный график  
02.03.01 «Математика и компьютерные науки»  
высшее образование - программы бакалавриата

Месяцы	Сентябрь				Октябрь				Ноябрь				Декабрь				Январь				Февраль				Март				Апрель				Май				Июнь				Июль				Август											
Недели	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52				
Курсы	I	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Э	Э	Э	К	К	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Э	Э	Э	К	К	К	К	К	К	К	К	К	К	К	К		
	II	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Э	Э	Э	К	К	НР	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	НР	НР	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	У	У	Э	Э	Э	К	К	К	К	К	К	К	К	К	К	К	
	III	НР	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	НР	НР	Э	Э	Э	К	К	НР	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	НР	НР	Э	Э	Э	К	К	К	К	К	К	К	К	К	К	К		
	IV	НР	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	НР	НР	П	П	П	Э	Э	Э	К	К	П	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1	Б1

Б1 – учебный процесс по Блоку 1 «Дисциплины (модули)»	Э – промежуточная аттестация
Б2 – учебный процесс по Блоку 2 «Практика»	К – каникулы
	Д – государственная итоговая аттестация
	У – учебная практика
	П – производственная практика
	НР- научно-исследовательская работа

Сводные данные по бюджету времени (в неделях)							
Курс	Б1	Б2	Э	К	Д	НР	Всего
I	35	0	6	11	0	0	52
II	30	2	6	11	0	3	52

III	29	0	6	11	0	6	52
IV	21	6	5	11	6	3	52
ИТОГО	115	8	23	44	6	12	208

#### 5.4. Примерные рабочие программы дисциплин (модулей) и практик

Индекс	Наименование и краткое содержание дисциплины (модулей) и практик
Б1.Б.Д 1	Безопасность жизнедеятельности Занятия по дисциплине “Безопасность жизнедеятельности” проводятся на основе программы подготовки поданной дисциплине, утвержденной в естественных факультетов.
Б1.Б.Д 2	Иностранный язык Изучениеиностранного языка осуществляется на основе программы языковой подготовки,утвержденной в вузе для бакалавров естественных факультетов.
Б1.Б.Д 3	История Изучение Истории осуществляется на основе программы подготовки по Истории, утвержденной в вузе для бакалавров естественных факультетов.
Б1.Б.Д 4	Физическая культура Занятия по дисциплине “Физическая культура” проводятся на основе программы подготовки по Физической культуре, утвержденной в вузе для бакалавров естественных факультетов. Согласно ФГОС ВО эта дисциплина имеет трудоемкость не менее 2 з.е. (в объеме не менее 328 академических часов).
Б1.Б.Д 5	Философия Изучение Философии осуществляется на основе программы подготовки по Философии, утвержденной в вузе для бакалавров естественных факультетов.
Б1.Б.М 2	Математика I

Б1.Б.М Алгебра и теория чисел  
2.Д1

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**«Алгебра и теория чисел»**

основной образовательной программы высшего профессионального образования

подготовки по направлению *02.03.01*

*Математика и компьютерные науки*

для получения квалификации (степени) *бакалавр*

Трудоёмкость учебной дисциплины 21 зачётная единица

Язык обучения – русский

**Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

**1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Обучение студентов основным алгебраическим методам; развитие у студентов доказательного, логического мышления; подготовка к восприятию математических дисциплин. Уметь использовать методы и инструментальные средства исследования объектов профессиональной деятельности

**1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Общее среднее образование.

### **1.3. Перечень формируемых компетенций (результаты обучения)**

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

ОПК-1 Готов консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности.

ПК-1 Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий.

Знать содержание дисциплины "Алгебра и теория чисел" и иметь достаточно полное представление о возможностях её в других разделах математики и приложениях; иметь представление об основных алгебраических структурах: группах, кольцах, полях, векторных пространствах; иметь представление о кольцах, в частности, о кольцах многочленов; владеть основами матричной и операторной алгебры в соответствии с программой курса.

### **1.4. Перечень объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

В данном курсе, как правило, применяются классические аудиторные методы. Наряду с этим в рамках самостоятельной работы предусматривается освоение материала с использованием учебников и учебных пособий, а также текста некоторых разделов курса, представляемого лектором.

## **Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

### **2.1. Организация учебных занятий**

#### **2.1.1. Основной курс.**

*Трудоёмкость, объёмы учебной работы*

Всего:

Лекций – 205 часов;

Практических занятий – 120 часов;

Контрольных работ – 16 часов;

Самостоятельная работа – 152 часов;

Трудоёмкость – 21 з.е.

*Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации*

Код модуля в составе дисциплины	Промежуточная аттестация		Текущий контроль	
	Виды	Сроки	Формы	Сроки
<i>очная форма обучения</i>				
С 1	Зачет	18-21 неделя	Контрольные работы	1-17 неделя
	Экзамен			
С 2	Зачет	40-43 неделя	Контрольные работы	22-39 неделя
	Экзамен			



С 3	Зачет	18-21 неделя	Контрольные работы	11-17 неделя
	Экзамен			
С 4	Зачет	40-43 неделя	Контрольные работы	22-39 неделя
	Экзамен			

Структура и содержание учебной дисциплины

### Первый семестр

1. Евклидовы кольца и области главных идеалов (лекции – 10 ч., практические занятия – 10 ч., самостоятельная работа – 6 ч.)

Кольца и поля. Кольца целых чисел и многочленов над полем. Деление с остатком. Сравнения по модулю. Факторкольцо. Евклидовы области. Нё-и-факториальность области главных идеалов. Теорема Евклида о простых числах. Теоремы Ферма, Эйлера, Вильсона. Китайская теорема об остатках. Открытый ключ. Применение теоремы Эйлера в криптографии. Метод RSA. Нелинейные диофантовы уравнения от двух переменных. Уравне

2. Поле комплексных чисел (лекции – 6 ч., практические занятия – 7 ч., самостоятельная работа – 4 ч.)

Построение поля комплексных чисел. Тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Модуль, аргумент, сопряжение, их свойства. Формулы Муавра. Комплексные корни из единицы. Корни из комплексного числа. Функция Мёбиуса.

3. Многочлены дробно-рациональные функции (лекции – 6 ч., практические занятия – 6 ч., самостоятельная работа – 4 ч.)

Многочлены над кольцами. Гомоморфизм подстановки. Теорема о старшем члене произведения многочленов. Степень произведения и суммы. Пр

и кратные корни. Алгебраически замкнутые поля. Неприводимые многочлены над полями комплексных и вещественных чисел. Получастных областей. Дробно-рациональные функции. Разложение на простейшие дроби. Формула Тэйлора.

4. Матрицы (лекции – 6 ч., практические занятия – 6 ч., самостоятельная работа – 8 ч.)

Действия над матрицами и их свойства. Транспонирование матриц. Элементарные преобразования и элементарные матрицы. Теоремы о приведении матрицы к каноническому виду с помощью элементарных преобразований. Обратимые матрицы.

5. Векторные пространства и системы линейных уравнений (лекции – 17 ч., практические занятия – 16 ч., самостоятельная работа – 8 ч.)

Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Понятие векторного пространства и подпространства, примеры. Линейная независимость векторов. Оболочка. Базис, эквивалентные определения, примеры. Размерность, основные свойства. Координаты. Формула замены базиса. Ранг матрицы. Невырожденность матрицы. Теорема Кронекера – Капелли. Теорема Крамера. Однородные системы. Линейные отображения, ядро и образ. Соотношения между размерностями ядра и образа линейного отображения. Структура множества решений однородной системы линейных уравнений. Линейные коды. Сумма и пересечение подпространств.

## **Второй семестр**

1. Определители (лекции – 8 ч., практические занятия – 4 ч., самостоятельная работа – 10 ч.)

Перестановки, транспозиции, чётность перестановки. Определитель матрицы. Разложение по строке и другие свойства определителя. Минорный разложение произведения матриц. Взаимная матрица. Нахождение обратной матрицы. Формулы Крамера.

2. Унитарные и евклидовы пространства (лекции – 6 ч., практические занятия – 2 ч., самостоятельная работа – 10 ч.)

Скалярное произведение, матрица Грама, её изменение при замене базиса. Невырожденность скалярного произведения. Процесс ортогонализации.

Шмидта. Унитарное и евклидово векторное пространство, норма. Неравенство Коши—Буняковского, неравенство треугольника. Ортогональное дополнение подпространства.

3. Квадратичные формы (лекции – 8 ч., практические занятия – 3 ч., самостоятельная работа – 9 ч.)

Билинейные и квадратичные формы. Матричная запись. Изменение матрицы квадратичной формы при линейном преобразовании. Теорема Лагранжа об инерции квадратичных форм. Положительная определённость квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к диагональному виду с помощью ортогонального преобразования.

4. Элементы теории групп (лекции – 20 ч., практические занятия – 3 ч., самостоятельная работа – 9 ч.)

Подгруппы. Гомоморфизм групп, свойства. Ядро и образ гомоморфизма. Отношения смежности по подгруппе. Классы смежности. Теорема Лагранжа. Нормальные подгруппы. Факторгруппа. Теоремы о гомоморфизме. Циклические группы. Симметрические группы. Классификация циклических групп. Центры коммутант. Действие группы на множестве. Прямые и полупрямые произведения. Теоремы Силова.

Модули над областями главных идеалов и линейные операторы (лекции – 18 ч., практические занятия – 3 ч., самостоятельная работа – 10 ч.)

Гомоморфизмы модулей. Свободные модули. Инвариантность ранга. Нётеровы и артиновы модули и кольца. Теорема Гильберта о базисе. Подмодули свободных модулей над областями главных идеалов. Метод Гаусса для области главных идеалов. Теорема об элементарных делителях. Строение и порождённых модулей. Линейные операторы как модули над кольцом многочленов. Матрица линейного оператора. Диагонализуемые операторы. Характеристический многочлен линейного оператора. Циклическое пространство, его характеристический многочлен. Теорема Гамильтона—Кэли (о характеристическом многочлене операторов). Канонические формы матрицы линейного оператора.

### Третий семестр

1. Дополнительные сведения о кольцах (лекции – 8 ч., практические занятия – 6 ч., самостоятельная работа – 18 ч.)

Теоремы о гомоморфизме и о соответствии для колец. Теорема Гаусса о кольце многочленов над факториальным кольцом. Критерии неприводимости

нескольких переменных. Симметрические многочлены. Полиномиальные идеалы. Базис Грёбнера. Циклические коды.

2 Теория Галуа полей (лекции – 12 ч., практические занятия – 10 ч., самостоятельная работа – 17 ч.)

Алгебраические и трансцендентные расширения. Степень и базис трансцендентности. Строение простых алгебраических расширений. Сепарабельное разложение многочлена. Нормальные расширения. Основная теорема теории Галуа. Теорема о примитивном элементе. Теории Куммера и Артина. Классификация конечных полей. Вычисления в конечных полях. Конечные поля и теория кодирования.

3. Операторы в пространствах со скалярным произведением (лекции – 10 ч., практические занятия – 14 ч., самостоятельная работа – 14 ч.)

Двойственное отображение. Изоморфность пространства и второго пространства функционалов. Сопряжённые операторы в евклидовом пространстве. Матрица сопряжённого оператора в ортонормированном базисе. Сопряжённый оператор в унитарном пространстве, его матрица. Нормальные операторы в евклидовом пространстве. Диагонализация матрицы нормального оператора. Нормальные операторы в евклидовом пространстве. Канонический вид матрицы нормального оператора в евклидовом пространстве. Изометрические операторы, простейшие свойства. Унитарные операторы, их собственные значения. Эрмитовы операторы. Канонический вид матрицы ортогонального оператора. Самосопряжённые операторы. Оператор ортогонального проектирования. Спектр

#### **Четвертый семестр**

1. Тензорное произведение (лекции – 10 ч., практические занятия – 6 ч., самостоятельная работа – 4 ч.)

Тензорное произведение модулей над коммутативным кольцом, конструкция и свойства. Изоморфизм сопряжённости. Тензорное произведение линейных отображений. Базис тензорного произведения пространств. Кронекерово произведение матриц. Классическое определение тензоров. Расширение основного поля. Комплексификация. Тензорная алгебра линейного пространства. Тензорное исчисление и квантовые алгоритмы.

2. Алгебры (лекции – 12 ч., практические занятия – 6 ч., самостоятельная работа – 6 ч.)

Понятие алгебры над полем. Примеры. Простота полной матричной алгебры. Алгебра кватернионов. Тожество Эйлера (о произведении сумм членов

Алгебра Кэли. Построение внешней алгебры, простейшие свойства. Приложение к теории определителей.

3. Дополнительные главы теории чисел (лекции – 18 ч., практические занятия – 8 ч., самостоятельная работа – 7 ч.)

Цепные дроби. Квадратичный закон взаимности. Первообразные корни в кольцах вычетов. Целые элементы и целое замыкание. Кольца дискретного нормирования. Локализация. Дедекиндовы кольца. Основная теорема арифметики в дедекиндовых кольцах. Группа классов идеалов.

4. Представления конечных групп (лекции – 20 ч., практические занятия – 10 ч., самостоятельная работа – 8 ч.)

Определение представления. Примеры. Регулярное представление. Прямая сумма. Неприводимые представления. Представления абелевых групп. Теорема Машке. Матричные коэффициенты представлений и их ортогональность. Коммутативное дискретное преобразование Фурье. Теорема Бернштейна. Соотношения ортогональности, таблица характеров. Индуцированные представления. Закон взаимности Фробениуса. Инвариантные формы на представлениях. Вещественные представления, индекс Шура.

### **Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

#### **3.1. Методическое обеспечение**

##### **3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

Успешное освоение дисциплины возможно благодаря посещению лекций, участию в обсуждении рассматриваемых вопросов, самостоятельной работе.

##### **3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

Самостоятельная работа студентов в рамках данной дисциплины является важным компонентом обучения, предусмотренным компетентностно-ориентированным учебным планом.

учебным планом и рабочей программой учебной дисциплины.

Настоящей программой предусмотрены формы самостоятельной работы с использованием методических материалов по тематике курса и источники данной программы.

Перечень примерных вопросов для самостоятельной работы студентов:

Система RSA, криптография с открытым ключом.

Понятие об эллиптических кривых, использование эллиптических кривых в криптографии

Минор произвольного порядка, дополнительный минор и алгебраическое дополнение к минору. Формулировка теоремы Лапласа. Групповые коды

Многочлены с рациональными и целыми коэффициентами. Редукция целочисленного многочлена. Редукционный признак неприводимости, признак Эйзенштейна. Неприводимость целочисленного многочлена над полем рациональных чисел и неразложимость в кольце целочисленных многочленов корни целочисленного многочлена. Алгоритм разложения многочлена на неприводимые множители. Примеры нефакториальных колец. Теорема Ланге в формах. Кватернионы. 3D-анимации и два состояния вращения.

Алгоритм Бухбергера построения базисов Грёбнера.

Применения базисов Грёбнера.

Циклические коды, циклические избыточные коды. Разложение натурального числа в сумму четырёх квадратов. Полугруппы. Полугруппы с автоморфизмами

Булевы алгебры. Решётки.

Вычисления в конечных полях. Дискретный логарифм. Применение конечных полей в теории кодирования.

Тензорное исчисление и квантовые алгоритмы.

**3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации**

Письменные контрольные работы. Оцениваются по системе зачет-незачет, устный коллоквиум оценивается по стандартной шкале. В каждом семестре устный зачет, устный экзамен.

**3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные оценочные средства)**

1. Понятия кольца и поля. Примеры.
2. Сравнения по модулю. Факторкольцо.
3. Деление с остатком. Евклидовы области.
4. Нётеровость факториальность области главных идеалов.
5. Теорема Евклида о простых числах.
6. Теоремы Ферма, Эйлера,
7. Китайская теорема об остатках.
8. Применение теоремы Эйлера в криптографии. Метод RSA
9. Уравнение Пелля.
10. Идеалы кольца многочленов над полем.
11. Общий наибольший делитель семейства многочленов: существование, единственность, линейное представление.

12. Алгоритм Евклида для многочленов.
13. Взаимнопростые многочлены и их свойства.
14. Неприводимые многочлены и их свойства.
15. Основная теорема арифметики для многочленов.
16. Сравнения по модулю многочлена. Кольцо вычетов по модулю многочлена. Условие, когда это кольцо – поле.
17. Поле комплексных чисел как кольцо вычетов по модулю  $x^2+1$ .
18. Геометрическое изображение и тригонометрическая форма комплексного числа. Модуль и аргумент.
19. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме. Экспонента. Комплексное число. Формулы Муавра и Эйлера.
20. Тригонометрические приложения формул Муавра и Эйлера.
21. Извлечение квадратного корня из комплексного числа.
22. Корни произвольной степени из комплексных чисел.
23. Корни из 1. Первообразные корни из 1.
24. Неравенства для модулей суммы и разности комплексных чисел.
25. Теорема о числе корней многочлена.
26. Алгебраически замкнутые поля. Формулировка основной теоремы высшей алгебры.
27. Каноническое разложение многочлена над алгебраически замкнутым полем.
28. Матрицы, действия над ними. Ассоциативность умножения матриц.



29. Единичная матрица. Транспонирование матриц и его связь с действиями над матрицами.
30. Элементарные преобразования над матрицами. Элементарные матрицы и сведение элементарных преобразований к умножению на элемент.
31. Теорема о приведении матрицы при помощи элементарных преобразований.
32. Обратимые матрицы и их разложение в произведение элементарных матриц.
33. Системы линейных уравнений, равносильные системы.
34. Элементарные преобразования над системами уравнений.
35. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
36. Векторные пространства, примеры. Пространство столбцов.
37. Линейно независимые и линейно зависимые системы векторов.
38. Подпространство. Линейная оболочка. Порождающие системы.
39. Три равносильных определения базиса.
40. Существование базиса конечно порожденного векторного пространства.
41. Теорема о дополнении линейно независимой системы до базиса и об извлечении базиса из порождающей системы. Следствия.
42. Теорема о линейной зависимости линейных комбинаций.
43. Равномощность базисов. Размерность пространства.
44. Размерность пространства столбцов.
45. Условие того, чтобы набор линейных комбинаций элементов базиса снова был базисом. Матрица перехода.

46. Координаты вектора в различных базисах.
47. Ранг матрицы и его инвариантность при элементарных преобразованиях.
48. Столбцовый ранг и его совпадение с рангом матрицы.
49. невырожденные матрицы и их различные характеристики.
50. Характеризация ранга матрицы при помощи невырожденных подматриц.
51. Теорема Кронекера-Капелли.
52. Теорема Крамера.
53. Условия существования нетривиального решения однородной системы линейных уравнений.
54. Линейные коды.
55. Линейные отображения.
56. Ядро и образ линейного отображения; связь их размерностей и размерности отображаемого пространства.
57. Ранг матрицы линейного отображения.
58. Структура множества решений однородной системы.
59. Определители 2-го и 3-го порядков.
60. Аксиоматическое определение определителя.
61. Линейность определителя по столбцам.
62. Определитель с равными столбцами.

63. Определители вырожденных и невырожденных матриц.
64. Перестановки, инверсии. Определитель перестановочной матрицы.
65. Развёрнутая формула для определителя.
66. Существование функции, удовлетворяющей аксиомам определителя.
67. Определители второго и третьего порядков.
68. Выражение решения системы линейных уравнений с невырожденной матрицей через определители (формулы Крамера).
69. Определитель произведения квадратных матриц. Определитель транспонированной матрицы.
70. Миноры алгебраическое дополнение.
71. Взаимная матрица и ее свойство. Формула для обратной матрицы.
72. Матрица квадратичной формы и ее изменение при линейных преобразованиях.
73. Приведение квадратичной формы к диагональному виду невырожденным линейным преобразованием переменных.
74. Положительно определенные квадратичные формы.
75. Закон инерции вещественных квадратичных форм.
76. Аффинное пространство. Система координат в нем. Формула перехода от одной системы координат к другой.
77. Линейные многообразия в аффинных пространствах.
78. Аффинная классификация поверхностей второго порядка в  $n$ -мерном пространстве.
79. Аффинная классификация поверхностей второго порядка в 2-х- и 3-х-мерном пространствах.

80. Евклидово пространство. Неравенство Коши-Буняковского. Длина вектора. Угол между векторами.
81. Процесс ортогонализации. Теоремы о существовании ортонормированных базисов.
82. Матрица перехода от одного ортонормированного базиса к другому.
83. Ортогональное приведение квадратичной формы к каноническому виду.
84. Приведение уравнения поверхности второго порядка к каноническому виду.
85. Группы. Пустяковые теоремы. Примеры групп.
86. Группы преобразований.
87. Гомоморфизмы. Пустяковые теоремы о гомоморфизмах. Ядро. Образ.
88. Действия над подмножествами группы. Свойства действий.
89. Смежные классы. Разложение группы в объединение смежных классов.
90. Теорема Лагранжа. Ее теоретико-числовое применение.
91. Факторгруппа по нормальному делителю.
92. Теорема о гомоморфизме.
93. 2-я теорема о гомоморфизмах.
94. 3-я теорема о гомоморфизмах.
95. Соотношение между порядками группы, подгруппы и индексом.
96. Циклические группы.

97. Простые и неприводимые элементы области целостности. Пример неприводимого, но непростого элемента.
98. Условие обрыва цепей делителей и существование разложений в произведение неприводимых элементов.
99. Факториальность кольца, в котором каждый элемент раскладывается в произведение простых элементов.
100. Необходимое и достаточное условие факториальности кольца.
101. Факториальность области главных идеалов. Евклидовы кольца.
102. Кольцо целых чисел Гаусса.
103. Простые элементы кольца целых чисел Гаусса.
104. Пифагоровы тройки.
105. Лемма Гаусса и ее следствие.
106. Примитивные многочлены над факториальным кольцом. Делимость на примитивный многочлен.
107. Теорема Гаусса о факториальности кольца многочленов над факториальным кольцом. Простые элементы кольца многочленов над факториальным кольцом.

### 3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса

Не предусмотрено

### 3.2. Кадровое обеспечение

#### 3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий

К чтению лекций должны привлекаться преподаватели, имеющие ученую степень кандидата или доктора наук (в том числе степень PhD, прошедшие

процедуру признания и установления эквивалентности). Преподаватели, привлекаемые к проведению практических занятий, должны иметь базовые знания в области математики (включая

### **3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

Не предполагается.

## **3.3. Материально-техническое обеспечение**

### **3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Стандартнооборудованные лекционные аудитории.

### **3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения**

Не предусматриваются.

### **3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

Не предусматриваются.

### **3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

Не предусматриваются.

### **3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Не предусматриваются.

## **3.4. Информационное обеспечение**

### **3.4.1 Список обязательной литературы**

1. Д. К. Фаддеев, Лекции по алгебре, СПб, 2002. 2. З.И. Борович, Определители и матрицы, СПб, 2001. 3. А. А. Семенов, Р. А. Шмидт, Начала алгебры, СПб, 2001.

Фаддеев, И.С. Соминский, Задачи по высшей алгебре, СПб, 2001.5. Задачи по алгебре. Комплексные числа и многочлены. СПб, Издательство СПбГУ, 2008.7. Задачи по алгебре. Основы теории групп, СПб, Издательство СПбГУ, 1996.

### 3.4.2 Список дополнительной литературы

1. Р. А. Шмидт, Алгебра, СПб, Издательство СПбГУ, 2008.2. Э.Б. Винберг, Курс алгебры, М., 2002.3. А. И. Кострикин, Введение в алгебру. Часть 1. М., 2004. А. И. Кострикин, Введение в алгебру. Часть 2. Линейная алгебра, М., 2005. А. И. Кострикин, Введение в алгебру. Часть 3. Основные структуры, М., 2007. М. Гельфанд, Лекции по линейной алгебре, М., 2007.

### Раздел 4. Разработчики программы

Жуков Игорь Борисович, доктор физ.-мат. наук, профессор;

Зильберборд Игорь Михайлович, кандидат физ.-мат. наук, старший преподаватель.

Б1.Б.М Геометрия и топология  
2.Д2

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### «Геометрия и топология»

основной образовательной программы высшего профессионального образования

подготовки по направлению *02.03.01*

*Математика и компьютерные науки*

для получения квалификации (степени) *бакалавр*

Трудоёмкость учебной дисциплины 16 зачётных единиц

Язык обучения – русский

## **Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

### **1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Обучение студентов методам описания физических объектов и процессов средствами геометрии; освоение основных методов решения задач анализа дифференциальной геометрии и топологии; формирование навыков анализа специфических задач, допускающих инвариантное геометрическое описание.

### **1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Первый год обучения: первоначальное знакомство с теорией множеств и основными понятиями евклидовой геометрии. Второй год обучения: основные понятия и утверждения из математического анализа (формулы Тейлора, теорема о неявной функции, обобщенные формулы Ньютона-Лейбница, условия интегрируемости); теоремы существования и единственности обыкновенных дифференциальных уравнений.

### **1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

**Перечень формируемых компетенций :**



УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической статистики, вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности.

ПК-1 Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий.

В процессе изучения дисциплины «Геометрия и топология» обучаемые приобретают следующие

- знания**
- знание содержания дисциплины «Геометрия и топология» и обладание достаточно полным представлением о возможностях применения её разделов в различных областях математики;
- умения**
- умение делать математическую постановку задачи исследования составного объекта;
  - умение находить эффективные алгоритмы при решении конкретных геометрических задач;
- навыки**
- навык выбора того или иного алгоритма решения в зависимости от специфики задачи;
  - выделения параметров задачи, изменение которых влечёт уменьшение времени её решения.

Знать содержание дисциплины «Геометрия и топология». Уметь формализовывать поставленные задачи и выбирать алгоритмы решения поставленных задач, обеспечивающих эффективную реализацию, учитывающую специфику задачи.

#### 1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий

В качестве основных интерактивных форм (общее количество 240 часов) предполагается

- проведение лекционных занятий (120 часов), на которых студенты будут изучать различные разделы геометрии, со своими специфическими исследования.
- проведение практических занятий (120 часов), на которых студенты будут изучать различные задачи геометрии, алгоритмы и методы их решения.

Построение курса подразумевает освоение студентами современных методов решения задач геометрии и топологии.

## **Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

### **2.1. Организация учебных занятий**

#### **2.1.1 Основной курс**

Организация учебных занятий.

*Трудоёмкость, объёмы учебной работы*

	лекции	практические занятия	Самостоятельная работа	Трудоёмкость з.е.
C1	30	30	30	4
C2	30	30	30	4

С3	30	30	30	4
С4	30	30	30	4
итого	120	120	120	16

*Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации*

Код модуля в составе дисциплины	Промежуточная аттестация		Текущий контроль	
	Виды	Сроки	Формы	Сроки
<i>очная форма обучения</i>				
С 1	Зачет	18-21 неделя	Контрольные работы	1-17 неделя
	Экзамен			
С 2	Зачет	40-43 неделя	Контрольные работы	22-39 неделя
	Экзамен			
С 3	Зачет	18-21 неделя	Контрольные работы	11-17 неделя
	Экзамен			
С 4	Зачет	40-43 неделя	Контрольные работы	22-39 неделя

## Экзамен

**2.2. Структура и содержание учебных занятий**

Семестр 1. (30 часов лекции, 30 часов практики)

Тема 1. Аксиоматика геометрии. (3 часа лекции, 3 часа практики)

Тема 2. Векторное пространство. Действия над векторами. (3 часа лекции, 3 часа практики)

Тема 3. Аффинное пространство. (3 часа лекции, 3 часа практики)

Тема 4. Евклидова геометрия. (3 часа лекции, 3 часа практики)

Тема 5. Преобразования плоскости. Классификация. (3 часа лекции, 3 часа практики)

Тема 6. Операции над векторами в трехмерном евклидовом пространстве. (3 часа лекции, 3 часа практики)

Тема 7. Кривые второго порядка. Классификация с точностью до движения. (3 часа лекции, 3 часа практики)

Тема 8. Свойства кривых второго порядка. (3 часа лекции, 3 часа практики)

Тема 9. Сопряженные направления. (3 часа лекции, 3 часа практики)

Тема 10. Поверхности второго порядка. Классификация ПВП. (3 часа лекции, 3 часа практики)

Семестр 2. (30 часов лекции, 30 часов практики)

Тема 1. Метрические пространства. (2 часа лекции, 2 часа практики)

Тема 2. Топологические пространства. База топологии. Индуцированная топология. (3 часа лекции, 3 часа практики)

Тема 3. Расположение точки относительно множества в топологическом пространстве. (3 часа лекции, 3 часа практики)

Тема 4. Непрерывные отображения. (2 часа лекции, 2 часа практики)

Тема 5. Гомеоморфизмы. (2 часа лекции, 2 часа практики)

Тема 6. Связность. (2 часа лекции, 2 часа практики)

Тема 7. Линейная связность. (2 часа лекции, 2 часа практики)

Тема 8. Аксиомы отделимости и счётности. (2 часа лекции, 2 часа практики)

Тема 9. Компактность. (3 часа лекции, 3 часа практики)

Тема 10. Перемножение. (3 часа лекции, 3 часа практики)

Тема 11. Факторизация. (3 часа лекции, 3 часа практики)

Тема 12. Понятие топологического многообразия (3 часа лекции, 3 часа практики)

Семестр 3 (30 часов лекции, 30 часов практики)

Тема 1. Понятие гладкой кривой. (3 часа лекции, 3 часа практики)

Тема 2. Формулы Френе кривой. (3 часа лекции, 3 часа практики)

Тема 3. Натуральное уравнение кривой. (3 часа лекции, 3 часа практики)

Тема 4. Понятие гладкой поверхности. (3 часа лекции, 3 часа практики)

Тема 5. Первая квадратичная форма (3 часа лекции, 3 часа практики)

Тема 6. Вторая квадратичная форма (3 часа лекции, 3 часа практики)

Тема 7. Теоремы Эйлера, Мёнье и Родрига. (3 часа лекции, 3 часа практики)

Тема 8. Теорема Гаусса и Теорема Боннэ. (3 часа лекции, 3 часа практики)

Тема 9. Геодезические линии. (3 часа лекции, 3 часа практики)

Тема 10. Поверхности постоянной кривизны. (3 часа лекции, 3 часа практики)

Семестр 4 (30 часов лекции, 30 часов практики)

Тема 1. Понятие гладкого многообразия (2 часа лекции, 2 часа практики)

Тема 2. Вектор, ковектор, билинейная форма, линейный оператор (2 часа лекции, 2 часа практики)

Тема 3. Касательное и кокасательное расслоения. (2 часа лекции, 2 часа практики)

Тема 4. Тензорная алгебра. (2 часа лекции, 2 часа практики)

Тема 5. Тензорное поле. (2 часа лекции, 2 часа практики)

Тема 6. Векторное поле (2 часа лекции, 2 часа практики)

Тема 7. Коммутатор векторных полей (3 часа лекции, 3 часа практики)

Тема 8. Производная Ли тензорного поля. (3 часа лекции, 3 часа практики)

Тема 9. Дифференциальные формы. (3 часа лекции, 3 часа практики)

Тема 10. Операторы векторного анализа. (3 часа лекции, 3 часа практики)

Тема 11. Аффинное многообразие. (3 часа лекции, 3 часа практики)

Тема 12. Риманово многообразие (3 часа лекции, 3 часа практики)

### **Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

#### **3.1. Методическое обеспечение**

##### **3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

Успешное освоение дисциплины возможно благодаря посещению лекций, участию в обсуждении рассматриваемых вопросов, самостоятельной работе по чтению литературы по разделам темы.

##### **3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

Самостоятельная работа студентов в рамках данной дисциплины является важным компонентом обучения, предусмотренным компетентностно-ориентированным учебным планом и рабочей программой учебной дисциплины.

Настоящей программой предусмотрены формы самостоятельной работы с использованием методических материалов по тематике курса и источники обязательной и дополнительной литературы, указанных в данной программе.

##### **3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

### **Методика проведения зачета**

На зачет выносятся от 6 до 10 задач по теме курса. Успешное решение 50% и более предложенных задач влечет получение оценки «зачтено», в ином случае – «незачтено».

При выставлении зачёта учитывается активность при обсуждении лекционного материала и рекомендованной литературы: студент может получить зачёт при условии, что он справился с тремя сложными задачами, предложенными лектором в течение семестра.

### **Методика проведения экзамена**

Экзаменационный билет содержит 2 вопроса. При знании формулировок теорем, содержащихся в билете, и их доказательства студент получает оценку «отлично». При отсутствии полных доказательств, но при владении основными формулировками и умении применять результаты при решении задач, студент получает оценку «хорошо». При незнании основных понятий в одном из вопросов, студент получает оценку «удовлетворительно». В ином случае ставится оценка «неудовлетворительно».

### **3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

Список вопросов к экзамену 1 семестра.

1. Аксиоматика Евклидова пространства (в форме Шура)
2. Арифметические модели. Независимость 5 постулата.
3. Линейная независимость семейств векторов
4. Полный набор векторов. Базис.



5. Размерность. Теорема о количестве векторов в базисе.
6. Координаты вектора. Координатный изоморфизм, полнота аксиоматики.
7. Аффинное пространство. Полнота и непротиворечивость аксиоматики.
8. Прямая в аффинном пространстве.
9. Скалярное произведение. Примеры.
10. Теорема Коши-Буняковского
11. Теоремы евклидовой геометрии.
12. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта
13. Полнота аксиоматики евклидова пространства
14. Прямая на евклидовой плоскости
15. Аффинные преобразования плоскости
16. Ортогональная группа преобразований плоскости
17. Группа движений плоскости
18. Классификация движений плоскости (1 тип)
19. Классификация движений плоскости (2 тип)
20. Ориентация векторного пространства
21. Деформация базисов, связь с ориентацией

22. Векторное произведение. Свойства.
23. Смешанное произведение
24. Плоскость в евклидовом пространстве
25. Стандартные задачи аналитической геометрии
26. Формула двойного векторного произведения. Тождество Якоби.
27. Общее уравнение КВП.
28. Центральные КВП
29. Диагонализация КВП
30. Инварианты КВП
31. Классификация КВП (1 случай)
32. Классификация КВП (2 случай)
33. Построение КВП по каноническим уравнениям
34. Приведение к каноническому уравнению спомощью инвариантов
35. Фокальное свойство эллипса и гиперболы
36. Оптическое свойство эллипса, гиперболы и параболы
37. Директориальное свойство эллипса, гиперболы и параболы
38. Сопряженные диаметры.

Список вопросов к экзамену 2 семестра.

1. Метрические пространства.
2. Свойства метрических шаров
3. Топологические пространства.
4. База топологии.
5. Индуцированная топология.
6. Расположение точки относительно множеств в топологическом пространстве.
7. Непрерывные отображения.
8. Гомеоморфизмы.
9. Связность.
10. Линейная связность.
11. Польская окружность
12. Аксиомы отделимости
13. Аксиомы счетности.
14. Компактность.
15. Перемножение.

16. Теорема Тихонова
17. Факторизация.
18. Понятие топологического многообразия
19. Понятие пути и понятие гомотопности отображений.
20. Фундаментальная группа многообразия.
21. Вычисления фундаментальной группы.

Список вопросов к экзамену 3 семестра.

1. Понятие гладкой кривой
2. Понятие касательной. Уравнения касательной.
3. Понятие длины кривой. Пример неспрямляемой кривой
4. Натуральная параметризация.
5. Кривизна кривой
6. Формулы Френе для плоской кривой. Натуральное уравнение кривой
7. Формулы Френе в пространстве
8. Вычисление кривизны кривой для произвольной параметризации
9. Вычисление кручения
10. Вектор Дарбу

11. Поведение кривой в окрестности точки
12. Понятие гладкой поверхности
13. Понятие гладкой кривой на поверхности
14. Касательная плоскость к поверхности
15. Длина кривой на поверхности. Первая квадратичная форма
16. Угол между кривыми
17. Площадь поверхности
18. Поверхность как график функции
19. Кривизна кривой на поверхности. Вторая квадратичная форма
20. Нормальная кривизна поверхности. Теорема Мёнье
21. Соприкасающийся параболоид
22. Типы точек поверхности
23. Теорема Эйлера. Гауссова и средняя кривизны.
24. Примеры использования теорем Эйлера и Мёнье
25. Теорема Родрига
26. Вычисление главных направлений
27. Вычисление главных кривизн

28. Сферическое отображение
29. Теорема Гаусса
30. Теорема Боннэ
31. Геодезическая кривизна. Геодезические линии
32. Символы Кристоффеля
33. Уравнение геодезической

Список вопросов к экзамену 4 семестра.

1. Понятие гладкого многообразия.
2. Гладкое отображение многообразий
3. Касательный вектор.
4. Дифференциал гладкого отображения
5. Ковектор.
6. Сопряженное векторное пространство.
7. Двойственный базис.
8. Билинейная форма.
9. Линейный оператор.

10. Определение тензора
11. Базис тензорного пространства фиксированного типа.
12. Определение Эйнштейна тензора
13. Тензорная алгебра.
14. Тензорное поле.
15. Векторное поле.
16. Интегральные кривые.
17. Коммутатор векторных полей.
18. Алгебра Ли векторных полей
19. Производная Ли тензорного поля.
20. Дифференциальные формы.
21. Операторы векторного анализа.
22. Теорема Стокса
23. Аффинная связность
24. Геодезические аффинной связности
25. Риманово многообразие
26. Геодезические римановой метрики

### 3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса

Примерная анкета-отзыв по преподаванию дисциплины

Просим Вас заполнить анонимную анкету-отзыв по пройденному Вами курсу. Обобщенные данные анкет будут использованы для совершенствования учебного процесса. К каждому вопросу проставьте соответствующие оценки по шкале от 1 до 10 баллов (обведите выбранный Вами балл). В случае необходимости впишите комментарии.

● Насколько Вы удовлетворены содержанием дисциплины в целом?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Комментарий \_\_\_\_\_

● Насколько Вы удовлетворены формами преподавания?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Комментарий \_\_\_\_\_

● Как Вы оцениваете качество подготовки предложенных учебно-методических материалов?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10



Комментарий \_\_\_\_\_

- Насколько Вы удовлетворены использованием преподавателями интерактивных и активных методов обучения ?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Комментарий \_\_\_\_\_

- Какие из тем дисциплины Вы считаете наиболее полезными, ценными с точки зрения дальнейшего обучения и/или применения в последующей деятельности?
- Что бы Вы предложили изменить в методическом и содержательном плане для совершенствования преподавания данной дисциплины?

СПАСИБО!

### **3.2. Кадровое обеспечение**

#### **3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К проведению учебных занятий могут быть допущены лица с высшим образованием, владеющие знаниями в области геометрии.

#### **3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

Нетребуются.

**3.3. Материально-техническое обеспечение****3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Специальных требований нет

**3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения**

Специальных требований нет

**3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

Специальных требований нет

**3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

Специальных требований нет

**3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Специальных требований нет

**3.4. Информационное обеспечение**

**3.4.1 Список обязательной литературы**

1. А. Д. Александров, Н. Ю. Нецветаев, Геометрия, М., Наука, 1990, 2010.
2. О. Н. Цубербиллер, Задачи и упражнения по аналитической геометрии, 31-е издание, СПб.: Издательство «Лань», 2003. – 336 с.
3. О. Я. Виро, О. А. Иванов, Н. Ю. Нецветаев, В. М. Харламов, Задачи потопологии, СПб.: Издательство СПбГУК, 2000. – 208 стр.
4. О. Я. Виро, О. А. Иванов, Н. Ю. Нецветаев, В. М. Харламов, Элементарная топология, М., МЦНМО, 2010.
5. А. С. Феденко (ред.), Сборник задач по дифференциальной геометрии, М., Наука, 1979. – 272 стр.
6. Ю.Н. Бибииков, Дифференциальные уравнения на гладких многообразиях. СПб.: Издательство СПбГУ, 1995. 172 с.

**3.4.2 Список дополнительной литературы**

7. П. С. Александров, Лекции по аналитической геометрии, М., Наука, 1968, 2008.
8. М. М. Постников, Лекции по геометрии: Семестр 2. Линейная алгебра и дифференциальная геометрия, М., Наука, 1979.
9. А. С. Мищенко, Ю. П. Соловьев, А. Т. Фоменко, Сборник задач по дифференциальной геометрии и топологии, М., ФМЛ, 2004..

**3.4.3 Перечень иных информационных источников**

	<p><a href="http://www.math.spbu.ru">http://www.math.spbu.ru</a></p> <p><a href="http://www.unn.ru/e-library">http://www.unn.ru/e-library</a></p> <p><b>Раздел 4. Разработчики программы</b></p> <p>Кальницкий В.С. к.ф.м.н st006987@spbu.ru</p>
<p>Б1.Б.М 2.Д3</p>	<p>Математический анализ</p> <p><b>РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ</b></p> <p>Математический анализ</p> <p><b>Язык(и) обучения Русский</b></p> <p style="text-align: right;">Трудоёмкость 27 зачётных единиц</p> <p><b>Раздел 1. Характеристики, структура и содержание учебных занятий.</b></p> <p><b>1.1. Цели и результаты учебных занятий.</b></p> <p>Дисциплина «Математический анализ» представляет обучающимся комплекс знаний, умений и навыков, позволяющих овладеть фундаментальными основами теории предела, дифференциального и интегрального исчисления, теории меры, теории поля, теории рядов;</p>

она входит в перечень базовых дисциплин, формирующих основную подготовку специалиста в области математических наук, и служит основой для изучения других математических дисциплин. Предлагаемый комплекс знаний необходим для успешного решения широкого класса прикладных и теоретических задач, связанных с количественным описанием переменных величин, успешного изучения курсов дифференциальной геометрии, дифференциальных уравнений, математической физики, методов вычислений, теории вероятностей и других. Отдельные параметры курса могут варьироваться по степени сложности в зависимости от уровня подготовки студентов.

Курс должен быть построен на принципах компетентного, деятельного подхода к изучению содержащегося в нем теоретического материала, применению его к решению конкретных задач и алгоритмов.

Для достижения поставленных целей в условиях ограниченных ресурсов предполагается распределение содержания обучения по следующим видам деятельности: изложение материала преподавателем в аудитории в виде лекций; практические занятия под руководством преподавателя, посвященные отработке основных теоретических положений курса и ознакомлению студентов с основными приемами и алгоритмами, применяемыми для решения типовых задач; выполнение студентами коллективных и индивидуальных заданий (в том числе в присутствии преподавателя).

Основным методологическим принципом построения программы данного курса, равно как и всей концепции обучения, является принцип поэтапного системного накопления знаний. Формирования необходимых компетенций происходит по модели: от простого и/или знакомого – к сложному и/или незнакомому, а основной методологической стратегией прохождения отдельных разделов программы является ступенчатость и цикличность, предусматривающие постепенный возврат к ранее усвоенному материалу на более высоком концептуальном уровне.

Цели изучения дисциплины: обучение студентов теоретическим основам теории предела, дифференциального и интегрального исчисления функций от одной и нескольких вещественных переменных, теории числовых функциональных рядов, началам теории функций комплексного переменного, теории поля и теории меры; развитие у студентов доказательного, логического мышления; подготовка к восприятию других математических и специальных дисциплин, формирование соответствующих компетенций; приобретение навыков практического использования полученных знаний при решении конкретных математических и прикладных задач; составлении, анализе и реализации связанных с такими задачами алгоритмов.

### **1.2. Требования к подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Для успешного освоения дисциплины студент должен иметь предварительную подготовку в объеме курса математики, изучаемого в средней школе по программам, предполагающим профильное изучение основных математических дисциплин.

### **1.2. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

Знания, умения, навыки, осваиваемые обучающимся.

- профессиональные знания и умения применения математического анализа в различных прикладных областях науки и техники;
- умение исследовать асимптотику и критические значения функций, владение методами интегрирования функций одной и нескольких переменных, владение основными методами теории функций комплексной переменной и гармонического анализа в соответствии с программой учебной дисциплины.

Перечень формируемых компетенций :

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности.

ПК-1 Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий.

#### ***1.4 Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий:***

В качестве основных интерактивных форм (общее количество 405 часов в течение 4 семестров) предполагается:

- Проведение лекционных занятий (240 часов в течение 4 семестров, по 60 часов каждый семестр), которые представляют подробное изучение материала по соответствующим темам дисциплины.

Построение курса подразумевает постоянное акцентирование внимания студентов на теоретическом значении основных изучаемых теорем и общих методах решения разнообразных расчетных задач.

- Проведение практических занятий (165 часов в течение 4 семестров, по 45 часов в 1, 2, 3 семестре и 30 часов в 4 семестре), посвященных применению разнообразных теоретических знаний к решению конкретных расчетных задач.
- Самостоятельную работу студентов в присутствии преподавателя (120 часов в течение 4 семестров, по 30 часов в каждом семестре), посвященных выполнению студентами коллективных и индивидуальных заданий.

## Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий

Организация учебных занятий.

*Трудоёмкость, объёмы учебной работы*

	лекции	практические занятия	Самостоятельная работа	Трудоёмкость з.е.
C1	60	45	30	7
C2	60	45	30	7
C3	60	45	30	7
C4	60	30	30	6
итого	240	135	120	16

*Виды, формы сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации*

Код модуля в составе дисциплины	Промежуточная аттестация		Текущий контроль	
	Виды	Сроки	Формы	Сроки



*очная форма обучения*

С 1	Зачет	18-21 неделя	Контрольные работы	1-17 неделя
	Экзамен			
С 2	Зачет	40-43 неделя	Контрольные работы	22-39 неделя
	Экзамен			
С 3	Зачет	18-21 неделя	Контрольные работы	11-17 неделя
	Экзамен			
С 4	Зачет	40-43 неделя	Контрольные работы	22-39 неделя
	Экзамен			

## **2.2. Структура и содержание учебных занятий**

**Базовый курс**

**Основная траектория**

**Очная форма обучения**

**Период обучения:**

**Семестр 1 .**

Модуль 1. Введение.

Множества. Отображения. Вещественные числа. Грани числовых множеств. Индукция.  $N$ -мерные пространства. Скалярное произведение.

Длина вектора. Комплексные числа.

Модуль 2. Основы теории пределов.

Предел последовательности. Предел функции. Замечательные пределы.

Модуль 3. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.

Касательная к графику, скорость, плотность. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Формула Тейлора. Исследование функций - характер монотонности, выпуклость, экстремумы, асимптоты.

Модуль 4. Неопределенный интеграл.

Понятие неопределенного интеграла. Основные правила нахождения первообразной. Обобщенные первообразные.

## **Семестр 2.**

Модуль 5. Определенный интеграл.

Определение интеграла Римана. Связь с задачей вычисления площади. Теоремы Барроу и Ньютона-Лейбница. Техника вычисления определенных интегралов. Несобственные интегралы. Аддитивные функции промежутка и прикладные задачи. Длина пути.

Модуль 6. Множества в конечномерном евклидовом пространстве. Элементы топологии.

Характеристика компактных множеств в конечномерном пространстве. Непрерывные отображения. Теоремы Вейерштрасса и Кантора.

Модуль 7. Дифференциальное исчисление нескольких переменных.

Дифференциал и частные производные. Градиент матрица Якоби. Гладкие функции и отображения. Равенство смешанных производных.

Формула Тейлора для функций нескольких переменных. Исследование функции на локальный экстремум.

### **Семестр 3**

Модуль 8. Обратное и неявное отображения. Диффеоморфизм. различные способы задания гладкой поверхности, их равносильность.

Теорема Лагранжа об условном экстремуме

Модуль 9. Числовые ряды. Степенные ряды.

Необходимое условие и признаки сходимости. Теорема сравнения. Связь с несобственными интегралами. Повторные ряды.

Перемножение рядов. Ряды, круг и радиус сходимости. Связь с рядами Тейлора, ряды Тейлора основных элементарных функций.

Модуль 10. Перестановки операций анализа. Роль равномерной сходимости.

Теорема Стокса - Зайделя. Предельные переходы под знаками производной и интеграла. Функциональные свойства суммы ряда.

Модуль 11. Теория меры и интеграл.

Счётные множества, их свойства, несчётность отрезка. Основные понятия теории меры.

Теорема Каратеодори. Мера Лебега, достаточные условия измеримости множества по Лебегу. Три этапа построения интеграла по мере.

Теорема Леви о монотонной сходимости. Основные свойства интеграла по мере. Произведение мер. Теоремы Тонелли и Фубини.

Замена переменной в кратном интеграле.

### **Семестр 4**

Модуль 12. Мера на гладкой кривой и гладкой поверхности.

Криволинейные и поверхностные интегралы первого рода, прикладные задачи, связанные с ними. Векторные поля. Криволинейные и

поверхностные интегралы второго рода. Потенциальные поля, условие потенциальности, интегрирование по кривой.

Формула Гаусса – Остроградского. Закон Архимеда.

Модуль 13. Элементы анализа Фурье.

Тригонометрические ряды, определение их коэффициентов по сумме ряда. Экстремальное свойство коэффициентов Фурье.

Неравенство Бесселя. Полные ортогональные системы. Равенство Парсеваля. Классические ряды Фурье, формула Дирихле для частичных сумм. Признаки Дини и Дирихле – Жордана. Примеры разложений функций в ряды Фурье. Почленное интегрирование рядов Фурье. Метод Фейера, полнота тригонометрической системы. Интеграл и преобразование Фурье, формула обращения.

Примеры. Решение волнового уравнения с помощью рядов и интегралов Фурье.

### **Раздел 3. Обеспечение учебной дисциплины.**

#### **3.1. Методическое обеспечение**

##### **3.1.1. Методические указания по освоению дисциплины**

Успешное освоение дисциплины возможно благодаря посещению лекций, участию в обсуждении рассматриваемых вопросов, самостоятельной работе, включающей в себя чтение специальной литературы по разделам темы.

##### **3.1.2. Методическое обеспечение самостоятельной работы:**

Самостоятельная работа студента, как вид деятельности, стимулирующий активность, самостоятельность, познавательный интерес с целью поиска необходимой информации, приобретения знаний, использования этих знаний для решения учебных, научных и профессиональных задач, представляет собой важную составляющую учебного процесса, которой отводится не менее половины

учебного времени при очной форме обучения. В рамках данной дисциплины самостоятельная работа студентов является важным компонентом обучения, предусмотренным компетентностно-ориентированным учебным планом и рабочей программой учебной дисциплины. Время, отводимое на самостоятельную работу, должно использоваться студентами для наиболее полного освоения учебной дисциплины. Следовательно, организация эффективной внеаудиторной самостоятельной работы в процессе обучения требует, с одной стороны, создание условий, призванных обеспечить рациональное и планомерное управление учебной деятельностью, протекающей в отсутствие преподавателя, и тщательной подготовки целого ряда учебных пособий, снабженных методическими указаниями, с другой стороны.

. К числу методических пособий относятся:

- общие методические рекомендации и указания по самостоятельной работе;
- фонд контрольных заданий и тестов для самоконтроля, которые позволяют оценить уровень знаний, навыков и умений студентов согласно требованиям курса, государственным стандартам и европейским компетенциям.

### **3.1.3. Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания:**

Роль преподавателя в организации самостоятельной работы состоит в координации действий обучающихся в освоении дисциплины, в методическом и организационном обеспечении учебного процесса. Взаимодействие между преподавателем и студентом осуществляется в форме консультаций. Преподаватели также оказывают помощь студентам по планированию и организации самостоятельной работы. Контроль за самостоятельной работой может осуществляться в форме коротких опросов, углубленных вопросов по темам занятий,

дополнительных вопросов, и т.д.

### **3.1.4. Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительный**

Аппарат контроля за усвоением материала включает в себя задания, контрольные работы, необходимые для эффективного контроля за усвоением учебного материала. Контрольные работы подразумевают самостоятельное решение студентом расчетных и расчетно-исследовательских задач, связанных с основными вопросами программы (примерный список экзаменационных вопросов приводится ниже). Например: в зависимости от возможных значений первого члена, исследовать сходимость и найти предел последовательности, каждый следующий член которой равен указанной подробно-линейной функции от предыдущего ее члена.

Примерный список вопросов к экзаменам по всем семестрам.

1 семестр.

1. Высказывания, действия с ними. Кванторы, построение отрицания.
2. Операции с множествами (включая декартово произведение). Формулы Де Моргана для двух множеств.
3. Понятие отображения, частные случаи. График отображения. Образ и прообраз множества при отображении.
4. Суперпозиция отображений. Сюръекция, инъекция и биекция - определения и примеры. Обратное отображение, критерий обратимости.
5. Примеры обратных функций.
6. Объединение и пересечение семейств множеств. Формулы Де Моргана для семейства.
7. Абсолютная величина вещественного числа - определение и свойства.

8. Теорема о методе математической индукции. Неравенство Бернулли.
9. Бином Ньютона.
10. Оценка частичной суммы гармонического ряда снизу.
11. Расширенная числовая ось. Максимальный и минимальный элементы числового множества. Аксиома полноты расширенной числовой оси (аксиома Кантора - Дедекинда).
12. Существование и иррациональность квадратного корня из 2.
13. Теорема о вложенных промежутках.
14. Верхняя и нижняя границы числового множества и функции. Лемма об ограниченных множествах и функциях.
15. Точные границы (границы) числового множества и функции. Теорема о существовании границ.
16. Описание границ с помощью неравенств.
17. Свойства границ функций.
18. Неограниченность сверху натурального ряда. Принцип исчерпывания Евдокса - Архимеда. Принцип математической индукции.
19. Существование целой части вещественного числа. Плотность множества.
20. Окрестности. Проколота окрестность. Точки сгущения и изолированные точки – определения и примеры.
21. Определение предела функции на языке окрестностей. Формулировка отрицания. Частный случай предела – предел последовательности.
22. Единственность предела, предел сужения, локальность предела.
23. Монотонность предела (предельный переход в неравенстве). Стабилизация знака в неравенстве.

24. Предельный переход в двойном неравенстве (принцип двух милиционеров).
25. Предел суперпозиции.
26. Локальная ограниченность функции, имеющей конечный предел.
27. Бесконечно малые – определение, свойства, связь с пределом.
28. Предел суммы, произведения и частного.
29. Бесконечно большие – определение и связь с бесконечно малыми.
30. Бесконечно большие и арифметика.
31. Односторонние пределы, их связь с пределом.
32. Теорема о пределе монотонной функции (с предварительным замечанием).
33. Предел монотонной последовательности.
34. Следствие об односторонних пределах монотонной функции.
35. Эквивалентные функции, символы Ландау – определения и простейшие свойства. Сравнение функций вблизи нуля и бесконечности.
36. Вычисление пределов.
37. Главная часть функции – определение и примеры.
38. Ограниченность сходящейся последовательности. Теорема о пределе монотонной последовательности.
39. Определение подпоследовательности. Теорема о пределе подпоследовательности.
40. Число  $\epsilon$ . Лемма о корректности определения.



41. Описание точек сгущения с помощью последовательностей.
42. Принцип выбора Больцано – Вейерштрасса.
43. Описание предела функции на языке последовательностей.
44. Принцип выбора для последовательностей.
45. Непрерывность функции в точке и на множестве; точки разрыва, их классификация. Примеры.
46. Простейшие свойства непрерывных функций.
47. Теорема Больцано – Коши о корне, следствие о промежуточных значениях.
48. Теоремы Вейерштрасса о функциях непрерывных на промежутке.
49. Критерий непрерывности функции, монотонной на промежутке. Следствия о корне и обратных тригонометрических функциях.
50. Теорема о показательной функции.
51. Определение логарифмической и степенной функций, их основные свойства.
52. Теорема о замечательных пределах, связанных с показательной, логарифмической и степенной функциями.
53. Определение производной и дифференциала. Критерий дифференцируемости, два следствия из него.
54. Производная и арифметика.
55. Дифференцирование суперпозиции и обратной функции.
56. Таблица производных.
57. Геометрический смысл производной. Касательная к графику, два способа её истолкования.

58. Точки локального экстремума функции. Теоремы Ферма и Ролля.
59. Теорема Лагранжа о среднем, формула конечных приращений. Следствие о функциях с ограниченной производной.
60. Монотонность и производная.
61. Теорема Дарбу о промежуточных значениях производной.
62. Теорема Коши о среднем.
63. Правило Бернулли – Лопиталя для бесконечно малых.
64. Правило Бернулли – Лопиталя для бесконечно больших.
65. Сравнение логарифмической, степенной и показательной функций.
66. Выпуклые функции – определение и геометрическое истолкование. Лемма о трёх хордах.
67. Выпуклость и производная.
68. Неравенство Йенсена. Неравенство Коши между средним арифметическим и средним геометрическим.
69. Неравенства Юнга и Гёльдера.
70. Неравенство Минковского.
71. Определение производных высших порядков. Примеры.
72. Формула Лейбница для производной произведения.
73. Определение и свойства многочлена наилучшего приближения функции в точке (единственность, линейность, интегрирование).

74. Формула Тейлора с остатком в форме Пеано.
75. Формулы Тейлора для экспоненты, косинуса и синуса.
76. Формулы Тейлора для логарифмической и степенной функций.
77. Пример непостоянной функции с нулевыми производными в нуле.
78. Формулы Тейлора для арктангенса и арксинуса.
79. Формула Тейлора для тангенса (вывод рекуррентной формулы для коэффициентов).
80. Исследование функции на локальный экстремум с помощью формулы Тейлора.
81. Верхняя и нижняя огибающие числовой последовательности – определение и простейшие свойства.  
Определение верхнего и нижнего пределов последовательности. Примеры.

## 2 семестр

1. Теорема о множестве первообразных. Неопределённый интеграл и его простейшие свойства.
2. Таблица неопределённых интегралов.
3. Основные правила интегрирования.
4. Равномерная непрерывность функции --- определение и примеры.
5. Теорема Кантора о равномерной непрерывности.

6. Определение и простейшие свойства интеграла.
7. Единственность и линейность интеграла.
8. Теорема Барроу об интеграле с переменным верхним пределом. Основная теорема интегрального исчисления (формула Ньютона – Лейбница).
9. Монотонность и неотрицательность интеграла. Следствие.
10. Двусторонняя оценка интеграла. Оценка абсолютной величины интеграла.
11. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле.
12. Вычисление интегралов Валлиса.
13. Приближение интеграла интегральными суммами.
14. Вычисление пределов
15. Теорема о среднем для определённого интеграла.
16. Теорема Тейлора с интегральным представлением остатка.
17. Определение несобственного интеграла. Примеры
18. Линейность несобственного интеграла и интегрирование по частям.
19. Замена переменной в несобственном интеграле.
20. Признак сходимости несобственного интеграла от неотрицательной функции. Следствия.
21. Теорема об абсолютно сходящихся несобственных интегралах.

22. Определение гамма функции Эйлера. Лемма о корректности определения.
23. Свойства гамма функции.
24. Формула дополнения для гамма функции.
25. Интеграл Эйлера – Пуассона
26. Признак Дирихле сходимости несобственного интеграла. Тригонометрические интегралы.
27. Признак Абеля.
28. Определение интеграла в смысле Коши – Римана.
29. Функции промежутка, аддитивность, примеры.
30. Теорема о плотности аддитивной функции промежутка.
31. Вычисление площадей криволинейных трапеции и сектора.
32. Объёмы тел вращения вокруг координатных осей.
33. Скалярное произведение и норма в пространстве. Свойства нормы.
34. Определение пути и его длины.
35. Аддитивность длины пути.
36. Вычисление длины гладкого пути.
37. Длина графика гладкой функции, длина кривой в полярных координатах.
38. Вычисление массы неоднородной кривой.

39. Момент инерции неоднородной кривой относительно начала координат.
40. Вычисление работы переменной силы вдоль пути.
41. Сходимость и по координатная сходимость.
42. Внутренние, внешние и граничные точки множества, точки сгущения. Внутренность и граница шара.
43. Описание граничных точек и точек сгущения с помощью последовательностей.
44. Теорема о замкнутых множествах.
45. Многомерный принцип выбора.
46. Определение компактных множеств.
47. Теорема о свойствах открытых и замкнутых множеств.
48. Предел отображения, локальная ограниченность отображения, имеющего предел. Теорема о по координатной сходимости.  
Описание предела на языке последовательностей.
49. Непрерывные отображения. Теорема о непрерывном образе компактного множества.
50. Теоремы Вейерштрасса о непрерывных функциях нескольких переменных.
51. Линейно связные множества. Теорема о корне. Следствие о непрерывном образе линейно связного множества.
52. Теорема Кантора о равномерной непрерывности в многомерном случае.
53. Линейные отображения. Лемма о нормированном линейном отображении.
54. Определение дифференцируемого отображения, его дифференциал и матрица Якоби. Градиент функции нескольких переменных.

55. Теорема о по координатной дифференцируемости.
56. Дифференцирование линейного и аффинного отображений. Линейность операции дифференцирования.
57. Дифференцирование суперпозиции.
58. Матрица Якоби обратного отображения. Необходимое условие дифференцируемости обратного отображения.
59. Частные производные. Необходимое условие дифференцируемости. Вычисление градиента и матрицы Якоби.
60. Геометрический смысл градиента.
61. Дифференцирование сложной функции нескольких переменных (правило цепочки).
62. Достаточное условие дифференцируемости отображения.
63. Частные производные высших порядков.
64. Теорема о равенстве смешанных производных, следствие.
65. Мультииндексы и связанные с ними обозначения.
66. Дифференцирование функций.
67. Формула Тейлора для функций нескольких переменных. Полиномиальная формула Ньютона.
68. Локальный экстремум функции нескольких переменных. Стационарные точки, теорема Ферма.
69. Квадратичные формы, их классификация. Оценка снизу положительно определённой квадратичной формы.
70. Исследование функции нескольких переменных на локальный экстремум с помощью второго дифференциала.
71. Неравенство Лагранжа.

- 72. Теорема о непрерывно дифференцируемых (гладких) отображениях.
- 73. Определения гомеоморфизма и диффеоморфизма.
- 74. Множество линейных изоморфизмов в евклидовом пространстве. Лемма.
- 75. Оценка снизу приращения гладкого отображения.
- 76. Теорема о диффеоморфизме.
- 77. Теорема об открытом множестве.
- 78. Теорема об обратном отображении.
- 79. Относительный экстремум – определение и неформальное объяснение необходимого условия.
- 80. Теорема о множителях Лагранжа.
- 81. Существование вещественного собственного числа у симметричной вещественной матрицы.

3 семестр

- 1. Числовой ряд, его сумма, сходимость. Линейность суммы, необходимое условие сходимости. Комплексные ряды. Остаток ряда.
- 2. Примеры
- 3. Критерий сходимости неотрицательного ряда, теорема сравнения, замена на эквивалентный ряд.
- 4. Теорема об абсолютно сходящихся рядах (с леммой).



5. Интегральный признак Коши. Обобщённый гармонический ряд.
6. Константа Эйлера.
7. Признак Даламбера.
8. Признак Коши.
9. Определение степенного ряда. Теорема Коши – Адамара о радиусе сходимости.
10. Признак Лейбница.
11. Преобразование Абеля конечных сумм и рядов.
12. Признак Дирихле, следствие от тригонометрических рядах.
13. Признак Абеля.
14. Примеры применения признака Абеля
15. Бесконечное произведение – определение и простейшие свойства.
15. Примеры бесконечных произведений, сходимость.
16. Связь между рядами и бесконечными произведениями. Абсолютно сходящиеся произведения, лемма об оценке конечного произведения.  
Оценка абсолютно сходящегося бесконечного произведения.
17. Произведения Гаусса – Эйлера и Вейерштрасса – Эйлера для  $\Gamma$ -функции, разложение синуса в бесконечное произведение (без доказательств).
18. Теорема о перестановке слагаемых в неотрицательных и абсолютно сходящихся рядах.
19. Перемножение неотрицательных рядов по правилу Коши. Следствия о перемножении абсолютно сходящихся рядов.

20. Теорема о суммировании неотрицательного ряда по группам. Следствие об абсолютно сходящихся рядах.
21. Теорема о неотрицательных повторных рядах. Следствие об абсолютно сходящихся рядах.
22. Ряд Тейлора – определение и лемма.
23. Достаточное условие разложимости функции в ряд Тейлора.
24. Ряды Тейлора функций  $\exp(x)$ ,  $\cos(x)$ ,  $\sin(x)$ .
25. Ряды Тейлора функций  $\ln(1+x)$
26. Пример бесконечно дифференцируемой функции, не разлагаемой в ряд Тейлора.
27. Определение комплексной дифференцируемости. Примеры.
28. Лемма о радиусе сходимости формально продифференцированного степенного ряда.
29. Теорема о дифференцировании суммы степенного ряда. Следствие о связи с рядами Тейлора.
30. Перемножение степенных рядов.
31. Экспонента, синус и косинус на комплексной плоскости --- определение и основные свойства. Формулы Эйлера.  
Геометрическое истолкование. Неограниченность синуса и косинуса на комплексной плоскости.
32. Дифференцирование  $\sin(z)$ ,  $\cos(z)$ .
33. Перестановки операций анализа – постановка задачи, примеры.
34. Определение равномерной сходимости последовательности функций, сравнение с поточечной сходимостью,

отрицание равномерной сходимости.

35. Чебышёвское расстояние – определение и свойства, связь с равномерной сходимостью.

Геометрическое истолкование равномерной сходимости.

36. Предельный переход под знаками интеграла и производной.

37. Теорема Стокса – Зайделя о перестановке двух пределов.

38. Равномерная и поточечная сходимости функциональных рядов. Лемма об остатке равномерно сходящегося ряда.

Необходимое условие равномерной сходимости.

39. Признаки Лейбница и Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.

40. Признак Дирихле равномерной сходимости функционального ряда. Следствие о тригонометрических рядах.

41. Признак Абеля равномерной сходимости функционального ряда.

42. Теорема о свойствах суммы равномерно сходящегося функционального ряда.

43. Теорема Абеля и обобщённая сумма ряда (в смысле Абеля и в смысле Чезаро).

44. Примеры исследования суммы ряда

45. Примеры вычисления сумм ряда.

46. Лемма о непрерывности интеграла, зависящего от параметра.

47. Правило Лейбница дифференцирования интеграла по параметру.

48. Интегрирование интеграла, зависящего от параметра.

49. Равномощность множеств, теорема о множестве всех подмножеств.
50. Счётные и не более чем счётные множества. Теорема о счётном подмножестве бесконечного множества.  
Лемма об бесконечном подмножестве натурального ряда.
51. Теорема об объединении счётного числа счётных множеств.
52. Несчётность  $[0,1]$ .
53. Примеры счётных множеств.
54. Определение алгебры множеств, лемма. Примеры.
55. Определение и примеры полукольца множеств.
56. Лемма о произведении полуколец. Следствие о полукольце ячеек.
57. Лемма о полукольце.
58. Теорема о структуре открытого множества.
59. Определение объёма и меры. Примеры (включая меру Дирака).
60. Лемма о свойствах объёма.
61. Теоремы о счётной полуаддитивности и о непрерывности снизу.
62. Теорема о классическом  $m$ -мерном объёме.
63. Классический объём – мера.
64. Внешняя мера, порождённая мерой, определение и свойства.

65. Нуль-множества, их свойства.
66. Хорошо разбивающие множества, определение и простейшие свойства.
67. Теорема Каратеодори о стандартном продолжении меры с полукольца.
68. Определение полной меры. Признаки измеримости множества.
69. Определение меры Лебега. Измеримость по Лебегу открытых и замкнутых множеств.
70. Вычисление внешней меры Лебега с помощью открытых множеств.
71. Приближение измеримых по Лебегу множеств открытыми и замкнутыми.
72. Строение измеримого по Лебегу множества. Регулярность меры Лебега.
73. Мера Лебега при сдвиге, гомотетии и повороте.

#### 4 семестр

1. Лебеговы множества функции. Теорема об измеримых функциях.
2. Предельный переход в классе измеримых функций.
3. Приближение неотрицательной измеримой функции простыми. Следствие о знакопеременной функции.
4. Достаточное условие измеримости функции относительно меры Лебега.
5. Арифметические действия с измеримыми функциями.

6. Определение интеграла по мере (триэтапа).
7. Свойства интеграла от простой неотрицательной функции.
8. Свойства интеграла от измеримой неотрицательной функции.
9. Теорема Леви – Лебега.
10. Интегрирование суммы неотрицательных измеримых функций.
11. Теорема Леви для рядов. Счётная аддитивность интеграла.
12. Эквивалентные (по мере) функции, их интегрирование. Интегрирование функций, заданных почти везде.
13. Теорема Фату.
14. Суммируемые функции, их простейшие свойства.
15. Линейность интеграла.
16. Теорема Лебега о мажорированной сходимости. Упрощённый вариант.
17. Приближение суммируемой функции простыми.
18. Абсолютная непрерывность интеграла.
19. Интегрирование векторнозначных и комплексных функций.
20. Интегрирование по дискретной мере.
21. Интеграл по мере Лебега как предел интегральных сумм.
22. Принцип Кавальери (вычисление меры множества с помощью мер его сечений).

23. Вычисление объёмов цилиндра и конуса.
24. Геометрический смысл интеграла по мере Лебега.
25. Теорема Тонелли.
26. Теорема Фубини.
27. Образ  $\sigma$ -алгебры при биективном отображении и взвешенный образ меры.
28. Теорема об интегрировании по взвешенному образу меры.
29. Теорема об изменении меры Лебега при диффеоморфизме (без доказательства). Геометрический смысл якобиана.  
Замена переменных в кратном интеграле.
30. Частные случаи замены переменных в интеграле (сдвиг, линейная замена, полярные координаты). Интеграл Эйлера – Пуассона.
31. Введение цилиндрических и сферических координат в тройном интеграле.
32. Связь между  $B$ - и  $\Gamma$ -функциями Эйлера.
33. Вычисление объёма  $m$ -мерного шара.
34. Суммируемость степеней нормы.
35. Гладкая кривая, определение меры (длины) на ней. Независимость от выбора параметризации.
36. Криволинейный интеграл I рода – определение и формула для его вычисления.
37. Определение и примеры векторных полей.
38. Ориентация кривой. Криволинейный интеграл II рода – определение и формула для его вычисления.

Пример – вычисления работы силы тяготения.

39. Область. Потенциальные в области векторные поля. Теорема об интегрировании потенциальных векторных полей.

40. Необходимое условие потенциальности векторного поля (уравнения замкнутости).

41. Критерий потенциальности векторного поля в шаре.

42. Независимость криволинейного интеграла II рода от деформации кривой. Интегрирование в односвязной области.

43. Формула Грина.

44. Простая (элементарная) поверхность. Нестрогие рассуждения, связанные с определением площади.

Определение площади на простой гладкой поверхности.

45. Поверхностный интеграл I рода по простой гладкой поверхности – определение и формула для вычисления.

Интегрирование по графику гладкой функции.

46. Понятие гладкой и кусочно гладкой поверхности и площади на ней.

47. Сторона гладкой поверхности. Поверхностный интеграл II рода по простой гладкой поверхности – определение и

формула для вычисления в случае простой поверхности. Интегрирование по графику гладкой функции.

48. Формула Гаусса – Остроградского. Дивергенция векторного поля.

49. Интеграл Гаусса.

50. Закон Архимеда.

51. Вычисление криволинейного интеграла II рода по кривой, лежащей на графике гладкой функции двух переменных.



52. Относительная граница компакта, лежащего на поверхности, согласование её ориентации с выбором стороны поверхности.
53. Формула Стокса. Вихрь векторного поля.
54. Тригонометрические суммы и тригонометрические ряды. Лемма о тригонометрической системе.  
Вычисление коэффициентов тригонометрического ряда.
55. Классы  $2\pi$ -периодических функций. Определение коэффициентов Фурье и ряда Фурье. Эквивалентность двух форм записи ряда Фурье.
56. Теорема о непрерывности суммируемой функции в среднем (без доказательства).  
Теорема Римана – Лебега. Следствие о коэффициентах Фурье.
57. Лемма о коэффициентах Фурье функций
58. Формула Дирихле для частичных сумм ряда Фурье. Ядро Дирихле, его график.
59. Признак Дини сходимости ряда Фурье в точке. Упрощённый вариант признака.
60. Принцип локализации Римана.
61. Примеры разложений функций в ряды Фурье.
62. Ряд Фурье функций, примеры. Разложение в сумму простейших дробей функций, примеры. Бесконечное произведение для синуса.
63. Теорема Фейера.
64. Следствия из теоремы Фейера: теорема единственности для коэффициентов Фурье и поведение ряда Фурье в точке непрерывности функции.

### **3.1.5. Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса.**

Для оценки содержания и качества учебного процесса может применяться тестирование в соответствии с методикой и графиком,

утверждаемым в установленном порядке.

## **3.2. Кадровое обеспечение**

### **3.2.1. Требования к образованию и(или) квалификации штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к преподаванию дисциплины**

К чтению лекций могут быть допущены преподаватели, имеющие ученую степень доктора или кандидата наук (в том числе степень PhD, прошедшую установленную процедуру признания и установления эквивалентности) и/или ученое звание профессора или доцента.

Преподаватели, привлекаемые к проведению практических занятий, должны иметь базовое образование и/или ученую степень, соответствующие профилю преподаваемой дисциплины.

### **3.2.2. Требования к обеспеченности учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

Специальных требований нет.

## **3.3. Материально-техническое обеспечение**

### **3.3.1. Требования к аудиториям (помещениям, местам) для проведения занятий**

В аудиториях, где проводятся занятия, необходимо наличие досок и средств письма на них.

### **3.3.2. Требования к аудиторному оборудованию, в том числе к неспециализированному компьютерному оборудованию и программному обеспечению**

Стандартно оборудованные компьютерные аудитории для проведения практических занятий и интерактивных семинаров: видеопроектор, экран, др. оборудование.

### **3.3.3. Требования к специализированному оборудованию**

Специальных требований нет.

### **3.3.4. Требования к специализированному программному обеспечению**

Специальных требований нет.

### **3.3.5. Требования к перечню и объёму расходных материалов**

**Расходные материалы** не требуются.

## **3.4. Информационное обеспечение**

### **3.4.1. Список обязательной литературы**

1. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу.
2. Зорич В.А. Математический анализ (в 2-х т.). М., 1984.
3. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления (в 3-х т.). ФМЛ, 2001-2003.
4. Вулих Б.З. Краткий курс теории функций вещественной переменной. М., 1973.
5. Маркушевич А.И. Краткий курс теории аналитических функций. М., 1978.

### **3.4.2. Список дополнительной литературы**

1. Хавин В.П. Основы математического анализа. Л., 1989.
2. Рудин У. Основы математического анализа. М., 1976.
3. Теория меры и интеграла (под ред. Макарова Б.М., в 3-х т.). Л., 1974-1977.

	<p>4. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа (в 3-х т.).М., 1988.</p> <p>5. Кудрявцев и др. Сборник задач по математическому анализу(в 3-х т.).</p> <p>6. Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А.Математический анализ в задачах и упражнениях (в 2-х т.).</p> <p>7. Макаров Б.М., Голузина М.Г., Лодкин А.А.,Подкорытов А.Н. Избранные задачи по вещественномуанализу. СПб., 2004.</p> <p>8. Виноградов О.Л.Математический анализ. Т.1. СПб, 2009.</p> <p><b>3.4.3. Перечень иныхинформационных источников</b></p> <p>Специальных требований нет.</p> <p style="text-align: center;"><b>Разработчик(и) рабочей программы учебной дисциплины</b></p> <p>Виноградов Олег Леонидович,д.ф-м.н., доцент,профессор, olvin@math.spbu.ru</p>
Б1.Б.М 3	Математика II
Б1.Б.М 3.Д1	<p>Дифференциальные уравнения</p> <p style="text-align: center;">РАБОЧАЯ ПРОГРАММА</p> <p style="text-align: center;">УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ</p> <p>Дифференциальные уравнения</p> <p>Язык(и) обучения - русский</p> <p style="text-align: right;">Трудоемкость в зачетных единицах: 9</p>

## **Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

### **1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Обучение студентов основным методам теории обыкновенных дифференциальных уравнений, подготовка студентов к восприятию других дисциплин, использующих теорию дифференциальных уравнений, а также к использованию этих методов при решении задач естествознания, экономики и других прикладных задач; развитие у студентов доказательного, логического мышления, подготовка к самостоятельным научным исследованиям; подготовка к восприятию других математических и специальных дисциплин.

Поставленные цели достигаются путём решения следующих задач курса: изучение основных разделов теории дифференциальных уравнений; развитие навыков самостоятельного решения практических задач и геометрической интерпретации полученных результатов; обеспечение базы для усвоения приближенных методов вычислений и соответствующих компьютерных программ; повышение математической культуры обучающегося.

Курс дифференциальных уравнений даёт студенту комплекс аналитических, алгебраических и геометрических методов, позволяющих изучать свойства широкого спектра математических моделей в естествознании. Дисциплина «Дифференциальные уравнения» является одной из базовых в подготовке к профессиональной деятельности в различных областях теоретической и прикладной математики, в области механики и информационных технологий и служит основой для изучения других математических дисциплин как теоретического, так и прикладного характера, входящих в программу обучения на факультете, таких как теоретическая механика, вычислительная математика, методы

оптимизации и исследование операций.

### **1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Для успешного освоения дисциплины студент должен иметь предварительную подготовку по основным математическим дисциплинам - математическому анализу, высшей алгебре и геометрии, изучаемых на I курсе математико-механического факультета университета.

### **1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

Перечень формируемых компетенций :

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности.

ПК-1 Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий.

Выпускник должен знать содержание дисциплины «Дифференциальные уравнения» и иметь представление о возможностях применения ее разделов, уметь решать основные типы дифференциальных уравнений и систем, уметь исследовать свойства решений уравнений, владеть

основными методами теории устойчивости по Ляпунову, качественными и аналитическими методами теории дифференциальных уравнений. А также уметь строго доказать утверждение, корректно поставить задачу, владеть методами исследования математических моделей, описывающих проблемы естествознания и техники в виде дифференциальных и разностных уравнений и систем, иметь способность к творческому применению, развитию и реализации математически сложных алгоритмов в современных специализированных программных комплексах, прежде всего в теоретической механике, социологии, экономике, физике, астрономии, нелинейной оптике и других прикладных областях науки и техники.

#### **1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

Аудиторная учебная работа: лекции в объеме 2 часа в неделю и практические занятия 3 часа в неделю в 3-м учебном семестре, лекции в объеме 2 часа в неделю и практические занятия 2 часа в неделю в 4-ом учебном семестре.

Консультации, контрольные работы и зачет в 3 семестре, коллоквиум и экзамен в 4 семестре.

Самостоятельная работа с использованием методических материалов: индивидуальная работа с рекомендованной основной и дополнительной литературой по теории дифференциальных уравнений.

## **Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

### **2.1. Организация учебных занятий**

**2.1.1 Основной курс***Трудоёмкость, объёмы учебной работы*

	лекции	практические занятия	Самостоятельная работа	Трудоёмкость з.е.
С3	30	45	75	4
С4	30	30	60	5
итого	60	75	135	9

*Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации*

Код модуля в составе дисциплины	Промежуточная аттестация		Текущий контроль	
	Виды	Сроки	Формы	Сроки
<i>очная форма обучения</i>				
С 3	Зачет	18-21 неделя	Контрольные работы	11-17 неделя
	Экзамен			
С 4	Зачет	40-43 неделя	Контрольные работы	22-39 неделя
	Экзамен			



## 2.2. Структура и содержание учебных занятий

### 3 семестр

№ п/п	Наименование темы (раздела, части)	Вид учебных занятий	Количество часов
		лекции	12
1	Дифференциальные уравнения первого порядка	практические занятия	17
		по методическим материалам	25
		лекции	10
2	Линейные и нелинейные уравнения произвольного порядка	практические занятия	18
		по методическим материалам	25
		лекции	8
3	Системы дифференциальных уравнений, общая теория	практические занятия	10
		по методическим материалам	25
	Зачет	Консультация	2

промежуточная аттестация (аудиторная)	5
промежуточная аттестация (самостоятельная)	10

**4 семестр**

№ п/п	Наименование темы (раздела, части)	Вид учебных занятий	Количество часов
		лекции	10
4	Линейные системы дифференциальных уравнений	практические занятия	10
		по методическим материалам	20
		лекции	8
5	Зависимость решений от начальных данных и параметров	практические занятия	8
		по методическим материалам	16
		лекции	12
6	Введение в теорию устойчивости движения.	практические занятия	12
		по методическим материалам	24

Зачет	Консультация	2
	промежуточная аттестация (аудиторная)	4
	промежуточная аттестация (самостоятельная)	4
Экзамен	Консультация	2
	промежуточная аттестация (аудиторная)	4
	промежуточная аттестация (самостоятельная)	10

***Содержание учебных занятий:***

**Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка.**

Основные понятия. Определение дифференциальных уравнений первого порядка, систем дифференциальных уравнений, задачи Коши, определение частного и общего решений. Промежуток Пеано. Поле направлений, определяемое дифференциальным уравнением.

Основные типы дифференциальных уравнений: линейные уравнения, уравнения с разделяющимися переменными, уравнения Бернулли и Риккати, однородные уравнения.

Задача Коши. Теоремы существования, единственности и продолжимости решения. Ломаные Эйлера и их свойства.

Характеристическое свойство максимально продолженного решения.

Уравнения в симметричной форме. Интегрирующий множитель.

Уравнения Клеро, Лагранжа и другие уравнения, не разрешенные относительно производной.

Геометрические и физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям первого порядка.

**Тема 2. Линейные и нелинейные дифференциальные уравнения произвольного порядка.**

Уравнения, допускающие понижение порядка, основные методы понижения порядка.

Основные свойства решений однородных линейных уравнения. Вронскиан решений. Формула Остроградского-Лиувилля.

Фундаментальное семейство решений.

Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Уравнения Эйлера.

Теорема сравнения и теорема Штурма.

Неоднородные линейные уравнения. Метод вариации произвольных постоянных. Метод неопределенных коэффициентов.

Явление резонанса. Краевая задача.

**Тема 3. Системы дифференциальных уравнений, общая теория.**

Задача Коши и ее геометрическая и механическая интерпретации.

Метод последовательных приближений Пикара. Теоремы существования и единственности.

Теорема об интегральной непрерывности. Интегралы системы.

Нормальные системы. Связь между нормальной системой и дифференциальным уравнением высокого порядка.

Понижение порядка системы с помощью промежуточных интегралов.

Почти линейные системы.

**Тема 4. Линейные системы дифференциальных уравнений.**

Однородные линейные системы: структура множества решений, фундаментальная матрица решений. Метод Эйлера.

Построение общего решения для автономной однородной линейной системы.

Периодические системы. Матрица монодромии. Мультипликаторы. Теорема Флоке.

Неоднородные линейные системы: метод вариации произвольной постоянной.

Простые особые точки на плоскости: седла, узлы, фокусы и центры. Поведение траекторий в окрестности особых точек.

**Тема 5. Зависимость решений от начальных данных и параметров.**

Теоремы о непрерывной зависимости решения от начальных данных и параметров, теорема о дифференцируемости решения по начальным данным и параметрам.

Теорема Коши об аналитичности решений по аргументу. Теорема об аналитичности решения как функции от начальных данных и параметра.

Метод малого параметра.

**Тема 6.** *Введение в теорию устойчивости движения. Уравнения частных производных первого порядка.*

Устойчивость решения по Ляпунову.

Критерии устойчивости, неустойчивости и асимптотической устойчивости решений линейных систем. Теоремы об устойчивости и неустойчивости по первому приближению.

Исследование решения на устойчивость с помощью функции Ляпунова (теоремы Ляпунова и Четаева).

Уравнения в частных производных первого порядка.

### **Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

#### **3.1. Методическое обеспечение**

По курсу дифференциальных уравнений предусмотрено чтение лекций и проведение практических занятий. Лекции читают и проводят практические занятия опытные преподаватели, как правило, с большим стажем работы.

Все студенты должны быть обеспечены учебниками и задачником, рекомендованными по курсу.

##### **3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

Студенты должны посещать лекции, практические занятия, выполнять задания преподавателей.

Студенту необходимо знать содержание лекций, уметь формулировать определения основных понятий и утверждений, уметь применять

методы и доказательства теорем при решении конкретных задач по программе практических занятий.

### **3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

При самостоятельном выполнении домашних, индивидуальных и контрольных заданий целесообразно использовать рекомендованные учебники и дополнительную литературу.

### **3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

В течение учебного года по дисциплине проводятся аудиторские контрольные работы, задаются задачи и упражнения для самостоятельной работы, проводятся коллоквиум, зачет и экзамен. В процессе обучения каждый студент снабжается набором задач, которые необходимо уметь решать для положительной оценки по аттестации.

#### ***Методика проведения зачета***

Зачет проводится в устной или письменной форме. Преподаватели имеют набор контрольных практических и теоретических заданий и тестов для проведения зачета. Зачет выставляется по итогам текущего контроля и результатам решения контрольных заданий и тестов в время проведения промежуточной аттестации.

Использование конспектов и учебников, а также электронных устройств хранения, обработки или передачи информации при подготовке и ответе на вопросы зачета не разрешается. В случае обнаружения факта использования недозволенных материалов (устройств) составляется акт, и студенту даляется с экзамена.

**Критерии выставления оценок:**

«Зачет» ставится за полностью решенные задания текущего контроля, контрольных тестов и заданий и правильные ответы на дополнительные вопросы.

**Методика проведения экзамена**

Экзамен проводится в устной форме. Билет состоит из двух вопросов. Время подготовки ответа на вопросы билета составляет 60 минут.

Использование конспектов и учебников, а также электронных устройств хранения, обработки или передачи информации при подготовке и ответе на вопросы экзамена не разрешается. В случае обнаружения факта использования запрещенных материалов (устройств) составляется акт, и студент удаляется с экзамена.

После ответа на вопросы билета преподаватель задает несколько дополнительных вопросов, на основании оценки ответов на которые итоговая оценка по предмету может быть повышена или понижена.

**Критерии выставления оценок:**

Оценка «отлично» ставится за полностью раскрытый теоретический материал и правильные ответы на дополнительные вопросы преподавателя.

Оценка «хорошо» ставится за изложенный теоретический материал билета (возможно с помощью наводящих подсказок преподавателя) и правильные ответы на дополнительные вопросы преподавателя.

Оценка «удовлетворительно» ставится за знание ответов на основные вопросы по каждой теме.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не выполняются условия для получения оценок «отлично», «хорошо» и «удовлетворительно».



### 3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)

*Примерный список вопросов и заданий для проведения контрольных работ, зачета и для самостоятельной работы:*

1. Построить по изоклинам интегральные кривые конкретного уравнения первого порядка, исследовать его решения на продолжимость.
2. Найти общее и особые решения конкретного уравнения 1-го порядка, разрешенного или неразрешенного относительно производной.
3. Решить геометрическую или физическую задачу на составление и решение дифференциального уравнения.
4. Определить области существования и единственности решений для данного уравнения.
5. Решить конкретное уравнение 2-го или 3-го порядка с помощью методов понижения порядка.
6. Решить линейное однородное уравнение с постоянными коэффициентами методом Эйлера.
7. Решить неоднородное линейное уравнение методом вариации или методом неопределенных коэффициентов.
8. Решить данное линейное уравнение с переменными коэффициентами, подобрав его частное решение, или сведя его к уравнению с постоянными коэффициентами.
9. Решить конкретную линейную систему с постоянными коэффициентами 3-го или 4-го порядка методом Эйлера или с помощью вычисления экспоненты от матрицы.
10. Решить линейную неоднородную систему.
11. Найти производную по начальному данному или параметру для конкретной задачи Коши.

12. Выписать разложение решения в ряд по начальным данным или параметру.
13. Найти приближенно периодическое решение для конкретного квазилинейного уравнения.
14. Определить устойчивость решения системы или уравнения по явной формуле общего решения, по фазовому портрету, по первому приближению или с помощью функции Ляпунова.
15. Построить фазовый портрет конкретной автономной системы: определить точки покоя и их тип, проанализировать поведение других траекторий.
16. Найти фундаментальное семейство решений однородного линейного уравнения с помощью формулы Остроградского-Лиувилля.
17. Исследовать колеблемость решения однородного линейного уравнения второго порядка с помощью теоремы Штурма.

*Примерный перечень вопросов к экзамену.*

1. Нормальные системы дифференциальных уравнений. Общие и частные решения. Задача Коши. Единственность решения. Интегральные кривые. Уравнения первого порядка. Примеры.
2. Ломаные Эйлера. Промежуток Пеано.
3. Теорема существования (теорема Пеано).
4. Лемма Гронуолла.
5. Глобальные и локальные условия Липшица. Связь с дифференцируемостью.

6. Теорема о функциях, локально липшицевых на компактах.
7. Теорема единственности.
8. Продолжимость решения. Максимальный интервал существования.
9. Существование максимально продолженного решения.
10. Теорема о максимально продолженных решениях и компактах.
11. Почти линейные системы.
12. Уравнения первого порядка в симметричной форме. Определение его решения.
15. Интегралы уравнений первого порядка в симметричной форме.
16. Уравнения с разделяющимися переменными. Замена переменных. Однородные уравнения.
17. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Линейные уравнения первого порядка.
18. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Особые решения. Методы сведения к уравнениям в симметричной форме.
19. Уравнения Лагранжа и Клеро.
20. Линейные уравнения высших порядков. Общие свойства. Сведение к нормальной системе.
21. Линейные однородные уравнения. Вронскиан, его свойства.
22. Формула Остроградского-Лиувилля для уравнений.
23. Фундаментальная система решений линейного однородного уравнения. Общее решение.
24. Лемма об ошествлении фундаментальной системы решений линейных уравнений.

25. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристический многочлен. Метод Эйлера.
26. Линейная независимость квазимногочленов.
27. Линейные неоднородные уравнения. Структура общего решения. Принцип суперпозиции (представление правой части в виде суммы).
28. Метод вариации произвольной постоянной (метод Лагранжа) для линейных неоднородных уравнений.
29. Метод неопределенных коэффициентов. Резонанс.
30. Краевые задачи для линейных уравнений. Разрешимость.
31. Функция Грина для решения линейного неоднородного уравнения.
32. Линейные однородные уравнения второго порядка. Колеблемость решений.
33. Приводимость линейных однородных уравнений второго порядка к определенному виду.
34. Теорема Штурма.
35. Линейные системы дифференциальных уравнений. Однородные, неоднородные системы. Определения, общие свойства.  
Множество решений однородной системы – линейное пространство.
36. Линейно-независимые решения линейных систем. Вронскиан, его свойства.
37. Формула Остроградского-Лиувилля для систем.
38. Фундаментальные матрицы. Свойства фундаментальных матриц. Общее решение линейной однородной системы.  
Сопряженная система.
39. Матричная экспонента. Определение. Существование. Экспоненты подобных и коммутирующих матриц.

40. Матричный метод решения линейных систем с постоянными коэффициентами.
41. Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера.
42. Линейные неоднородные системы. Структура общего решения. Метод Лагранжа. Формула для решений задачи Коши.
43. Метод неопределенных коэффициентов решения линейных неоднородных систем. Резонансный и нерезонансный случаи.
44. Логарифм матрицы.
45. Линейные системы с периодическими коэффициентами. Матрица монодромии. Мультипликаторы.
46. Теорема Флоке о структуре фундаментальной матрицы периодической системы.
47. Последовательные приближения Пикара.
48. Оценка расстояния между начальным и возмущенным решениями.
49. Теорема о непрерывной зависимости решений от начальных данных и параметра.
50. Дифференцируемость решения по начальным данным.
51. Дифференцируемость решения по параметру.
52. Многократная дифференцируемость решений по начальным данным и параметру.
53. Общее решение нормальных систем.
54. Интегралы нормальных систем. Общие свойства.
55. Независимые интегралы. Теорема о существовании общего интеграла. Максимальное число независимых интегралов.
56. Теорема Коши об аналитичности решений по независимой переменной.

57. Теорема об аналитичности решений по начальным данным и параметру. Метод малого параметра.
58. Автономные системы. Групповое свойство. Траектории. Типы траекторий.
59. Интегралы автономных систем.
60. Устойчивость по Лагранжу. Предельные множества автономных систем. Их свойства.
61. Линейные автономные системы второго порядка. Классификация Пуанкаре невырожденных особых точек.
62. Устойчивость по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Неустойчивость. Определения, примеры, метод сведения к вопросу об устойчивости нулевого решения.
63. Устойчивость линейных систем.
64. Устойчивость в малом по первому приближению.
65. Функции Ляпунова. Определения, свойства. Производная функции в силу системы.
66. Теорема Ляпунова об устойчивости решения.
67. Теорема Ляпунова об асимптотической устойчивости решения.
68. Функции Ляпунова для автономных систем.
69. Функции Четаева. Теорема Четаева о неустойчивости.
70. Квадратичные формы как функции Ляпунова и Четаева.
71. Теоремы об устойчивости и неустойчивости по первому приближению.

*Варианты тем курсовых работ (по выбору):*

1. Связь между единственностью решений задачи Коши и зависимостью решений от начальных данных.
2. Индекс особой точки автономной системы дифференциальных уравнения.
3. Проблема центра и фокуса «сшитых» линейных систем.
4. Уравнение Риккати в комплексной области.
5. Свойства устойчивости особой точки однородной нелинейной автономной системы.
6. О числе периодических решений полиномиального уравнения.
7. Периодические решения периодических уравнений и систем.
8. Применение групп симметрий для интегрирования в квадратурах уравнений 1-го порядка.
9. Векторные поля на плоскости, вращение векторного поля и его применение к исследованию дифференциальных уравнений.
10. Теория Пуанкаре-Бендиксона предельных множеств на плоскости.

### **3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

Примерная анкета-отзыв по преподаванию дисциплины

Просим Вас заполнить анонимную анкету-отзыв по пройденному Вами курсу. Обобщенные данные анкет будут использованы для совершенствования каждого вопросу проставьте соответствующие оценки по шкале от 1 до 10 баллов (обведите выбранный Вами балл). В случае необходимости впишите комментарии.

1. Насколько Вы удовлетворены содержанием дисциплины в целом?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Комментарий \_\_\_\_\_

2. Насколько Вы удовлетворены формами преподавания?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Комментарий \_\_\_\_\_

3. Как Вы оцениваете качество подготовки предложенных учебно-методических материалов?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Комментарий \_\_\_\_\_

4. Насколько Вы удовлетворены использованием преподавателями интерактивных и активных методов обучения ?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Комментарий \_\_\_\_\_

5. Какие из тем дисциплины Вы считаете наиболее полезными, ценными с точки зрения дальнейшего обучения и применения в последующей деятельности?

6. Чтобы Вы предложили изменить в методическом и содержательном плане для совершенствования преподавания данной дисциплины?

СПАСИБО!

**3.2. Кадровое обеспечение**



**3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К чтению лекций должны привлекаться преподаватели, имеющие ученую степень доктора или кандидата наук (в том числе степень PhD, прошедшую установленную процедуру признания и установления эквивалентности) и/или ученое звание профессора или доцента.

К преподаванию практических занятий могут быть допущены преподаватели, имеющие диплом о высшем образовании по соответствующему направлению.

**3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

Требуется присутствие инженера по обслуживанию компьютеров при самостоятельной работе студентов в компьютерном классе.

**3.3. Материально-техническое обеспечение****3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Требуются стандартно оборудованные лекционные аудитории (доска, мел, губка, маркер).

**3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного пользования**

При проведении отдельных занятий возможно использование студентами компьютерных математических пакетов для выполнения практических э

**3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

Непредусмотрены.

**3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

Непредусмотрены.

### 3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов

Мел, губки, бумага формата А4, канцелярские товары, картриджи принтеров, диски в объеме, необходимом для проведения занятий, по заявкам преподавателей.

## 3.4. Информационное обеспечение

### 3.4.1 Список обязательной литературы

1. Бибиков Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Высшая школа, 1991.  
(Допущено Министерством высшего и среднего специального образования РСФСР в качестве учебного пособия для студентов университетов, обучающихся по специальности «Математика»).
2. Бибиков Ю.Н. Общий курс обыкновенных дифференциальных уравнений. СПб.: Издательство Санкт-Петербургского университета, 2000.
3. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М.: Интеграл-пресс, 1998.
4. Бибиков Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. СПб.: «Лань», 2011.

### 3.4.2 Список дополнительной литературы

1. Матвеев Н.М. Сборник задач и упражнений по обыкновенным дифференциальным уравнениям. Издание 7-е, дополненное. СПб.: «Лань», 2002.
2. Амелькин В.В. Дифференциальные уравнения в приложениях. Минск, 1987.
3. Костенко И.П. Дифференциальные уравнения и их приложения. Краснодар, 1991.
4. Демидович Б.П. Лекции по математической теории устойчивости. М. 1967.

5. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М. 1984.
6. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М. 1979.
7. Бибииков Ю.Н. Многочастотные нелинейные колебания и их бифуркации. Монография. Издательство Ленинградского университета. Л. 1991.
8. Плисс В.А., Ильин Ю.А. Теория нелинейных колебаний. I. Основные свойства периодических систем. II. Периодические решения автономных систем. СПб.: Издательский дом Санкт-Петербургского государственного университета. 2012.
9. Плисс В.А. Интегральные множества периодических систем дифференциальных уравнений. М. 1977.
10. Рейзинь Л.Э. Локальная эквивалентность дифференциальных уравнений. Рига, 1971.
11. Беллман Р. Теория устойчивости решений дифференциальных уравнений. М., 1954.
12. Кодингтон Э.А., Левинсон Н. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений. М., 1958.
13. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М. 1978.
14. Хартман Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Мир, 1970.
15. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М. 1979.
16. Адрианова Л.Я, Крыжевич С.Г. Некоторые коэффициентные критерии свойств решений линейных уравнений второго порядка. Изд-во СПбГУ. 2002.

### 3.4.3 Перечень иных информационных источников

Материалы, размещенные в сети Интернет: <http://www.umu.spbu.ru>, <http://www/etudes.ru>

### Раздел 4. Разработчики программы

Чурин Юрий Васильевич, доктор ф.-м.н., профессор кафедры дифференциальных уравнений,

Ильин Юрий Анатольевич, к.ф.-м.н., доцент кафедры дифференциальных уравнений.

[a.zhiglevich@spbu.ru](mailto:a.zhiglevich@spbu.ru)

Б1.Б.М  
3.Д2

Методы вычислений

### РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

«Методы вычислений»

основной образовательной программы высшего профессионального образования

подготовки по направлению *02.03.01*

*Математика и компьютерные науки*

для получения квалификации (степени) *бакалавр*

Трудоёмкость учебной дисциплины 3 зачётные единицы

## 1. Характеристики, структура и содержание учебной дисциплины

### 1.1. Цели и результаты изучения дисциплины

Дисциплина «методы вычислений» является одной из базовых дисциплин цикла формирующего подготовку бакалавра по направлению Математическая наука. Она представляет собой комплекс знаний и навыков, позволяющих овладеть основами вычислительных методов и квалифицированно применять методы для практических вычислений и решения прикладных задач.

Отдельные параметры курса могут варьироваться по степени сложности в зависимости от начальной подготовки студентов. Курс должен быть построен по принципам компетентного, деятельностного подхода к вычислительной математике как средству проведения различных расчетов с применением высокопроизводительных компьютеров, что предполагает распределение содержания обучения вычислительной математике по следующим видам: изучение теоретического материала, а также составление алгоритмов, отладка программ, численный счет в рамках вычислительного практикума.

Основным методологическим принципом построения программы курса, равно как и всей концепции обучения дисциплине методов вычислений является принцип поэтапного накопления знаний и формирования необходимых компетенций по модели: от простого к сложному, а основной методологический принцип прохождения отдельных разделов программы является ступенчатость и цикличность, предусматривающие постепенный возврат к ранее усвоенному материалу на высоком концептуальном уровне.

Цель изучения дисциплины методов вычислений: обучение студентов методам вычислительной математики; развитие у студентов логического мышления; знакомство с различными численными методами; подготовка к самостоятельному решению различных вычислительных задач.

### 1.2. Язык обучения: русский

### 1.3. Требования к подготовленности обучающегося к освоению содержания учебной дисциплины (пререквизиты)

Программа курса предназначена для студентов, изучавших математику в объеме двух курсов математико-механического факультета и владеющих работой с компьютером.

Максимальная эффективность программы будет обеспечена при условии, что студент:

- Владеет основами математического анализа, линейной алгебры, геометрии.

- Владеет основами программирования, достаточными для составления простейших программ.

#### 1.4. Перечень компетенций, вырабатываемых при изучении дисциплины

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности.

ПК-1 Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий.

Основной целью курса является овладение студентами теоретических основ вычислительной математики и применение полученных знаний, а именно:

- понимание содержания дисциплины, методы вычислений и обладание достаточно полным представлением о возможностях применения в различных прикладных областях науки и техники, связанных с вычислениями;

- умение приближать функции с заданной погрешностью, приближенно вычислять однократные интегралы с помощью квадратурных формул, решать задачи линейной алгебры, вычислять приближенные решения задачи Коши и граничных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений программой курса;

- развитие способности дальнейшего освоения методов вычислительной математики, развития навыков работы с компьютером как средством информации.

#### 1.5. Знания, умения, навыки, осваиваемые обучающимся при изучении дисциплины

Приближение функций методами интерполирования, наилучшего квадратичного приближения, разложения в ортогональные ряды.

Использование квадратурных формул для вычисления интегралов с любой точностью, знание приемов построения квадратурных формул.

Численное дифференцирование.

Решение простейших краевых задач и задачи Коши.

Решение систем линейных алгебраических уравнений.

Решение нелинейных уравнений.

#### 1.6. Перечень и объем активных форм учебной работы по дисциплине

Аудиторная учебная работа: теоретические и практические занятия, текущее тестирование, выполнение практических работ в конце изучения тем

Самостоятельная работа:

а) в присутствии преподавателя письменные работы.

б) без участия преподавателя (индивидуальная работа с доступными информационными и образовательными ресурсами, имеющимися в библиотеке и доступе в сети Интернет и локальной сети Университета с целью преодоления индивидуальных трудностей в освоении отдельных разделов курса и удовлетворения личных познавательных потребностей).

#### 1.7. Организация изучения дисциплины, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Трудоёмкость, объёмы учебной работы:

Лекций – 30 часов;

Практических занятий – 15 часов;

Самостоятельная работа – 30 часов;

Трудоёмкость – 3 з.е.

Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Код модуля в составе дисциплины	Промежуточная аттестация	Текущий контроль
5 семестр	экзамен	Выполнение практических заданий

### 1.8. Структура и содержание учебной дисциплины

Курсобучения состоит из пяти модулей:

- I. Интерполирование и приближение функций;
- II. Приближенное вычисление интегралов;
- III. Численное решение задач линейной алгебры;
- IV. Численное решение задачи Коши и граничных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений;
- V. Численное решение нелинейных уравнений.

#### Глава I. Интерполирование и приближение функций

1. Задача интерполирования Лагранжа. Формулы Лагранжа и Ньютона. Конечные разности. Интерполяционные формулы Ньютона, Ньютона-Гау по равноотстоящим узлам. Представление остатка интерполирования. Минимизация погрешности интерполяции. Функция Лебега. Постоянная.
2. Эрмитово интерполирование. Представление остатка интерполяции.
3. Тригонометрическое интерполирование. Дискретное преобразование Фурье. Быстрое преобразование Фурье



4. Численное дифференцирование. Формулы. Представление и оценка остаточных членов. Понятие о неустранимой погрешности численного дифференцирования. Наилучшее равномерное приближение. Понятие альтернанса. Теорема Чебышева. Полиномы Чебышева, их свойства.

6. Наилучшее квадратичное приближение. Процесс ортогонализации. Ортогональные полиномы, их общие свойства. Частные случаи. Ряды Фурье. Универсальный аппарат приближения.

#### Глава II. Приближенное вычисление интегралов.

1. Интерполяционно-квadrатурные формулы. Формулы Котеса, частные случаи. Составные квадратурные формулы.

2. Формулы наивысшей степени точности. Критерий, частные случаи. Формула Гаусса, формула Эрмита-Мелера. Формула прямоугольников в переносном смысле.

3. Вычисление интегралов с особенностями. Формула Стенджера.

#### Глава III. Решение уравнений и систем.

1. Системы линейных уравнений. Метод исключения. Метод ортогонализации строк.

2. Векторные и матричные нормы. Концепция обусловленности. Оценка неустранимой погрешности в решении линейной системы.

3. Метод итераций. Теорема сходимости. Итерационный процесс при простейшей подготовке с постоянным параметром, оптимальный параметр, чебышевские параметры.

4. Метод итераций для одного вещественного уравнения. Методы хорд и секущих. Метод Ньютона, скорость сходимости.

5. Системы уравнений, метод итераций. Метод Ньютона для систем уравнений. Продолжение по параметру.

#### Глава IV. Задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Простейший метод Эйлера. Порядок метода. Методы Эйлера улучшенные. Методы Рунге-Кутты.

Экстраполяционный метод Адамса. Интерполяционный метод Адамса.

Цель данного этапа обучения – Овладение теоретическими основами численных методов.

Знания и умения по завершении профессионально-ориентированного модуля

К концу данного этапа обучения студент должен:

Цель данного этапа обучения – Овладение теоретическими основами решения краевых задач и задачи Коши

Знания и умения по завершении профессионально-ориентированного модуля

К концу данного этапа обучения студент должен:

- знать основные методы приближения функций: интерполирование, квадратичное приближение, разложение в ортогональные ряды;
- владеть способами вычисления интегралов, в частности от негладких функций;
- уметь решать уравнения с одним неизвестным;
- знать важнейшие методы решения систем уравнений;
- овладеть основами приближенного численного решения задачи Коши.

Темы для изучения и обсуждения

1. Интерполяция и разложение функций в ряды Фурье-Чебышева
2. Вычисление интегралов. Гибкое использование известных из анализа приемов для эффективного применения квадратурных формул.
3. Решение уравнений: сравнение различных методов по эффективности.

Формы контроля:

1. Текущий контроль (по завершении каждого модуля) - тест
2. Итоговый контроль (в конце семестра) - беседа на одну из пройденных тем.

Итоговый контроль

1. Беседа на две из пройденных тем

-

2. Обеспечение учебной дисциплины

2.1. Методическое обеспечение учебной дисциплины

2.1.1. Методическое обеспечение аудиторной работы

Методические материалы включают в себя следующие виды материалов - учебники, учебные пособия, методические указания для студентов, Интернет-ресурсы, электронные учебные пособия, с опорой на которые проводится аудиторная работа.

2.1.2. Методическое обеспечение самостоятельной работы

Самостоятельная работа студента, как вид деятельности, стимулирующий активность, самостоятельность, познавательный интерес с целью поиска необходимой информации, приобретения знаний, использования этих знаний для решения учебных, научных и профессиональных задач, представляющая собой составную часть учебного процесса, которой отводится не менее половины учебного времени при очной форме обучения. Время, отводимое на самостоятельную работу, должно использоваться студентами для наиболее полного освоения учебной дисциплины. Следовательно, организация эффективной внеаудиторной работы в процессе обучения требует, с одной стороны, создания условий, призванных обеспечить рациональное и планомерное управление учебной деятельностью, протекающей в отсутствие преподавателя, и тщательной подготовки целого ряда учебных пособий, снабженных методическими указаниями с другой стороны.

К числу методических пособий относятся:

- учебно-тематический план работы, в котором определена тематика и виды самостоятельной работы и указан рекомендуемый объем материала для освоения;
- общие методические рекомендации и указания по самостоятельной работе;
- обучающие программы, в том числе сетевые и интерактивные, которые могут быть использованы студентом самостоятельно. К этой категории относятся также дополнительные ресурсы, предлагаемые авторами и издателями УМК на различных носителях, включая CD-ROM;
- фонд контрольных заданий и тестов для самоконтроля, которые позволяют оценить уровень знаний, навыков и умений студентов по окончании курса, государственным стандартам и европейским компетенциям.

Роль преподавателя в организации самостоятельной работы

Роль преподавателя в организации самостоятельной работы состоит в координации действий обучающихся в освоении дисциплины, в методическом и организационном обеспечении учебного процесса. Взаимодействие между преподавателем и студентом осуществляется в форме консультаций. Преподаватели оказывают помощь студентам по планированию и организации самостоятельной работы.

### Контроль засамостоятельной работой

Контроль засамостоятельной работой может осуществляться в форме коротких опросов и тестов, рефератов, бесед по прочитанному, углубленным занятиям, дополнительных вопросов, и т.д.

#### 2.1.3. Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (контрольно-измерительные материалы)

Аппарат контроля за усвоением материала включает в себя задания, тесты, контрольные работы, необходимые для эффективного контроля за усвоением материала. Этот раздел состоит из тестов, завершающих каждую тему, тестов для самопроверки и итогового теста.

### 2.2. Кадровое обеспечение учебной дисциплины

#### 2.2.1. Требования к образованию и (или) квалификации штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к преподаванию дисциплины

К преподаванию могут быть допущены преподаватели, имеющие диплом о высшем образовании по соответствующему направлению.

#### 2.2.2. Требования к обеспеченности учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом

Специальных требований нет.

### 2.2.3. Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса

## 2.3. Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины

### 2.3.1. Требования к аудиториям (помещениям, местам) для проведения занятий

В аудиториях, где проводятся занятия, необходимо наличие досок и средств письма на них: мел или фломастеры. В аудиториях должно быть светлое и теплое помещение.

### 2.3.2. Требования к аудиторному оборудованию, в том числе к неспециализированному компьютерному оборудованию и программному обеспечению

Аудитории для проведения практических занятий должны быть оснащены проекционной техникой и компьютерами в достаточном количестве – по количеству обучающихся. В аудиториях должно быть доступно необходимое программное обеспечение.

### 2.3.3. Требования к специализированному оборудованию

Необходимо наличие компьютерных классов.

### 2.3.4. Требования к специализированному программному обеспечению

Специализированное программное обеспечение для компьютерных классов.

2.3.5. Требования к перечню и объёму расходных материалов

-

Расходные материалы не требуются.

2.4. Информационное обеспечение учебной дисциплины

2.4.1. Список обязательной литературы:

1. Амосов А.А., Дубинский Ю.А., Копченова Н.В. Вычислительные методы. 2014. Изд-во «Лань».
2. Мысовских И.П. Лекции по методам вычислений. СПб., 1998.
3. Бахвалов Н.С. Численные методы. Ч. I.
4. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М., Наука, 1987.
5. Бобков В.В., Крылов В.И., Монастырский П.И. Вычислительные методы высшей математики. Минск, Высшая школа, 1972.

2.4.2. Список дополнительной литературы:





*Структура рабочей программы учебной дисциплины*

## **Раздел 1. Характеристики, структура и содержание учебной дисциплины**

### 1.1. Цели и результаты изучения дисциплины

Дисциплина «**Теория вероятностей**» является одной из базовых дисциплин, формирующей подготовку бакалавра в области математики и компьютерных наук.

Основным методологическим принципом построения программы курса, является принцип поэтапного системного накопления

знаний и формирования необходимых компетенций по модели: от простого и/или знакомого - к сложному и/или незнакомому, а

основной методологической стратегией прохождения отдельных разделов программы является ступенчатость и цикличность,

предусматривающие постепенный возврат к ранее усвоенному материалу на более высоком языковом и концептуальном уровне.

Цель изучения дисциплины: обучение студентов основам теории вероятностей; развитие у студентов навыков построения теоретико-

вероятностных моделей.

#### 1.2. Язык(и) обучения

русский язык

#### 1.3. Требования к подготовленности обучающегося к освоению содержания учебной дисциплины (пререквизиты)

Программа курса предназначена студентам **3 курса**. Обучающиеся должны владеть основами комбинаторики, математического

анализа (включая дифференциальное исчисление, теорию меры, интегрирование) и высшей алгебры (включая линейную алгебру).

#### 1.4. Перечень компетенций, формируемых при изучении дисциплины (с указанием кодов):

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и

функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики

и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности.

ПК-1 Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий.

Обучающиеся должны знать содержание дисциплины «Теория вероятностей» и иметь достаточно полное представление о возможностях применения ее разделов в различных прикладных областях науки и техники;

#### 1.5. Знания, умения, навыки, осваиваемые обучающимися при изучении дисциплины

Обучающиеся должны:

- знать содержание дисциплины "Теория вероятностей" и иметь хорошее представление о возможностях ее применения в прикладных областях науки,
- уметь строить математические модели в различных задачах стохастики, использовать включенные в курс формулы вычисления вероятностей,
- уметь вычислять приводимые в курсе характеристики случайных величин и векторов, уметь интерпретировать полученные результаты, знать факторы, приводящие к появлению ряда важнейших распределений, знать и уметь

использовать свойства этих распределений и их взаимосвязь

#### 1.6. Перечень и объём активных форм учебной работы по дисциплине

Аудиторная учебная работа: теоретические занятия в объеме 2 часов в неделю (лекции) и практические занятия по решению задач по 2 часа в неделю в течение 2-х семестров, выполнение контрольных работ и заданий (по 4 в семестр), текущее тестирование, комплексное тестирование (зачет) в конце 5-го семестра и экзамен в конце 6-го семестра.

Самостоятельная работа:

Выполнение домашних заданий, написание курсовой работы по дисциплине “Теория вероятностей”.

Без участия преподавателя - индивидуальная работа с доступными информационными и образовательными ресурсами, имеющимися в библиотеке, в открытом доступе в сети Интернет и локальной сети Университета с целью преодоления индивидуальных трудностей в освоении отдельных разделов курса, а также удовлетворения личных познавательных потребностей.

#### 1.7 Организация учебных занятий

*Трудоёмкость, объёмы учебной работы*

	лекции	практические занятия	Самостоятельная работа	Трудоёмкость з.е.
С5	30	30	66	4

С6	30	30	66	4
итого	60	60	132	8

*Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации*

Код модуля в составе дисциплины	Промежуточная аттестация		Текущий контроль	
	Виды	Сроки	Формы	Сроки
<i>очная форма обучения</i>				
С 5	Зачет	18-21 неделя	Контрольные работы	1-17 неделя
С 6	Экзамен	40-43 неделя	Контрольные работы	22-39 неделя

1.8. Структура и содержание учебной дисциплины

**Темы для изучения и обсуждения**

**5-й семестр.**

## 1. Основные понятия теории вероятностей.

Аксиомы теории вероятностей. Основные соотношения между вероятностями событий. Примеры вероятностных пространств: схема равновозможных исходов, геометрические вероятности. Условная вероятность, формулы полной вероятности и формулы Байеса. Независимость случайных событий. Случайные элементы.

## 2. Испытания Бернулли.

Формулы Бернулли. Нормальное и пуассоновское приближения в схеме Бернулли. Теорема Бернулли и теорема Бореля.

## 3. Случайные величины и их распределения.

Определение случайной величины. Распределение и функция распределения. Три основных типа распределений, примеры. Случайные векторы, многомерные распределения. Независимость случайных величин. Бесконечные системы случайных величин, теорема Колмогорова о продолжении системы конечномерных распределений до меры.

## 4. Моменты случайных величин.

Математическое ожидание и дисперсия. Неравенство Чебышева.

Приложения неравенства Чебышева: доказательства закона больших чисел, доказательство Бернштейна теоремы Вейерштрасса. Старшие моменты, корреляционная матрица, коэффициент корреляции.

## 5. Производящие и характеристические функции.

Характеристические функции: теорема единственности, основные свойства, положительная определенность характеристических функций, характеристические функции и моменты. Характеристические функции случайных векторов,

теорема Крамера – Волда и преобразование Радона. Многомерные гауссовские распределения. Производящие функции.  
Задача Гальтона – Ватсона о выживании фамилии.

6. Последовательности независимых случайных величин.

Закон «0-1», Лемма Бореля-Кантелли.

### **6 -й семестр**

7. Сходимость вероятностных распределений

Основные понятия. Критерии слабой сходимости. Теорема выбора Хелли. Теорема непрерывности (теорема Леви).  
Соотношения между видами сходимости.

8. Предельные теоремы для независимых случайных величин:

Закон больших чисел (теорема Хинчина). Центральная предельная теорема. Неравенство Колмогорова. Сходимость рядов независимых случайных величин. Усиленный закон больших чисел (теоремы Колмогорова).

9. Принцип больших уклонений.

Теорема Крамера-Чернова для сумм независимых величин и её многомерное обобщение. Общий принцип больших уклонений: слабый и сильный.

10. Процессы с независимыми приращениями:

Основные понятия. Процесс Винера. Процесс Пуассона. Безгранично делимые распределения.

11. Меры с некоррелированными значениями.

Пуассоновские случайные меры. Гауссовский белый шум. Интегрирование по мере с некоррелированными значениями.

12. Цепи и процессы Маркова.

Цепи Маркова со счетным множеством состояний. Основные определения, матрица переходных вероятностей, уравнения Маркова, примеры. Классификация состояний: эргодические классы,

циклические подклассы, возвратные состояния, критерий возвратности. Простейшие случайные блуждания, теорема Пойя. Асимптотическое поведение вероятностей перехода за  $n$  шагов. Процессы Маркова со счетным множеством состояний: основные понятия, уравнения Чепмена – Колмогорова, дифференциальные уравнения Колмогорова. Процессы размножения и гибели. Ветвящиеся процессы.

### 13. Условные математические ожидания

Существование условных вероятностей и условных ожиданий. Условные ожидания как операторы проектирования, регрессия и задачи прогноза.

### 14. Мартингалы и субмартингалы.

Неравенство Дуба. Теорема Дуба о сходимости мартингалов. Примеры применения.

**Формы контроля:** В 5 семестре студент получает зачет по результатам выполнения всех

предусмотренных рабочей программой письменных контрольных работ, выполнения курсовой работы по дисциплине "Теория вероятностей" и с учетом посещаемости практических занятий.

До назначенной даты зачёта студент должен отчитаться по курсовой работе по дисциплине "Теория вероятностей" и выполнить все предусмотренные рабочей программой контрольные работы.

В случае полного или частичного невыполнения студентом контрольных работ 5 семестра, задачи по невыполненным темам для этого студента выносятся на зачёт. В этом случае зачет проводится в виде письменной работы.

В 6 семестре студент обязан выполнить предусмотренные рабочей программой письменные контрольные работы. Экзамен проводится в устной форме путем выборочного опроса по программе годового курса. В случае полного или частичного



невыполнения студентом контрольных работ 6 семестра, задачи по соответствующим темам для этого студента выносятся на экзамен в качестве дополнительного задания.

Предусмотрены 8 контрольных работ по всему курсу (4- в 5 семестре и 4- в 6-ом) и курсовая работа по дисциплине в 5-ом семестре в качестве текущего контроля.

### **Итоговый контроль**

1. сдача экзамена на понимание теории из курса лекций и способность самостоятельного решения задач.

## **Раздел 2. Обеспечение учебной дисциплины**

### 2.1. Методическое обеспечение учебной дисциплины

#### *2.1.1. Методическое обеспечение аудиторной работы*

По курсу теории вероятностей предусмотрено чтение лекций и проведение практических занятий. Лекции читают и проводят практические занятия опытные преподаватели, как правило, с большим стажем работы. В курс лекций включаются новые результаты, полученные как сотрудниками кафедры теории вероятностей и математической статистики, так и ведущими учеными России и зарубежных стран. Все студенты должны быть обеспечены учебниками, рекомендованными по курсу. Дополнительного оборудования и дополнительных материалов для учебной работы по курсу не требуется. Аудитория должна быть снабжена

доской и мелом.

#### *2.1.1. Методическое обеспечение самостоятельной работы*

При выполнении домашних, индивидуальных и контрольных заданий студенту необходимо знать содержание лекций, уметь формулировать определения основных понятий и утверждений, уметь применять методы доказательств при решении конкретных задач. При подготовке к самостоятельной работе целесообразно использовать рекомендованные учебники и задачки, а также дополнительную литературу.

Методические материалы включают в себя следующие типы материалов — учебники, электронные учебные пособия.

2.1.2.

#### **Методическое обеспечение самостоятельной работы**

Самостоятельная работа студента, как вид деятельности, стимулирующий активность, самостоятельность, познавательный интерес с целью поиска необходимой информации, приобретения знаний, использования этих знаний для решения учебных, научных и профессиональных задач, представляет собой важную составляющую учебного процесса, которой отводится не менее половины учебного времени при очной форме обучения. Время, отводимое на самостоятельную работу, должно использоваться студентами для наиболее полного освоения учебной дисциплины. Следовательно, организация эффективной внеаудиторной самостоятельной работы в процессе обучения требует, с одной стороны, создание условий, призванных обеспечить рациональное и планомерное управление учебной деятельностью, протекающей в отсутствие преподавателя, и тщательной подготовки целого ряда учебных пособий, снабженных методическими

указаниями, с другой стороны.

### **Контроль за самостоятельной работой**

Контроль за самостоятельной работой может осуществляться в форме коротких опросов и тестов, углубленных вопросов по темам занятий, дополнительных вопросов, и т.д.

### **Примерный список тем курсовых работ по дисциплине:**

1. Статистики Максвелла-Больцмана, Ферми-Дирака, Бозе-Эйнштейна.
2. Мультиномиальное и гипергеометрическое распределение.
3. Теорема Бернулли и теорема Вейерштрасса.
4. Локальные предельные теоремы.
5. Условные вероятности относительно разбиений и сигма-алгебр.
6. Вероятность разорения.
7. Продолжительность азартной игры
8. Закон арксинуса для случайного блуждания.
9. Мартингалы.

10. Теорема Колмогорова о существовании системы величин с заданными распределениями.

11. Игла Бюффона.

12. Семиинварианты.

13. Проблема моментов.

14. Расстояние Какутани-Хеллингера между распределениями.

15. Расстояние по вариации между распределениями

16. Безгранично делимые и устойчивые распределения.

17. Санкт-Петербургский парадокс

18. Парадокс раздела ставки.

19. Устойчивые распределения и случайные величины.

20. Коэффициенты перемешивания.

21. Порядковые статистики.

22. Предельные законы для максимумов.

2.1.3.

Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (контрольно-измерительные материалы).

Аппарат контроля за усвоением материала включает в себя задания, контрольные работы и задания, необходимые для эффективного контроля за усвоением учебного материала.

### **2.3. Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины.**

Требуются стандартно оборудованные лекционные аудитории. При проведении отдельных практических занятий и курсовых работ возможно использование студентами компьютерных математических пакетов для выполнения практических заданий.

### 2.4. Информационное обеспечение учебной дисциплины

Список обязательной и дополнительной литературы

#### **Основная**

1. Боровков А. А. Теория вероятностей. – 4-е изд.- М.: Едиториал УРСС, 2003
2. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. – 6-е изд.- М.: Наука, 1988
3. Чистяков В.П. Курс теории вероятностей.- М.: Агар, 2000.
4. Ширяев А. Н. Вероятность. – 3-е изд. в двух томах М.: Наука, 2004.

#### **Дополнительная**

1. Вагутин В.А., Ивченко Г.И., Медведев Ю.И., Чистяков В.П. Теория вероятностей и математическая статистика в задачах, Агар, 2003.

2. Коршунов Д.А., Фосс С.Г. Сборник задач и упражнений по теории вероятностей, НГУ, 2003.
3. Лукач Е. Характеристические функции. – М.: Наука, 1979.
4. Мешалкин Л.Д. Сборник задач по теории вероятностей. – М.: МГУ, 1963.
5. Петров В.В. Предельные теоремы для сумм независимых случайных величин. – М.: Наука, 1987.
6. Прохоров А.В., Ушаков В.Г., Ушаков Н.Г. Задачи по теории вероятностей. Наука, 1986.
7. Розанов Ю. А. Случайные процессы, краткий курс. – М.: Наука, 1971.
8. Свешников А.А. (ред.) Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций. Наука, 1965.
9. Севастьянов Б.А., Чистяков В.П. Зубков А.М. Сборник задач по теории вероятностей, Наука, 1980.
10. Секей Г. Парадоксы в теории вероятностей и математической статистике. – М.: Мир, 1990.
11. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. – т. 1 и 2 – М.: Мир, 1984.

Разработчик(и) рабочей программы учебной дисциплины

Лифшиц М.А. д.ф-м.н., профессор, профессор, lifts@mail.rcm.ru

Б1.Б.М  
3.Д4  
**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**  
**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Уравнения математической физики

Mathematical Physics Equations

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 6

**Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

**1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Обучение студентов методам математической физики; развитие у них логического мышления и комплексного восприятия математики.

**1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Для успешного освоения дисциплины студент должен иметь предварительную подготовку по основным математическим дисциплинам - математическому анализу, высшей алгебре, функциональному анализу, геометрии и теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

**1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

Перечень формируемых компетенций:

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности.

ПК-1 Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий

**знать** постановки основных задач математической физики и методы их решения в рамках курса, начала теории пространств Соболева и обобщенные постановки краевых задач;

**уметь** решать задачи методом Фурье и другими классическими методами, переходить от классических постановок к обобщенным и обратно, применять простейшие методы функционального анализа к решению задач математической физики;

иметь представление о современных методах решения задач математической физики.

## Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий

### 2.1. Организация учебных занятий

*Трудоёмкость, объёмы учебной работы*

лекции

практические

Самостоятельная работа

Трудоёмкость



		занятия		з.е.
С6	30	30	50	3
С7	25	15	50	3
итого	55	45	100	6

*Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации*

Код модуля в составе дисциплины	Промежуточная аттестация		Текущий контроль	
	Виды	Сроки	Формы	Сроки
<i>очная форма обучения</i>				
С 6	Зачет	40-43 неделя	Контрольные работы	22-39 неделя
С 7	Экзамен	18-21 неделя	Контрольные работы	1-17 неделя

## 2.2. Структура и содержание учебных занятий

### 1. Основные понятия.

Постановка основных задач математической физики. Связь классического вариационного исчисления и математической физики.

Классификация уравнений второго порядка. Приведение уравнений к каноническому виду. Формула интегрирования по частям.

Формально сопряженные операторы и формулы Грина. Задача Коши и характеристики для уравнений второго порядка.

**2. Задача Штурма – Лиувилля.**

Постановка краевой задачи. Теорема единственности. Функция Грина и существование.

Свойства собственных функций и собственных значений. Решение краевых задач методом Фурье.

Сингулярная задача Штурма – Лиувилля. Функции Бесселя. Собственные функции краевых задач в простых областях.

**3. Волновое уравнение.**

Характеристический конус и теорема единственности. Формула Даламбера для струны. Решение задачи Коши для трех пространственных переменных с помощью сферических средних; анализ решения. Двумерный случай. Неоднородное уравнение.

**4. Обобщенные функции.**

Основные и обобщенные функции. Регулярные и сингулярные обобщенные функции; примеры. Действия над обобщенными функциями: умножение на гладкие, преобразование координат, дифференцирование. Сходимость обобщенных функций. Прямое произведение и свертка обобщенных функций. Структура обобщенных функций с точечным носителем. Фундаментальное решение дифференциального оператора. Фундаментальное решение для оператора Лапласа. Преобразование Фурье обобщенных функций. Вывод фундаментального решения с помощью преобразования Фурье. Пространства Соболева-Слободецкого.

**5. Уравнение теплопроводности.**

Фундаментальное решение для оператора теплопроводности. Формула Пуассона и ее обоснование. Принцип максимума для задачи Коши. Гипоэллиптические операторы. Оценка производных решения уравнения теплопроводности. Теорема Тихонова о единственности решения задачи Коши. Контрпример Тихонова. Принцип максимума для начально-краевой задачи. Теорема о равномерном остывании.

**6. Уравнения первого порядка.**

Линейные уравнения первого порядка, характеристики. Квазилинейные уравнения. Законы сохранения. Обобщенные решения.

Условие Рэнкина-Гюгонио. Условие энтропийности. Задача о распаде разрыва.

**7. Уравнение Лапласа.**

Оператор Лапласа в сферических координатах. Преобразование Кельвина. Определение сферических функций и их простейшие свойства.

Полнота сферических функций. Оператор Бельтрами-Лапласа на сфере. Вид сферических функций в размерностях 2 и 3.

Простейшие свойства гармонических функций: прямая и обратная теорема о среднем арифметическом и принцип максимума.

Теоремы единственности для задач Дирихле. Теоремы о последовательностях гармонических функций. Решение задачи Дирихле для шара.

Функция Грина задачи Дирихле; примеры. Представления функций класса  $C^2$ . Вывод и обоснование формулы Пуассона.

Неравенство Гарнака. Теорема Лиувилля. Поверхности класса  $C^2$ . Лемма Зарембы о нормальной производной.

Теоремы единственности для задач Неймана.

**8. Интегральные операторы.**

Операторы с непрерывным ядром. Операторы со слабой особенностью. О непрерывности решений интегральных уравнений.

Сингулярные интегральные операторы и их простейшие свойства.

**9. Теория потенциалов.**

Свойства объемного потенциала. Решение краевых задач для уравнения Пуассона. Поверхности класса  $C^2$ . Интеграл Гаусса.

Свойства поверхностных потенциалов. Сведение к интегральным уравнениям задач Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа.

Анализ интегральных уравнений. Решение внешней задачи Дирихле. Случай двух переменных.

Функция Грина в гладкой области. Собственные числа и собственные функции задачи Дирихле для уравнения Лапласа.

Метод Фурье решения начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности. Приближенное решение задачи Дирихле методом сеток.

### **Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

#### **3.1. Методическое обеспечение**

##### **3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

##### **3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

При выполнении домашних, индивидуальных и контрольных заданий студенту необходимо знать содержание лекций, уметь

формулировать определения основных понятий и утверждений, уметь применять методы доказательств при решении конкретных задач.

При подготовке к самостоятельной работе целесообразно использовать рекомендованные учебники, а также дополнительную литературу.

##### **3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

По дисциплине «Уравнения математической физики» в течение учебного года проводятся контрольные работы в соответствии с графиком, зачет и два экзамена.

Студент, не отчитавшийся по контрольной работе (контрольному домашнему заданию) в течение семестра, отчитывается по ним во время зачета. Для получения оценки отлично, кроме ответа на теоретические вопросы, необходимо решить задачу.

**3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

Список вопросов в соответствии с Содержанием.

**3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания качества учебного процесса**

Анкета Просим вас заполнить анкету-отзыв по прочитанной дисциплине. Обобщенные данные анкет будут использованы для ее совершенствования.

По каждому вопросу проставьте соответствующие оценки по шкале от 1 до 10 баллов. В случае необходимости впишите свои комментарии.

1. Насколько вы удовлетворены содержанием дисциплины в целом? \_\_\_\_\_

Комментарий \_\_\_\_\_

2. Насколько вы удовлетворены общим стилем преподавания? \_\_\_\_\_

Комментарий \_\_\_\_\_

3. Как вы оцениваете качество подготовки предложенных методических материалов? \_\_\_\_\_

Комментарий \_\_\_\_\_

4. Насколько вы удовлетворены использованием преподавателями активных интерактивных методов обучения? \_\_\_\_\_

Комментарий \_\_\_\_\_

5. Какой из разделов дисциплины вы считаете наиболее полезным, ценным с точки зрения дальнейшего обучения и применения в последующей деятельности? \_\_\_\_\_

Комментарий \_\_\_\_\_

6. Что бы вы предложили изменить в методическом и содержательном плане для совершенствования преподавания данной дисциплины? \_\_\_\_\_

Комментарий \_\_\_\_\_

СПАСИБО!

### **3.2. Кадровое обеспечение**

**3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

**3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

### **3.3. Материально-техническое обеспечение**

**3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Требуются стандартно оборудованные лекционные аудитории.

**3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения**

нет

**3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

нет

**3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

нет

**3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

**3.4. Информационное обеспечение**

**3.4.1 Список обязательной литературы**

1.С.Г. Михлин. Курс математической физики // М., Наука, 1968.2. В.И. Смирнов. Курс высшей математики. Т.4. Изд.6 // Ч.1. М., Наука, 1974;Ч.2. В.И. Смирнов. Уравнения математической физики. Изд.5 // М., Наука, 1988.4. О.А. Ладыженская. Краевые задачи математической физики // М., Наука, 1970.5. И.В. Кривоносов. Избранные главы анализа и высшей алгебры. Учебное пособие // Л., ЛГУ, 1981.6. М.М. Смирнов. Задачи по уравнениям математической физики // М., Наука, 1978.

**3.4.2 Список дополнительной литературы**

1.С.Г. Михлин. Линейные уравнения в частных производных // М., ВШ, 1977.2. Э. Либ, М. Лосс. Анализ // Новосибирск, Научная книга, 1998.3.С.Г. Михлин. Краевые задачи математической физики. 1973.4. Н.В.Крылов. Лекции по эллиптическим и параболическим уравнениям в пространствах Гёльдера // М., Наука, 1978.

**3.4.3 Перечень иных информационных источников**

	<b>Раздел 4. Разработчики программы</b>			
	А.И.Назаров, д. ф.-м. н., профессор кафедры математической физики.			
Б1.Б.М 3.Д5	<b>Функциональный анализ</b>			
	<b>РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ</b>			
	<b>Функциональный анализ</b>			
	<b>подготовки по направлению</b>	<i>020301</i>	<i>Математика и компьютерные науки</i>	
	<b>для получения квалификации</b>		<i>бакалавр</i>	
	<b>виды промежуточной аттестации:</b>	<b>зачётов</b>	<b>0</b>	<b>экзаменов</b> <b>1</b>
	<b>Трудоёмкость учебной дисциплины</b>	<b>4</b>	<b>зачётные единицы</b>	



## **Раздел 1. Характеристики, структура и содержание учебной дисциплины**

### 1.1. Цели и результаты изучения дисциплины

Обучение студентов понятиям, результатам и методам функционального анализа.

### 1.2. Язык(и) обучения

Русский

### 1.3. Требования к подготовленности обучающегося к освоению содержания учебной дисциплины (пререквизиты)

Для успешного освоения дисциплины студент должен иметь подготовку в объеме первых двух курсов специальности по математическому анализу, линейной алгебре и топологии.

### 1.4. Перечень компетенций, формируемых при изучении дисциплины (с указанием кодов)

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов,

численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности.

ПК-1 Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий.

1.5. Знания, умения, навыки, осваиваемые обучающимся при изучении дисциплины

– профессиональные знания и умения применения методов функционального анализа при решении задач смежных математических дисциплин и в различных прикладных областях науки и техники.

1.6. Перечень и объём активных форм учебной работы по дисциплине

По желанию лектора, при изложении части тем, применяется мультимедиа–проектор для проведения презентаций и демонстрации других материалов занятий.

1.7. Организация изучения дисциплины, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся

*Шестой семестр*

	лекции	Самостоятельная работа	Трудоёмкость
	68	50	4
ИТОГО:	68	50	4

:

Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Код модуля	Период по учебному графику	Промежуточная аттестация		Всего зачётов и экзаменов	Текущий контроль	
		Виды	Сроки		Формы	Сроки

*Шестой семестр*

1-5	6 семестр	экзамен – 1	18-21 недели			
-----	-----------	-------------	--------------	--	--	--

#### 1.8. Структура и содержание учебной дисциплины

Модуль 1. Метрические и нормированные пространства.

Линейные операторы. Ряды в нормированных пространствах. Теорема о пополнении. Теорема Бэра о категориях. Конечномерные пространства, теорема Рисса о характеристике конечномерных пространств. Предкомпактность, теорема Хаусдорфа. Теорема Арцела – Асколи. Теорема Стоуна – Вейерштрасса.

Гильбертовы пространства. Наилучшее приближение. Теорема о проекции. Ортогональное дополнение. Существование базиса. Теорема Рисса об общем виде функционала в гильбертовом пространстве.

Модуль 2. Линейные функционалы в нормированных пространствах.

Заряды. Вариация заряда. Теорема Радона – Никодима. Разложения Хана и Жордана. Интеграл по заряду. Интегральные функционалы. Общий вид функционала в пространствах Лебега. Теорема Рисса – Маркова об общем виде функционала в пространствах непрерывных функций. Принцип равномерной ограниченности. Принципы фиксации и сгущения особенностей. Теорема Банаха –

Штейнгауза и ее приложения. Теорема об открытом отображении. Теорема Банаха о непрерывности обратного оператора.

Модуль 3. Сопряженное пространство.

Теорема Хана – Банаха. Линейные функционалы и гиперплоскости. Теорема о достаточном числе функционалов и формулы двойственности Никольского. Второе сопряженное пространство, рефлексивность. Слабая и \*-слабая топология. Слабый принцип выбора в гильбертовом пространстве. Сопряженный оператор. Формулы двойственности для ядра и образа. Теорема Хаусдорфа о нормальной разрешимости. Биективность оператора и его сопряжённого, следствия для разрешимости уравнений.

Модуль 4. Линейные операторы в банаховых пространствах.

Интегральные операторы, операторы Фредгольма и Вольтерра и их нормы. Условия непрерывности интегрального оператора. Оператор Гильберта – Шмидта. Тест Шура и его применения. Свертка. Спектральный радиус. Теорема Банаха о биективности оператора, близкого к тождественному. Резольвента, спектр, собственные числа: свойства, примеры. Собственные числа. Теорема о спектральном радиусе. Теорема об отображении спектров для многочленов. Свойства и примеры компактных операторов. Операторы конечного ранга. Теорема Шаудера. Условия разрешимости уравнения второго рода. Альтернатива Фредгольма. Индекс оператора. Фредгольмовы операторы. Теорема Никольского о характеристике фредгольмовых операторов. Спектр компактного оператора.

Модуль 5. Линейные операторы в гильбертовых пространствах.

Эрмитовски сопряженный оператор. Условия биективности и формулы двойственности для ядра и образа. Билинейная и квадратичная форма оператора. Построение оператора по билинейной форме. Нормальные, самосопряженные и унитарные операторы, свойства, спектры. Ортогональные проекторы.

Нормальные компактные операторы. Теорема Гильберта - Шмидта. Спектральная теорема для нормального компактного оператора. Представление Шмидта компактного оператора. Функции оператора. Проекторные меры. Спектральная теорема для самосопряженного

и нормального оператора. Функции класса Шварца. Преобразование Фурье. Теорема Планшереля. Функции Эрмита.

## **Раздел 2. Обеспечение учебной дисциплины**

Примерный список вопросов к экзамену.

1. Простейшие свойства линейных операторов. Критерии непрерывности и непрерывной обратимости линейного оператора.
2. Простейшие свойства сходимости в себе и полных пространствах. Теоремы о полноте подпространства и об абсолютной сходимости рядов.
3. Полнота пространства ограниченных функций, пространства операторов, сопряжённого пространства.
4. Теорема о продолжении плотного множества, следствия.
5. Теорема о пополнении.
6. Лемма о вложенных шарах и теорема Бэра о категориях.
7. Теорема об изоморфизме конечномерных пространств.
8. Следствия теоремы об изоморфизме конечномерных пространств.

9. Лемма о почти перпендикуляре.
10. Теорема Ф.Рисса о характеристике конечномерных пространств.
11. Теорема Хаусдорфа о предкомпактных множествах и её уточнение.
12. Теорема Арцела - Асколи. Примеры.
13. Леммы к теореме Стоуна - Вейерштрасса.
14. Теорема Стоуна - Вейерштрасса в вещественном случае.
15. Теорема Стоуна - Вейерштрасса в комплексном случае.
16. Примеры применения теоремы Стоуна - Вейерштрасса.
17. Теорема о наилучшем приближении в гильбертовом пространстве.
18. Теорема о проекции. Ортогональное дополнение.
19. Теорема о существовании базиса в гильбертовом пространстве и её следствия.
20. Теорема Ф.Рисса об общем виде функционала в гильбертовом пространстве.
21. Теорема о вариации заряда и следствия о представлении заряда в виде линейной комбинации мер.
22. Вариация заряда как полунорма. Вычисление вариации заряда по его плотности.
23. Теорема Радона - Никодима для конечных мер.
24. Теорема Радона - Никодима в общем случае.
25. Разложения Хана и Жордана.

26. Свойства интеграла по заряду.
27. Теорема об интегральных функционалах в пространствах Лебега.
28. Теорема об общем виде функционала в пространствах Лебега (случай конечной меры).
29. Теорема об общем виде функционала в пространствах Лебега (общий случай).
30. Теорема об интегральных функционалах в пространствах непрерывных функций.
31. Теорема Рисса - Маркова об общем виде функционала в пространствах непрерывных функций (формулировка и обсуждение).
32. Принцип равномерной ограниченности. Принципы фиксации и сгущения особенностей.
33. Теорема Банаха - Штейнгауза.
34. Сходимость квадратурных формул. Теорема Сегё.
35. Обобщённый предел. Теорема Тёплица.
36. Расходимость рядов Фурье в точке.
37. Вычисление нормы оператора свёртки и расходимость рядов Фурье в  $L^p$ .
38. Тожество Бермана – Марцинкевича - Зигмунда и теорема Лозинского - Харшиладзе.
39. Теорема об открытом отображении.
40. Теорема Банаха о непрерывности обратного оператора и следствие об эквивалентности норм.
41. Теорема Хана - Банаха в вещественном случае.

42. Теорема Хана - Банаха в комплексном случае и для нормированных пространств.
43. Линейные функционалы и гиперплоскости. Геометрический смысл нормы функционала.
44. Усиленная теорема о достаточном числе функционалов и её следствия.
45. Формулы двойственности Никольского.
46. Критерий минимальности и равномерной минимальности последовательности (с леммой).
47. Второе сопряжённое пространство, рефлексивность.
48. Простейшие свойства слабой сходимости.
49. Описание слабой сходимости в гильбертовом пространстве и в пространстве непрерывных функций.
50. Слабая и \*-слабая топология: задание с помощью семейства полунорм, условия \*-слабой сходимости и ограниченности, примеры, замкнутость и слабая замкнутость, теорема Банаха - Алаоглу (формулировки).
51. Слабый принцип выбора в гильбертовом пространстве (с леммой).
52. Определение и простейшие свойства сопряжённого оператора.
53. Примеры операторов и их сопряжённых.
54. Формулы двойственности для ядра и образа. Теорема Хаусдорфа о нормальной разрешимости.
55. Биективность оператора и его сопряжённого (с леммой). Следствия о разрешимости уравнений.
56. Операторы Фредгольма и Вольтерра и их нормы.



57. Гёльдеровские условия непрерывности интегрального оператора. Оператор Гильберта -Шмидта.
58. Тест Шура.
59. Применения теста Шура.
60. Неравенство Гильберта (теорема Гильберта о двойных рядах).
61. Теорема о существовании и свойствах свёртки.
62. Спектральный радиус. Теорема Банаха о биективности оператора, близкого к тождественному.
63. Свойства множества биективных операторов.
64. Свойства резольвенты.
65. Свойства спектра.
66. Теорема о спектральном радиусе.
67. Теорема об отображении спектров для многочленов.
68. Примеры спектров операторов в пространствах последовательностей.
69. Спектр оператора умножения, оценки спектрального радиуса интегральных операторов, спектральный радиус оператора Вольтерра.
70. Определение и простейшие свойства компактных операторов.
71. Действия с компактными операторами.
72. Операторы конечного ранга и компактные операторы. Интегральные операторы с вырожденными ядрами.

73. Компактность операторов Фредгольма и Вольтерра.
74. Компактность оператора Гильберта - Шмидта.
75. Базис в пространстве непрерывных функций.
76. Компактные операторы и слабая сходимость.
77. Теорема Шаудера.
78. Лемма об ограниченном прообразе и теорема о нормальной разрешимости уравнения второго рода.
79. Условия однозначной разрешимости уравнения второго рода.
80. Лемма о биортогональных системах и теорема об индексе оператора вида тождественный минус компактный.
81. Альтернатива Фредгольма.
82. Теорема Никольского о характеристике фредгольмовых операторов (с частичным доказательством).
83. Теорема о спектре компактного оператора (с леммой).
84. Определение и простейшие свойства эрмитовски сопряжённого оператора, примеры.
85. Условия биективности и формулы двойственности для ядра и образа оператора и эрмитовски сопряжённого.
86. Лемма об операторе и его билинейной и квадратичной формах. Построение оператора по билинейной форме.
87. Свойства нормального оператора. Условие биективности нормального оператора.
88. Теорема о спектре нормального оператора, следствия.
89. Свойства самосопряжённого оператора.

90. Границы самосопряжённого оператора. Теорема о спектре самосопряжённого оператора, следствия.
91. Характеристика ортогональных проекторов.
92. Унитарные операторы.
93. Теорема Гильберта - Шмидта.
94. Общий вид нормального компактного оператора, следствия.
95. Спектральная теорема для нормального компактного оператора, следствия.
96. Представление Шмидта компактного оператора.
97. Определение и свойства непрерывных функций самосопряжённого оператора (алгебраические свойства и норма).
98. Свойства непрерывных функций самосопряжённого оператора, связанные со спектром. Квадратный корень из оператора.
99. Декартово и полярное представление нормального оператора.
100. Спектральные заряды. Построение борелевских функций самосопряжённого оператора (с проверкой мультипликативности).
101. Свойства борелевских функций самосопряжённого оператора.
102. Спектральные проекторы и свойства проекторных мер.
103. Интегрирование по проекторной мере.
104. Построение борелевских функций нормального оператора.
105. Свойства борелевских функций нормального оператора.

106. Теорема о носителе проекторной меры и её следствия.
107. Спектральная теорема для нормального и для самосопряжённого оператора.
108. Свойства функций класса Шварца.
109. Лемма об аппроксимации по двум нормам и теорема Планшереля.
110. Следствия теоремы Планшереля.
111. Спектральное разложение преобразования Фурье.
112. Функции Эрмита.

Предполагается, что ряд фактов может быть сообщен студентам без доказательства, а знание некоторых доказательств требуется только для оценки "отлично".

## 2.2. Кадровое обеспечение учебной дисциплины

### 2.2.1. Требования к образованию и (или) квалификации штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к преподаванию дисциплины

К чтению лекций должны привлекаться преподаватели, имеющие ученую степень доктора или кандидата наук (в том числе степень PhD, прошедшую установленную процедуру признания и установления эквивалентности) и/или ученое звание профессора или доцента. Преподаватели, привлекаемые к проведению практических занятий, должны иметь базовое образование и/или ученую степень, соответствующие профилю преподаваемой дисциплины.

## 2.3. Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины

2.3.1. Требования к аудиториям (помещениям, местам) для проведения занятий  
Стандартно оборудованные лекционные.

#### 2.4. Информационное обеспечение учебной дисциплины

2.4.1. Список обязательной литературы

1. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ. М., 1977.
2. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М., 1975.
3. Треногин В.А. Функциональный анализ. М., 1980. 4. Кириллов А.А., Гвишиани А.Д. Теоремы и задачи функционального анализа. М., 1988.

2.4.2. Список дополнительной литературы

1. Рисс Ф., Секефальви-Надь Б. Лекции по функциональному анализу. М., 1979.
2. Рудин У. Функциональный анализ. М., 1975.
3. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Элементы функционального анализа. М., 1965.
4. Рид М., Саймон Б. Современные методы математической физики. Т. I. М., 1977.
5. Кутателадзе С.С. Основы функционального анализа. Новосибирск, 2001.
6. Кадец В.М. Курс функционального анализа. Харьков, 2004.

7. Березанский Ю.М., Ус Г.Ф., Шефтель З.Г. Функциональный анализ. Киев, 1990.

**Раздел 3. Процедура разработки и утверждение  
рабочей программы учебной дисциплины**

Разработчик(и) рабочей программы учебной дисциплины

Виноградов Олег Леонидович, д.ф.-м.н., доцент, профессор, olvin@math.spbu.ru, 4284211

Б1.Б.М  
4

Математика III

Б1.Б.М  
4.Д1

Дискретная математика

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Дискретная математика**

**основной образовательной программы высшего профессионального образования**

**подготовки по направлению**

020301 Математика и компьютерные науки

*Структура рабочей программы учебной дисциплины*

## **Раздел 1. Характеристики, структура и содержание учебной дисциплины**

### 1.1. Цели и результаты изучения дисциплины

Дисциплина «**Дискретная математика**» является одной из базовых дисциплин формирующей подготовку бакалавра в по направлению Математика и Компьютерные науки.

Отдельные параметры курса могут варьироваться по степени сложности в зависимости от начальной подготовки студентов.

Основным методологическим принципом построения программы курса, является принцип поэтапного системного накопления знаний и формирования необходимых компетенций по модели: от простого и/или знакомого к сложному и/или незнакомому, а основной методологической стратегией прохождения отдельных разделов программы является ступенчатость и цикличность, предусматривающие постепенный возврат к ранее усвоенному материалу на более высоком языковом и концептуальном уровне.

Цель изучения дисциплины: обучение студентов методам дискретной математики, подготовка к восприятию специальных дисциплин, развитие у студентов доказательного, логического мышления; знакомство с различными подходами прикладной математики, подготовка к самостоятельному решению различных прикладных задач.

### 1.2. Язык обучения

русский язык

1.3. Требования к подготовленности обучающегося к освоению содержания учебной дисциплины (пререквизиты)

Программа курса предназначена студентам **1 курса** и рассчитана на студентов, изучавших обычный школьный курс математики, а в дальнейшем некоторые вопросы университетских курсов алгебры и математического анализа.

1.4. Перечень компетенций, формируемых при изучении дисциплины (с указанием кодов):

Перечень формируемых компетенций :

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности.

ПК-1 Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий.

Основной целью курса является знакомство студентов с многообразием постановок задач дискретной математики и их



многочисленных приложений в современной технике и науке.

#### 1.5. Знания, умения, навыки, осваиваемые обучающимися при изучении дисциплины

Знание основных понятий комбинаторики, элементов математической логики, теории графов, включая классические экстремальные задачи на графах и методы их решения. Достаточное знание основных методов сортировки. Знание важнейших методов сжатия текстовой информации. Представление о конечных автоматах, марковских цепях и дискретных управляющих процессах (динамическом программировании) в рамках общего понятия о процессе.

#### 1.6. Перечень и объем активных форм учебной работы по дисциплине

Аудиторная учебная работа: теоретические занятия в объеме 2 часов в неделю, текущее тестирование, зачет в конце 1 семестра, комплексное тестирование (экзамен) в конце 2 семестра.

Самостоятельная работа:

а) без участия преподавателя (индивидуальная работа с доступными информационными и образовательными ресурсами, имеющимися в библиотеке, в открытом доступе в сети Интернет и локальной сети Университета с целью преодоления индивидуальных трудностей в освоении отдельных разделов курса, а также удовлетворения личных познавательных потребностей.

б) самостоятельное выполнение программ, демонстрирующих отдельные темы курса или темы, не входящие в основной материал курса, но близкие к нему, в формате, допускающем подключение к разрабатываемой под руководством лектора

демонстрационной системе DA\_Demo.

### 1.7. Организация изучения дисциплины, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся

Всего:

Лекций – 60 часов;

Практических занятий – 24 часа;

Контрольных работ – 8 часов;

Самостоятельная работа – 50 часов;

Трудоёмкость – 5 з.е.

*Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации*

Код модуля в составе дисциплины	Промежуточная аттестация		Текущий контроль	
	Виды	Сроки	Формы	Сроки
<i>очная форма обучения</i>				

C1	Зачет	2 контр. раб.	нояб., дек.
C2	Экзамен	2 контр. раб.	март, апр.

### 1.8. Структура и содержание учебной дисциплины

Курс обучения состоит из двух модулей — в первом и втором семестре:

#### **Модуль С1. Комбинаторика и системы хранения информации**

##### **Темы для изучения и обсуждения**

- Некоторые понятия теории множеств. Изложение (одна лекция) идет в параллель с аналогичными изложениями в курсах Математического анализа и алгебры. В отличие от них мы ограничиваемся напоминанием обозначений, показываем запись их в системе TeX, вводим новые для части студентов определения (разбиение, декартово произведение, мощность, симметрическая разность).
- Возможные трактовки множества, включая элементы математической логики, машинную память, простейшую графику. Способы перебора элементов.
- Основные комбинаторные объекты: перестановки, размещения и сочетания. Способы их нумерации и перечисления. Экстремальные задачи на множестве перестановок. Треугольник Паскаля. Бином Ньютона. Числа Фибоначчи.
- Элементарная теория вероятностей. Формула Байеса. Случайные величины, их характеристики, функции распределения.
- Моделирование случайных величин в компьютере. Метод Уолкера и его использование.

- Двоичный поиск, неравенство Крафта.
- Энтропия, ее аксиоматическое определение.
- Помехозащищенные коды.
- Сжатие информации. Метод Хаффмена. Метод Зива-Лемпеля. Метод Зива-Лемпеля-Уелча. Метод Барроуза-Уиллера.
- Сортировки. Метод вставки. Метод слияния (фон Неймана). Метод Шелла. Метод быстрой сортировки и его варианты. Метод иерархической сортировки (Heapsort).
- Старинная сортировка перфокарт и современный метод поразрядной сортировки.
- Эффективное построение суффиксного массива.
- AVL-дерево.
- B-дерево.
- Хеширование и его использование.
- Приоритетные очереди. Биномиальное дерево.
- Строки и работа с ними.
- Задача поиска образца в строке. Различные алгоритмы поиска образца. Поиск по регулярному выражению.
- Задача нахождения редакционного расстояния между строками.
- Операции над строками и функции от строк.

**Цель данного этапа обучения:** см. пункты 1.4., 1.5

**Знания и умения по завершении профессионально-ориентированного модуля:**

см. пункты 1.4., 1.5

**Итоговый контроль**

1. сдача зачета на знание алгоритмов из курса лекций
2. самостоятельное выполнение заданий по разделам курса лекций

**Модуль С2. Отношения. Теория графов. Процессы**

**Темы для изучения и обсуждения**

- Предикаты и отношения, основные определения и свойства. Отношение эквивалентности. Классы эквивалентности. Построение транзитивного замыкания отношения. Алгоритм Уоршелла.
- Основные определения теории графов. Связность, компоненты связности.
- Существование остовного дерева в связном графе. Теорема о шести эквивалентных определениях дерева.
- Построение минимального остовного дерева. Различные алгоритмы и их сопоставление.

- Матрица инцидентов и ее свойства. Решение линейных алгебраических систем с матрицей инцидентов.
- Задачи о кратчайшем пути и о дереве кратчайших путей в ориентированном графе. Метод Дейкстры. Использование приоритетных очередей в методе Дейкстры. Метод Левита. Современные постановки задачи о кратчайшем пути и новые методы решения.
- Задача о кратчайшем дереве путей. Китайский алгоритм.
- Сетевые графики. Кратчайшие пути.
- Двудольные графы. Теория паросочетаний.
- Задача о назначениях. Венгерский метод.
- Трудность дискретных экстремальных задач. Примеры трудных задач.
- Методы улучшенного перебора.
- Примеры приближенных методов решения дискретных экстремальных задач.
- Классические примеры дискретных процессов: конечные автоматы, марковские цепи, динамическое программирование.
- Процессы в современном программировании.
- Связь дискретного и непрерывного анализа: Производящие функции.

**Цель данного этапа обучения:** см. пункты 1.4., 1.5

**Знания и умения по завершении профессионально-ориентированного модуля:**

см. пункты 1.4., 1.5

### **Итоговый контроль**

1. сдача зачета на знание алгоритмов из курса лекций
2. самостоятельное выполнение заданий по разделам курса лекций

## **Раздел 2. Обеспечение учебной дисциплины**

### 2.1. Методическое обеспечение учебной дисциплины

#### 2.1.1. Методическое обеспечение аудиторной работы

Методические материалы включают в себя следующие типы материалов — учебники, электронные учебные пособия, с опорой на которые проводится аудиторная работа.

#### 2.1.2. Методическое обеспечение самостоятельной работы

Самостоятельная работа студента, как вид деятельности, стимулирующий активность, самостоятельность, познавательный интерес с целью поиска необходимой информации, приобретения знаний, использования этих

знаний для решения учебных, научных и профессиональных задач, представляет собой важную составляющую учебного процесса, которой отводится не менее половины учебного времени при очной форме обучения. Время, отводимое на самостоятельную работу, должно использоваться студентами для наиболее полного освоения учебной дисциплины. Следовательно, организация эффективной внеаудиторной самостоятельной работы в процессе обучения требует, с одной стороны, создание условий, призванных обеспечить рациональное и планомерное управление учебной деятельностью, протекающей в отсутствие преподавателя, и тщательной подготовки целого ряда учебных пособий, снабженных методическими указаниями, с другой стороны.

**К числу методических пособий относятся:**

- общие методические рекомендации и указания по самостоятельной работе;
- фонд контрольных заданий и тестов для самоконтроля, которые позволяют оценить уровень знаний, навыков и умений студентов согласно требованиям курса, государственным стандартам и европейским компетенциям.

**Роль преподавателя в организации самостоятельной работы**

Роль преподавателя в организации самостоятельной работы состоит в координации действий обучающихся в освоении дисциплины, в методическом и организационном обеспечении учебного процесса. Взаимодействие между преподавателем и студентом осуществляется в форме консультаций. Преподаватели также оказывают помощь студентам по планированию и организации самостоятельной работы.



**Контроль за самостоятельной работой**

Контроль за самостоятельной работой осуществляется в форме коротких опросов и тестов, углубленных вопросов по темам занятий, дополнительных вопросов, и т.д.

2.1.3.

Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (контрольно-измерительные материалы)

Аппарат контроля за усвоением материала включает в себя короткие контрольные работы, в которых проверяется усвоение основных алгоритмов, излагаемых в курсе.

**2.4. Информационное обеспечение учебной дисциплины**

2.4.1.

Список обязательной литературы

1. Романовский И.В., Дискретный анализ, изд. 4. БХВ-Невский диалект. 2008

2.4.2.

Список дополнительной литературы

1. Новиков Ф.А., Дискретная математика для программистов, изд. 3. Питер. 2008
2. Журавлев Ю.И., Флеров Ю.А., Вялый М.Н., Дискретный анализ. Формальные системы и алгоритмы. М.:

Физматгиз. 2010.

3. Липский В., Комбинаторика для программистов. М.: Мир. 1988.
4. Яглом А. М., Яглом И. М. Вероятность и информация, изд. 2. . М.: Наука. 1973.
5. Гасфилд Д. Строки, деревья и последовательности в алгоритмах, БХВ-Петербург – Невский диалект. 2003.
6. Касьянов В.Н., Евстигнеев В.А. Графы в программировании: обработка, визуализация и применение. БХВ-Петербург. 2003.
7. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р. Алгоритмы: построение и анализ, М.: МЦИМО. 1999.

2.4.3. Перечень иных информационных источников

Ресурсы сети Интернет.

Разработчик(и) рабочей программы учебной дисциплины

Романовский И.В., д.ф-м.н., профессор, профессор, +7 (812) 5427554 josephromanovsky@gmail.com

Б1.Б.М Математическая логика

4.Д2

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **«Математическая логика»**

основной образовательной программы высшего профессионального образования

подготовки по направлению *02.03.01*

*Математика и компьютерные науки*

для получения квалификации (степени) *бакалавр*

Трудоёмкость учебной дисциплины 4 зачётные единицы

*Структура рабочей программы учебной дисциплины*

### **Раздел 1. Характеристики, структура и содержание учебной дисциплины**

#### 1.1. Цели и результаты изучения дисциплины

Дисциплина «**Математическая логика**» входит в перечень обязательных дисциплин, формирующих основную подготовку бакалавра в области математических наук. Она представляет собой комплекс знаний умений и навыков, позволяющих

овладеть математическими методами; развить у студентов навыки решения математических задач.

Целью дисциплины является обучение студентов методам математической логики; развитие у студентов доказательного, логического мышления; подготовка к восприятию других математических дисциплин.

Основной задачей курса является изучение основных разделов математической логики; развитие навыков самостоятельного решения задач; обеспечение базы для усвоения формализованных спецификаций, алгоритмических методов и их компьютерных реализаций.

Отдельные параметры односеместрового курса могут варьироваться по степени сложности в зависимости от начальной подготовки студентов.

Основным методологическим принципом построения программы курса, равно как и всей концепции обучения в целом, является принцип поэтапного системного накопления знаний и формирования необходимых компетенций по модели: от простого и/или знакомого — к сложному и/или незнакомому, а основной методологической стратегией прохождения отдельных разделов программы является ступенчатость и цикличность, предусматривающие постепенный возврат к ранее усвоенному материалу на более высоком концептуальном уровне.

Главный принцип, который лежит в основе данной программы, — это следование концепции Европейского уровня работы с формализацией математических формулировок и тем образовательным стандартам, которые обозначены этим документом в рамках приобретения компетенций, которые включают практические и теоретические компоненты.

По окончании обучения студенты должны знать содержание дисциплины "Математическая логика" и иметь достаточно полное представление о возможностях применения ее разделов в различных прикладных областях науки и техники; уметь формализовывать условия и утверждения средствами математической логики и теории алгоритмов, строить выводы секвенций.

## 1.2. Языки обучения

русский язык

### 1.3. Требования к подготовленности обучающегося к освоению содержания учебной дисциплины (пререквизиты)

Программа дисциплины рассчитана на студентов 2–ого курса. Максимальная эффективность Программы будет обеспечена при следующем условии: студент владеет базовыми математическими понятиями достаточными для работы с формулировками математических утверждений.

### 1.4. Перечень компетенций, формируемых при изучении дисциплины (с указанием кодов):

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности.

ПК-1 Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий

### 1.5. Знания, умения, навыки, осваиваемые обучающимися при изучении дисциплины

- знать содержание дисциплины "Математическая логика" и иметь достаточно полное представление о

возможностях применения ее разделов в различных прикладных областях науки и техники;

- уметь применять основы математической логики для решения разнообразных математических задач;
- уметь формализовывать условия и утверждения средствами математической логики и теории алгоритмов, строить выводы секвенций.

#### 1.6. Перечень и объём активных форм учебной работы по дисциплине

Аудиторная учебная работа: лекции в объеме 2-х часов в неделю; практические занятия в объеме 2- часов в неделю, включая выполнение текущих и контрольных заданий.

Самостоятельная работа:

а) под руководством преподавателя: нет,

б) в присутствии преподавателя: нет,

в) без участия преподавателя: индивидуальная работа с доступными математическими текстами, а также удовлетворение личных познавательных потребностей.

#### 1.7. Организация изучения дисциплины, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Трудоёмкость, объёмы учебной работы

	лекции	практические занятия	Самостоятельная работа	Трудоёмкость з.е.
С4	32	32	32	4
итого	32	32	32	4

Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Период по учебному графику	Промежуточная аттестация		Всего зачётов и экзаменов	Текущий контроль	
	Виды	Сроки		Формы	Сроки
<i>по формам обучения</i>					

С4	4 семестр	Экзамен	40-43 неделя	1	Контрольные работы-2	36-39 неделя
1.8. Структура и содержание учебной дисциплины						
Курс обучения состоит из двух частей:						
I. Основы логических исчислений – 36 часов						
II. Основы теории алгоритмов – 28 часов						
<b>I. Основы логических исчислений</b>						
<b>Лекции</b>						
I. Введение.						
История возникновения и развития математической логики в широком смысле этого слова.						
II. Исчисление высказываний.						
Понятие пропозициональной формулы. Понятие кванторной пропозициональной формулы. Равнозначность пропозициональных формул. Выразимость булевых функций через пропозициональную формулу. Секвенция и ее логическая и числовая интерпретация. Секвенциальное исчисление высказываний.						



### III. Исчисление предикатов.

Понятие термина. Атомарная формула. Формула исчисления предикатов. Секвенция и ее числовая интерпретация. Секвенциальное исчисление предикатов.

### IV. Аксиоматические теории.

Исчисление предикатов с равенством (аксиомы равенства и согласованности с равенством).

Формальная арифметика. Аксиомы элементарной теории чисел (формальной арифметики). Первая теорема Геделя о неполноте арифметики. Вторая теорема Геделя о непротиворечивости арифметики. Гиперчисла. Элементы нестандартного анализа. Парадокс Рассела. Правила доказательства частичной корректности программ. Логики конечнозначных предикатов на основе неравенств. Смешанная логика Поста. Импликация Лукасевича. Нечеткая логика Заде.

### Практические занятия

### II. Исчисление высказываний.

Таблицы истинности и равносильные преобразования пропозициональной формулы. Выразимость булевых функций через пропозициональные формулы. Формализация текстов естественного языка. Построение вывода в секвенциальном исчислении высказываний.

### III. Исчисление предикатов.

Формализация утверждений с помощью формул исчисления предикатов. Построение вывода в секвенциальном исчислении предикатов.

### IV. Аксиоматические теории.

**Цель данного этапа обучения** – Овладение практическими навыками логической формализации утверждений и доказательствами в логических секвенциальных исчислениях.

#### **Знания и умения по завершении профессионально-ориентированного модуля**

К концу данного этапа обучения студент должен:

- уметь формализовывать условия и утверждения средствами математической логики;
- уметь строить выводы секвенций.

### 2. Основы теории алгоритмов.

- V. Элементы теории алгоритмов.

Данные для алгоритмов. Программы на языке Паскаль как алгоритмы.

Простейшие теоремы о невозможности алгоритмов. Понятие массовой проблемы. Алгоритмическая неразрешимость простейших массовых проблем: проблема применимости, непродолжимость универсального алгоритма до всюду

применимого.

Различные варианты точного понятия алгоритма: нормальный алгоритм, машина Тьюринга, недетерминированная машина Тьюринга, альтернирующая машина Тьюринга, примитивно рекурсивные программы, элементарные по Кальмару функции.

Неразрешимость проблемы равенства слов в алфавите. Незаключимость проблемы тавтологичности в исчислении предикатов.

Перечислимые и разрешимые множества. Операции над перечислимыми множествами.

· VI. Элементы теории сложности алгоритмов.

Определение иерархии по времени и памяти детерминированных, недетерминированных и альтернирующих машин Тьюринга. Определение и примеры NP-полных и PSPACE-полных задач.

### **Практические занятия**

· V. Элементы теории алгоритмов.

Программирование на машинах Тьюринга. Построение нормальных алгоритмов. Построение нормальных алгоритмов с однопосылочными правилами Поста.

- VI. Элементы теории сложности алгоритмов.

Решение задач по оценке числа шагов алгоритмов.

Контрольная работа по теме V, VI

**Цель данного этапа обучения** – Овладение практическими навыками построения программ для основных математических понятий алгоритма

**Знания и умения по завершении профессионально-ориентированного модуля**

К концу данного этапа обучения студент должен:

- Знать основные типы команд машин Тьюринга и нормальных алгоритмов;
- приобрести навыки построения программ машин Тьюринга и нормальных алгоритмов.

**Темы для изучения и обсуждения**

1. Применение математической логики в математическом анализе, алгебре и геометрии.
2. Применение теории сложности алгоритмов в программировании.

**Формы контроля:**

1. Текущий контроль (по завершении первого модуля) — контрольная работа.
2. Итоговый контроль (в конце семестра) — контрольная работа.

**Темы для самостоятельной работы**

1. Доказательство утверждений в аксиоматической элементарной теории чисел.
2. Доказательство утверждений в аксиоматической теории множеств Цермело-Френкеля.

**Раздел 2. Обеспечение учебной дисциплины**

## 2.1. Методическое обеспечение учебной дисциплины

## 2.1.1. Методическое обеспечение аудиторной работы

Методические материалы включают в себя следующие типы материалов: методические указания для студентов, Интернет-ресурсы, электронные учебные пособия

**2.1.2. Методическое обеспечение самостоятельной работы**

Самостоятельная работа студента, как вид деятельности, стимулирующий активность, самостоятельность, познавательный интерес с целью поиска необходимой информации, приобретения знаний, использования этих знаний для решения учебных, научных и профессиональных задач, представляет собой важную составляющую учебного процесса, которой отводится не менее половины учебного времени при очной форме обучения. Время, отводимое на самостоятельную работу, должно использоваться студентами для наиболее полного освоения учебной дисциплины. Следовательно, организация эффективной внеаудиторной самостоятельной работы в процессе обучения требует, с одной стороны, создание условий, призванных обеспечить рациональное и планомерное управление учебной деятельностью, протекающей в отсутствие преподавателя, и тщательной подготовки целого ряда учебных пособий, снабженных методическими указаниями, с другой стороны.

**К числу методических пособий относятся:**

- учебно-тематический план работы, в котором определена тематика и виды самостоятельной работы и указан рекомендуемый объем материала и время его освоения;
- общие методические рекомендации и указания по самостоятельной работе;
- фонд контрольных заданий и тестов для самоконтроля, которые позволяют оценить уровень знаний, навыков и умений студентов согласно требованиям курса, государственным стандартам и европейским компетенциям.

**Роль преподавателя в организации самостоятельной работы**

Роль преподавателя в организации самостоятельной работы состоит в координации действий обучающихся в освоении дисциплины, в методическом и организационном обеспечении учебного процесса. Взаимодействие между преподавателем и студентом осуществляется в форме консультаций. Преподаватели также оказывают помощь студентам по планированию и организации самостоятельной работы.

**Контроль за самостоятельной работой**

Контроль за самостоятельной работой может осуществляться в форме проверки результатов формализации математических утверждений, анализа полученных результатов. А также в постановке углубленных вопросов по темам занятий, дополнительных вопросов и т.д.

2.1.3. Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (контрольно-измерительные материалы).

Аппарат контроля за усвоением материала включает в себя задания и контрольные работы, необходимые для эффективного контроля за усвоением учебного материала. Этот раздел состоит из заданий, завершающих каждую тему.

**2.2. Кадровое обеспечение учебной дисциплины**

2.2.1. Требования к образованию и (или) квалификации штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к

преподаванию дисциплины

К преподаванию дисциплины могут быть допущены преподаватели, имеющие диплом о высшем образовании по соответствующему направлению.

2.2.2. Требования к обеспеченности учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом

специальных требований нет

2.2.3. Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса

специальных требований нет

2.3. Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины

2.3.1. Требования к аудиториям (помещениям, местам) для проведения занятий

В аудиториях, где проводятся занятия, необходимо наличие досок.

2.3.2. Требования к аудиторному оборудованию, в том числе к неспециализированному компьютерному оборудованию и программному обеспечению общего пользования

Специальных требований нет.



2.3.3. Требования к специализированному оборудованию

Специальных требований нет.

Требования к специализированному программному обеспечению

2.3.4.

Специальных требований нет.

Требования к перечню и объёму расходных материалов

2.3.5.

Расходные материалы не требуются

2.4. Информационное обеспечение учебной дисциплины

2.4.1. Список обязательной литературы

1. Клини С. Математическая логика. – М., Наука, 1965. 391 с.
2. Косовский Н.К. Элементы математической логики и ее приложения к теории субрекурсивных

алгоритмов. – Л., ЛГУ, 1980. 192 с.

3. Косовский Н.К., Тишков А.В. Логика конечных предикатов на основе неравенств. – Изд-во С.-Петербургского университета, 2000. 268 с.

4. Косовский Н.К. Основы теории элементарных алгоритмов. – Л., ЛГУ, 1987. 152 с.

5. Мальцев А.И. Алгоритмы и рекурсивные функции. – М., Наука, 1965. 391 с.

6. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. – М., Мир, 1982. 416 с.

2.4.2. Список дополнительной литературы

Лавров И.А., Максимова Л.Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. – М., Наука, 2001. 256 с. (и др. издания)

Разработчик(и) рабочей программы учебной дисциплины

Косовский Н.К., д.ф.м.н., проф., проф., kosov@nk1022.spb.edu

Б1.Б.М Программирование I  
6

Б1.Б.М 6.Д1	Операционные системы и оболочки <b>РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ</b>		
	<b>Операционные системы и оболочки</b>		
	<b>подготовки по направлению</b>	<b>020301</b>	<b>Математика и компьютерные науки</b>
		-	
	<b>для получения квалификации</b>		<i>бакалавр</i>
<b>виды промежуточной аттестации:</b>		<b>Зачётов</b>	
		1	
		4	
	<b>Трудоёмкость учебной дисциплины</b>	<b>зачётные единицы</b>	

### *Структура рабочей программы учебной дисциплины*

## **Раздел 1. Характеристики, структура и содержание учебной дисциплины**

### 1.1. Цели и результаты изучения дисциплины

Дисциплина «**Операционные системы и оболочки**» входит в перечень базовых дисциплин, формирующих основную подготовку бакалавра в области компьютерных наук, и служит основой для изучения других дисциплин в области информационных систем. Она представляет собой комплекс знаний, умений и навыков, позволяющих овладеть методами конструирования, тестирования и анализа операционных систем; развить у студентов навыки решения системных задач с применением компьютеров.

Отдельные параметры семестрового курса могут варьироваться по степени сложности в зависимости от уровня подготовки студентов.

Основным методологическим принципом построения программы курса, равно как и всей концепции обучения основам операционных систем в целом, является принцип поэтапного системного накопления знаний и формирования необходимых компетенций по модели: от простого и/или знакомого - к сложному и/или незнакомому, а основной методологической

стратегией прохождения отдельных разделов программы является концентрация материала курса вокруг базовых идей (файл, процесс, коммуникация, память).

Цель изучения дисциплины: обучение студентов методам функционирования и разработки операционных систем, а также применения основных алгоритмов, в том числе – параллельных.

#### 1.2. Язык обучения

русский язык

#### 1.3. Требования к подготовленности обучающегося к освоению содержания учебной дисциплины (пререквизиты)

Программа курса предназначена студентам 2- го курса (четвертый семестр) и рассчитана на первоначальное знакомство с функциональностью и алгоритмами операционных систем. Максимальная эффективность Программы будет обеспечена при следующем условии: студент владеет базовыми основами информатики.

#### 1.4. Перечень компетенций, формируемых при изучении дисциплины (с указанием кодов):

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из

действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений.

ОПК-4 Способен находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем

ОПК-5 Способен решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий, в том числе отечественного производителя, и с учетом основных требований информационной безопасности

ПК-1 Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий.

ПК-2 Способен преподавать математику и информатику в средней школе, специальных учебных заведениях на основе полученного фундаментального образования и научного мировоззрения.

ПК-3 Способен создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках, промышленности и бизнесе, с учетом возможностей современных информационных технологий и программирования и компьютерной техники

Основной целью курса является овладение студентами теоретическими и практическими основами информатики, а именно:

- знание содержания дисциплины "Операционные системы и оболочки" и обладание достаточно полным представлением о возможностях применения её разделов в различных областях, связанных с конструированием программного обеспечения для компьютеров, поскольку основные идеи, концепции и алгоритмы, лежащие в основе операционных систем, применимы ко многим другим областям программирования, и особенно к системному программированию;
- умение находить алгоритмы для обеспечения эффективного функционирования современных операционных систем,

- развитие способности дальнейшего освоения методов конструирования алгоритмов для обеспечения функциональности операционных систем и навыков работы с компьютером как средством управления информацией.

#### 1.5. Знания, умения, навыки, осваиваемые обучающимися при изучении дисциплины

- знать содержание дисциплины "Операционные системы и оболочки" и иметь достаточно полное представление о возможностях применения ее разделов в различных прикладных областях науки и техники;
- иметь практические навыки конструирования базовой функциональности операционных систем.

#### 1.6. Перечень и объём активных форм учебной работы по дисциплине

Аудиторная учебная работа: лекции в объеме 2 часа в неделю.

Самостоятельная работа:

а) под руководством преподавателя: нет,

б) в присутствии преподавателя: нет,

в) без участия преподавателя: индивидуальная работа с доступными исходными текстами ОС и учебными пособиями, а также удовлетворение личных познавательных потребностей.

1.7. Организация изучения дисциплины, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Лекций – 32 часа;

Самостоятельная работа – 64 часа;

Трудоёмкость – 4 з.е.

1.8. Структура и содержание учебной дисциплины

Операционные системы и оболочки: 32 ч. лекций.

Введение в ОС. Параллелизм в ОС. Классификации ОС. История ОС на примерах поколений.

Перспективы развития ОС. (4 часа лекций).

Процессы. Планирование процессов. (4 часа лекций).

Средства коммуникации. Средства синхронизации. Процессы: проблемы при работе с ресурсами. (4 часа лекций).

Память. Виртуальная память. (4 часа лекций).



Файлы и файловые системы. Драйверы устройств. (4 часа лекций).

Специализированные ОС. (4 часа лекций).

Оболочки ОС. (4 часа лекций).

Проектирование ОС. Безопасность ОС. Системное и сетевое администрирование ОС. (4 часа лекций).

### **Зачет**

Примерный перечень вопросов к теоретическому зачету:

01. Роль ОС и польза от их изучения.

02. Определение ОС. Основные функции ОС.

03. Виртуализация аппаратуры.

04. Ресурсы ОС.

05. Компоненты ОС.

06. Типы параллелизма. Роль параллелизма в будущих приложениях.

07. Модели параллельного и распределенного программирования и их аппаратная поддержка.

08. Классификации ОС по типу централизации.

09. Классификации ОС по особенностям алгоритмов управления ресурсами.

10. Классификации ОС по особенностям аппаратных платформ.

11. Классификации ОС по особенностям областей использования.
12. Классификация ОС по типу архитектуры ядра системы. Сравнительный анализ ядер.
13. Процессы: определение, состояния, адресное пространство.
14. Простейшая программа на языке C, порождающая процесс в ОС Unix.
15. Поддержка многопоточности процессами. Преимущества многопоточности.
16. Сеть Петри как модель функционирования процессов.
17. Уровни и цели планирования процессов в централизованных ОС.
18. Приоритеты процессов.
19. Невытесняющие алгоритмы планирования.
20. Вытесняющие алгоритмы планирования.
21. Планирование процессов в многопроцессорных ОС.
22. Стратегии и проблемы распределения процессов по процессорам в распределенных ОС.
23. Примеры алгоритмов распределения процессов по процессорам в распределенных ОС.
24. Коммуникация процессов. Классификация механизмов коммуникации.
25. Сигналы ОС Unix как простейшие средства коммуникации процессов.
26. Уровневые протоколы, семиуровневая модель ВОС.
27. Стек TCP/IP. Основные протоколы стека.

28. Обмен данными между коммуникационными узлами.
29. Адресация в сетях TCP/IP.
30. Роль портов. Использование портов стандартными сервисами.
31. Транспортные протоколы.
32. Маршрутизация в сетях TCP/IP.
33. Удаленный вызов процедур, вызов заданий в грид.
34. Основы синхронизации процессов в централизованных ОС. Взаимные исключения и блокировки.
35. Программное решение задачи взаимных исключений. Алгоритм Петерсона.
36. Команда test&set как аппаратная поддержка синхронизации.
37. Блокировка с запретом прерываний.
38. Крутящаяся блокировка как средство синхронизации.
39. Семафоры как средство синхронизации.
40. Мониторы как средство синхронизации.
41. Обзор языковых подходов к программированию для параллельных вычислительных систем.
42. Подход с использованием прагм. Программная модель OpenMP.
43. Подход с использованием коммуникационных библиотек. Программная модель MPI.
44. Решение задачи передачи данных между процессами "читатель" и "писатель" с помощью крутящихся блокировок

45. Решение задачи передачи данных между процессами "читатель" и "писатель" с помощью семафоров.
46. Решение задачи передачи данных между процессами "читатель" и "писатель" с помощью мониторов.
47. Основы синхронизации процессов в сетевых и распределенных ОС. Алгоритм Лампорта.
48. Роль координатора. Алгоритмы выбора координатора.
49. Применение централизованного алгоритма для синхронизации в распределенных ОС.
50. Применение алгоритма с круговым маркером для синхронизации в распределенных ОС.
51. Атомарные транзакции.
52. Двухфазный протокол утверждения.
53. Синхронизации в группах.
54. Описание основных проблем при работе процессов с ресурсами: состязание, голодание, зависание, тупик.
55. Необходимые условия возникновения тупика.
56. Предотвращение тупиков.
57. Обход тупиков.
58. Обнаружение тупиков.
59. Тупики в распределенных системах.
60. Иерархия классов памяти. Принципы, лежащие в основе иерархии.
61. Основная память. Привязка адресов.

62. Редактор связей.
63. Загрузчик.
64. Оверлеи.
65. Свопинг.
66. Концепция управления виртуальной памятью в централизованных ОС.
67. Страничная организация памяти. Аппаратная поддержка.
68. Стратегии размещения.
69. Стратегии вталкивания.
70. Стратегии вытеснения: принцип оптимальности, случайный выбор, не используемая в последнее время, реже всего используемая.
71. Стратегии вытеснения: первая пришедшая, второй шанс, часы.
72. Стратегии вытеснения: концепция рабочего множества, часы с рабочим множеством.
73. Управление виртуальной памятью в распределенных ОС.
74. Модель консистентности.
75. Файл. Атрибуты файла. Организация файлов и методы доступа. Каталоги.
76. Файловые системы в сетевых ОС.
77. Файловых системы в распределенных ОС.

78. Драйвер. Классы драйверов устройств и алгоритм работы типичного драйвера.
79. Анализ возможных алгоритмов работы с диском.
80. Системы для мобильных устройств. Специфика мобильного ПО.
81. Системы для мощных вычислителей: грид. Определения, классификации, основные задачи.
82. Области применения грид. Типичные задачи для грид.
83. Отказоустойчивые системы. Отказоустойчивость и ее обеспечение.
84. Протокол принятия согласованных решений.
85. Теорема Лампорта.
86. Системы реального времени. Языковая поддержка разработки СРВ.
87. Оболочки операционных систем и их классификации.
88. Командные интерпретаторы, их функции и язык.
89. Графические оболочки и краткий обзор их эволюции.
90. Принципы разработки интерфейса и проблема удобства использования.
91. Разработка ОС. Аспекты сложности ОС.
92. Реализация. Механизм и политика, ортогональность, полезные методы.
93. Производительность ОС.
94. Область охвата системной безопасности ОС. Базовые технологии безопасности.

95. Шифрование.
96. Электронная подпись.
97. Сертификаты. Прокси-сертификаты.
98. Безопасное соединение: транспортный уровень.
99. Безопасное соединение: уровень SOAP-сообщений.
100. ОС повышенной защищенности.
101. Ежедневная деятельность системного администратора.
102. Диагностика и поиск ошибок.
103. Добавление устройств и драйверов и управление ими. Инсталлирование нового программного обеспечения. Добавление новых пользователей.
104. Обеспечение информационной безопасности. Анализ производительности системы и учет используемых ресурсов. Сопровождение локальной документации.
105. Поколения ОС.
106. Основные семейства ОС и их сравнительный анализ.
107. История и влияние ОС Unix.
108. История и влияние ОС Windows.
109. Проблемы развития ОС.
110. Перспективы развития ОС.

**Цель обучения** – Овладение теоретическими основами построения функциональности операционных систем.

**Знания и умения по завершении профессионально-ориентированного модуля**

К концу обучения студент должен уметь проектировать и описывать алгоритмы, определяющие базовую функциональность операционных систем и оболочек.

**Формы контроля:**

1. Текущий контроль (по завершении каждой темы модулей) — выборочная проверка рекомендованных упражнений для самостоятельной работы.
2. Итоговый контроль (в конце семестра) — зачет.

**Итоговый контроль**

1. Зачет



## **Раздел 2. Обеспечение учебной дисциплины**

### 2.1. Методическое обеспечение учебной дисциплины

#### 2.1.1. Методическое обеспечение аудиторной работы

Методические материалы включают в себя следующие типы материалов — учебники, учебные пособия, методические указания для студентов, Интернет-ресурсы, электронные учебные пособия, с опорой на которые проводится аудиторная работа.

#### 2.1.2. Методическое обеспечение самостоятельной работы

Самостоятельная работа студента, как вид деятельности, стимулирующий активность, самостоятельность, познавательный интерес с целью поиска необходимой информации, приобретения знаний, использования этих знаний для решения учебных, научных и профессиональных задач, представляет собой важную составляющую учебного процесса, которой отводится не менее половины учебного времени при очной форме обучения. Время, отводимое на самостоятельную работу, должно использоваться студентами для наиболее полного освоения учебной дисциплины. Следовательно, организация эффективной внеаудиторной самостоятельной работы в процессе обучения требует, с одной стороны, создание условий, призванных обеспечить рациональное и планомерное управление учебной деятельностью, протекающей в отсутствие преподавателя, и тщательной подготовки целого ряда учебных пособий, снабженных методическими указаниями, с другой стороны.

**К числу методических пособий относятся:**

- общие методические рекомендации и указания по самостоятельной работе;
- фонд контрольных заданий и тестов для самоконтроля, которые позволяют оценить уровень знаний, навыков и умений студентов согласно требованиям курса, государственным стандартам и европейским компетенциям.

**Роль преподавателя в организации самостоятельной работы**

Роль преподавателя в организации самостоятельной работы состоит в координации действий обучающихся в освоении дисциплины, в методическом и организационном обеспечении учебного процесса. Взаимодействие между преподавателем и студентом осуществляется в форме консультаций. Преподаватели также оказывают помощь студентам по планированию и организации самостоятельной работы.

**Контроль за самостоятельной работой**

Контроль за самостоятельной работой может осуществляться в форме коротких опросов и тестов, углубленных вопросов по темам занятий, дополнительных вопросов, и т.д.

дисциплине (контрольно-измерительные материалы)

Аппарат контроля за усвоением материала включает в себя задания, тесты, контрольные работы, необходимые для эффективного контроля за усвоением учебного материала. Этот раздел состоит из тестов, завершающих каждую тему, тестов для самопроверки и итогового теста.

## 2.2. Кадровое обеспечение учебной дисциплины

### 2.2.1. Требования к образованию и (или) квалификации штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к преподаванию дисциплины

К преподаванию дисциплины могут быть допущены преподаватели, имеющие диплом о высшем образовании по соответствующему направлению.

### 2.2.2. Требования к обеспеченности учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом

специальных требований нет

### 2.2.3. Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса

специальных требований нет

## 2.3. Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины

### 2.3.1. Требования к аудиториям (помещениям, местам) для проведения занятий

В аудиториях, где проводятся занятия, необходимо наличие досок и средств письма на них.

2.3.2. Требования к аудиторному оборудованию, в том числе к неспециализированному компьютерному оборудованию и программному обеспечению общего пользования

Аудитории для проведения практических занятий должны быть оснащены проекционной техникой и компьютером.

2.3.3. Требования к специализированному оборудованию

Необходимо наличие компьютерных классов с высокопроизводительными многоядерными компьютерами.

Требования к специализированному программному обеспечению

2.3.4.

Специализированное программное обеспечение для компьютерных классов

2.3.5.

Требования к перечню и объёму расходных материалов

Расходные материалы не требуются

#### 2.4. Информационное обеспечение учебной дисциплины

##### 2.4.1. Список обязательной литературы

1. Таненбаум Э. Современные операционные системы. – СПб.: Питер, 2002.
2. Одинцов И.О. Профессиональное программирование. Системный подход. 2-е изд. – СПб.: БХВ-Петербург, 2004.

Список дополнительной литературы

- ##### 2.4.2.
1. Кнут Д.Э. Искусство программирования, тт.1-3. “Вильямс”, Москва-Петербург-Киев, 2000 г.
  2. Буч Г. Объектно-ориентированный анализ и проектирование. 2-е издание. М.: “Издательство Бином”, СПб: “Невский диалект”, 1998.

##### 2.4.3. Перечень иных информационных источников

	<p>Разработчик(и) рабочей программы учебной дисциплины</p> <p>Одинцов И.О., ст.преподаватель, igor_odintsov@mail.ru</p>
Б1.Б.М 6.Д2	<p><b>Основы программирования</b></p> <p><b>РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ</b></p> <p><i>Основы программирования</i></p> <p><b>Язык(и) обучения: Русский</b></p> <p>Трудоёмкость(границы трудоёмкости) в зачетных единицах: 12 зачетных единиц</p> <p><b>Раздел 1. Характеристики учебных занятий</b></p>

### **1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Дисциплина «Основы программирования» входит в перечень базовых дисциплин, формирующей основную подготовку бакалавра в области математических наук, и служит основой для изучения других дисциплин, касающихся информационных систем. Она представляет собой комплекс знаний, умений и навыков, позволяющих овладеть методами конструирования, тестирования и анализа алгоритмов и их реализаций на компьютере; развить у студентов навыки решения математических задач с применением компьютеров.

Отдельные параметры трехсеместрового курса могут варьироваться по степени сложности в зависимости от уровня подготовки студентов.

Основным методологическим принципом построения программы курса, равно как и всей концепции обучения основам информатики в целом, является принцип поэтапного системного накопления знаний и формирования необходимых компетенций по модели: от простого и/или знакомого - к сложному и/или незнакомому, а основной методологической стратегией прохождения отдельных разделов программы является ступенчатость и цикличность, предусматривающие постепенный возврат к ранее усвоенному материалу на более высоком языковом и концептуальном уровне.

Цель изучения дисциплины: обучение студентов методам проектирования, описания на языке высокого уровня и тестирования алгоритмов различных математических задач.

### **1.2. Требования к подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Программа курса предназначена студентам 1-го курса и рассчитана на первоначальное знакомство с программированием как математической дисциплиной. От студентов требуется владеть базовыми математическими понятиями, достаточными для работы с формулировками математических и алгоритмических утверждений. Максимальная эффективность программы будет обеспечена при следующем условии: владение базовыми представлениями о работе на компьютере и создании простейших компьютерных программ.

### **1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

Перечень компетенций, формируемых при изучении дисциплины

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений.

ОПК-4 Способен находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем

ОПК-5 Способен решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий, в том числе отечественного производителя, и с учетом основных требований информационной безопасности

ПК-1 Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий.



ПК-2 Способен преподавать математику и информатику в средней школе, специальных учебных заведениях на основе полученного фундаментального образования и научного мировоззрения.

ПК-4 Способен использовать современные методы разработки и реализации конкретных алгоритмов математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ моделирования.

В процессе изучения дисциплины «*Основы программирования*» обучаемые приобретают знания основных парадигм программирования на языке высокого уровня, приемов написания алгоритмов и компьютерных программ, умения создавать и отлаживать программы на языках высокого уровня на компьютере, практически навыки конструирования конкретных алгоритмов на языке высокого уровня для решения разнообразных математических задач на компьютере, осознанию особенностей архитектуры вычислительных машин и функциональных абстракций различного уровня.

Прошедшие обучение курсу «*Основы программирования*» должны:

обладать способностью приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современный математический аппарат, современные образовательные и информационные технологии;

обладать способностью работы с информацией из различных источников, включая сетевые ресурсы сети Интернет, для решения профессиональных задач;

обладать способностью осуществлять целенаправленный поиск информации о технологических достижениях в сети Интернет и из других источников;

обладать способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать экспериментальные данные, необходимые для проектной и производственно-

деятельности;

обладать способностью применять в профессиональной деятельности современные языки программирования;

обладать способностью реализации решений, направленных на поддержку социально значимых проектов, на повышение электронной грамотности населения, обеспечения общедоступности информационных услуг.

#### **1.4. Перечень активных и интерактивных форм учебных занятий**

Аудиторная учебная работа: лекции в объеме 2(3) часа в неделю,

практические занятия 2 часа в неделю,

Самостоятельная работа:

а) под руководством преподавателя: нет,

б) в присутствии преподавателя: нет,

в) без участия преподавателя: индивидуальная работа с доступными математическими текстами, а также удовлетворение личных познавательных потребностей.

## **Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

### **2.1. Организация учебных занятий**

*Трудоёмкость, объёмы учебной работы*

	лекции	практические занятия	Самостоятельная работа	Трудоёмкость з.е.
С1	30	30	40	4
С2	45	30	60	4
С3	30	30	40	4
итого	105	90	140	12

*Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации*

Код модуля в составе дисциплины	Промежуточная аттестация		Текущий контроль	
	Виды	Сроки	Формы	Сроки
<i>очная форма обучения</i>				
С 1	Зачет	18-21 неделя	Контрольные работы	1-17 неделя
С 2	Зачет	40-43 неделя	Контрольные работы	22-39 неделя

С 3	Зачет	18-21 неделя	Контрольные работы	11-17 неделя
-----	-------	--------------	--------------------	--------------

## 2.2. Структура и содержание учебных занятий

**Основной курс    Основная траектория    Очная форма обучения**

Период обучения (модуль): **Семестр 1.**

**Основы программирования на языках высокого уровня.**

**1. Общесведения об информатике, алгоритмах, компьютерах, представление данных.** Неформальное представление о данных, компьютере как устройстве для операций над данными в соответствии с инструкцией. Неформальное понятие алгоритма и его свойства. Входные и выходные данные, понятие "черного ящика". Цифровые компьютеры, понятие бита и байта, представление символов и чисел в компьютерах.

**2. Общесведения об архитектуре ЭВМ, языках программирования.** Представление об архитектуре и принципиальном устройстве компьютера, понятия ЦПУ, АЛУ, УУ, ОЗУ, ПЗУ, машинные команды, принципы архитектуры фон Неймана. Представление об аппаратном уровне, операционной системе, функциях, библиотеках. Уровни абстракции. Память и адресация, процессы и адресное пространство. Языки высокого уровня: назначение, классификация, примеры. Понятие компилятора, интерпретатора, отладчика, среды разработки. Понятие синтаксиса языков программирования, семантика и прагматика. Стадии разработки и реализации алгоритмов на языке высокого уровня. Понятие от технологий программирования.

**3. Основные понятия языка Си, основные типы данных, операции, функции и их прототипы, выражения, операторы.** Пример простейшей программы. Типы данных языка Си и их классификация, данные, объявление переменных. Операции (арифметические, присваивания), модель логических данных в Си и операции (сравнения, логические). Приоритет операций. Комментарий. Адреса и указатели, присваивание и разыменованное. Функции (библиотечные) и их прототипы, передача параметров. Выражения, вычисление значений выражений, приоритет и порядок операций. Операторы, программы. Представления о стандартной библиотеке, библиотечных функциях, заголовочные файлы. Ввод и вывод. Комментарии. Примеры линейных программ. Сведения о различных стандартах и диалектах языка Си.

**4. Структурное программирование, условия и циклы.** Условия, условный оператор. Циклы, операторы цикла. Оператор выбора. Принципы структурного программирования.

**5. Процедурное программирование, функции и параметры, возвращаемые значения, модульное программирование, отдельная компиляция.** Создание функций, понятие объявления и определения, формальные и фактические параметры, принципы написания высококачественных функций, "черный ящик". Зона видимости идентификатора, глобальные переменные и побочные эффекты.

Стеки исполнения. Рекурсия. Примеры. Создание заголовочных файлов. Понятие препроцессора и директивы. Модули, трансляция и компиляция, компоновка (линковка). Документирование программ и подпрограмм.

**6. Массивы и строки, передача массивов в подпрограмму, функции стандартной библиотеки.** Объявление статических массивов, массивы как параметры функций, отличие массивов от указателей, строки как массивы символов, функции стандартной библиотеки для работы со строками. Многомерные массивы.

**7. Понятие о верификации программ и вычислительной сложности.** Понятие о верификации программ и доказательном программировании, корректное аннотирование программ. Понятие вычислительной сложности (временная и емкостная), наихудший и наилучший случай. Асимптотическая нотация. Примеры сложности простейших алгоритмов: сортировка выбором, вставка, удаление и поиск в упорядоченном и неупорядоченном массиве, быстрая сортировка, возведение в степень (прямое и быстрое), нахождение значения многочлена в точке (прямое и схема Горнера). Представление об ошибках округления.

**Цель данного этапа обучения** – овладение первоначальными основами программирования, необходимые для конструирования простых алгоритмов. К концу данного этапа обучения студент должен уметь проектировать, описывать на языке высокого уровня и тестировать простые алгоритмы математических задач, оформлять рабочие подпрограммы.

Период обучения (модуль): **Семестр 2. + Практические занятия Семестра 3**

### **Конструирование алгоритмов на языке высокого уровня**

**1. Некоторые тонкости языка Си, динамическое выделение памяти, арифметика указателей.** Указатели и массивы, динамическое выделение памяти. Арифметика указателей. Нетипизированный указатель. Представление о неопределенном поведении.

Ошибки при обращении к памяти. Утечка памяти. Методы выявления. Динамические многомерные массивы и массивы массивов.

Представление матрицы в виде одномерного массива.

**2. Структурные и иные типы данных.** Структуры и их описание. Определение пользовательских типов.

Функциональный указатель.

**3. Работа с файлами, текстовые файлы.** Стандартные потоки ввода и вывода, потоки и текстовые файлы.

Работа с текстовыми файлами.

**4. Динамические структуры данных.** Линейные списки, циклические списки. Графы. Деревья. Коды Прюфера.

Двоичное дерево поиска. Представление Графа матрицей и списком смежности. Простейшие алгоритмы на графах и деревьях.

**5. Разработка и реализация с оценкой вычислительной сложности некоторых алгоритмов дискретной математики.** Перестановки, их представление и генерация, матрицы, умножение матриц (прямое, быстрое), поиск подстроки и в строке, поиск соседней точки, метод Гаумма, хэш-функции, словари, элементы криптографии, представление oNP-полных задачах.

**Цель данного этапа обучения** – овладение практическими основами построения сложных типов данных в языках программирования.

К концу данного этапа обучения студент должен уметь проектировать, описывать на языке высокого уровня и тестировать учебные алгоритмы, ориентированные на использование структурированных типов данных.

Период обучения (модуль): **Семестр 3. (Лекции)**

**Теоретические основы программирования**

1. Элементы теории алгоритмов:

Модели вычислений. МНР-машина. Простейшие свойства МНР-программ. Понятие вычислимой частичной функции. Перечислимые и разрешимые множества и предикаты. Примитивно-рекурсивные функции и соответствия. Частично рекурсивные функции.

Нумерация программ. Предикат Клини. Теорема Клини о нормальной форме. Универсальные функции. Предикат самоприменимости.

Итеративная теорема Клини. Примеры неразрешимых проблем. Свойства перечислимых и разрешимых множеств.

2. Элементы теории формальных языков:

Определение формальной порождающей грамматики. Их классификация. Проблема распознавания. Примеры. Свойства КС-языков.

Автоматные языки и регулярные выражения. Машины Тьюринга и их классификация. Связь между формальными языками и машинами Тьюринга.

3. Элементы структурной теории сложности:

Классы алгоритмов и задач. P и NP. NP-полные задачи. Примеры.

**Цель данного этапа обучения** – овладение теоретическими основами программирования и средствами описания синтаксиса языков программирования. К концу данного этапа обучения студент должен уметь проектировать, описывать на языке высокого уровня и тестировать учебные алгоритмы, ориентированные на использование динамических структур и методов объектно-ориентированного программирования.

### **Раздел 3. Обеспечение учебной дисциплины**

#### **3.1. Методическое обеспечение**

##### **3.1.1. Методические указания по освоению дисциплины**

Успешное освоение дисциплины возможно благодаря посещению лекций, участию в обсуждении рассматриваемых вопросов, самостоятельной работе, включающей в себя чтение специальной литературы по разделам курса.

##### **3.1.2. Методическое обеспечение самостоятельной работы:**



Самостоятельная работа студентов в рамках данной дисциплины является важным компонентом обучения, предусмотренным компетентностно-ориентированным учебным планом и рабочей программой учебной дисциплины.

Настоящей программой предусмотрены формы самостоятельной работы с использованием методических материалов по тематике курса и источников, указанных в обязательной, дополнительной литературе и интернет-источниках, указанных в данной программе.

### **3.1.3. Методика проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации:**

Зачет по курсу выставляется на основании индивидуального устного опроса, включающего развернутый ответ на заданные темы курса и дополнительные вопросы по всему курсу, а также решению индивидуальной задачи.

### **3.1.4. Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы):**

Примерный перечень вопросов к промежуточной аттестации (зачету) по модулю I:

1. Понятие алгоритма: определенность, детерминированность, конечность, массовость.
2. Языки программирования: синтаксис, семантика, прагматика и их описания. Стадии разработки и реализации алгоритмов на языке высокого уровня.
3. Основные понятия языка Си: значения, представление стандартных значений, идентификаторы, выражения, типы данных, переменные, функции, операторы.
4. Базовые тип данных, представление чисел и символов.
5. Операции и выражения.
6. Операторы. Условный оператор. Оператор выбора. Операторы цикла.

7 Функции, синтаксис описания и вызова, передача параметров. Прототипы. Коллизия обозначений. Побочные эффекты.

Стек исполнения.

8. Рекурсия. Примеры. Применение.

9. Заголовочные файлы, модули, библиотеки. Компиляция.

10. Стандартные функции ввода-вывода.

11. Массивы.

12. Символы строки.

13. Понятие о верификации программ.

14. Понятие вычислительной сложности.

15. Асимптотическая нотация.

16. Двоичный поиск.

17. Простейшие алгоритмы сортировки.

18. Быстрые алгоритмы сортировки.

19. Быстрое возведение в степень и нахождение значения многочлена в точке.

Примерный перечень вопросов к промежуточной аттестации (зачету) по модулю II:

1. Арифметика указателей.
2. Динамическое выделение памяти, динамические массивы.
3. Функциональный указатель.
4. Структуры.
5. Определение пользовательских типов данных.
6. Файлы. Текстовые файлы. Файловые операции.
7. Стек, очередь, циклический список.
8. Дерево поиска.
9. Коды Прюфера.
10. Графы, представление графов.
11. Обход графов и ширину и глубину.
12. Перестановки, генерация перестановок.
13. Быстрое умножение матриц.
14. Поиск подстроки в строке.
15. Хэш-функции.
16. Алгоритмы криптографии.
17. NP-полные задачи, примеры.

Примерный перечень вопросов к промежуточной аттестации (зачету) по модулю III:

1. Модели вычислений. МНР-машина.
2. Простейшие свойства МНР-программ.
3. Понятие вычислимой частичной функции.
4. Перечислимые и разрешимые множества и предикаты.
5. Примитивно-рекурсивные функции и соответствия.
6. Частично рекурсивные функции.
7. Нумерация программ. Предикат Клини.
8. Теорема Клини о нормальной форме.
9. Универсальные функции.
10. Предикат самоприменимости. Итеративная теорема Клини.
11. Примеры неразрешимых проблем.
12. Свойства перечислимых и разрешимых множеств.
13. Алгоритмы Маркова
14. Канонические системы Поста.
15. Определение формальной порождающей грамматики. Их классификация.

16. Проблема распознавания.

17. Свойства КС-языков.

18. Автоматные языки и регулярные выражения.

19. Машины Тьюринга и их классификация.

20. Связь между формальными языками и машинами Тьюринга.

21. Элементы структурной теории сложности:

22. Классы алгоритмов и задач. P и NP. NP-полные задачи. Примеры.

### **3.1.5. Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса.**

Для оценки содержания и качества учебного процесса могут применяться опросы и тестирования в соответствии с методикой и графиком, утверждаемым в установленном порядке.

## **3.2. Кадровое обеспечение**

### **3.2.1. Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий:**

К чтению лекций привлекаются преподаватели, имеющие базовое образование и/или ученую степень, соответствующую профилю преподаваемой дисциплины.

### **3.2.2. Обеспечение учебно-вспомогательными (или) иным персоналом не требуется.**

## **3.3. Материально-техническое обеспечение**

### **3.3.1. Характеристика аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий:**

Стандартно оборудованные лекционные аудитории для проведения интерактивных лекций: доска и средства для письма на ней, проекционная техника.

**3.3.2. Характеристика аудиторного оборудования,** в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного

обеспечения общего пользования: проекционная техника (компьютер с необходимым ПО для демонстрации презентаций, разработки и исполнения Си, видеопроектор, экран).

**3.3.3. Характеристика специализированного оборудования:** Ведущий должен быть обеспечен личным компьютером и внешним запоминающим устройством для подготовки лекций и переноса содержания лекций на экран.

**3.3.4. Характеристика специализированного программного обеспечения:** программное обеспечение для компьютерных классов, среда разработки программ на языке Си.

**3.3.5. Перечень объёмов требуемых расходных материалов:**

Фломастеры цветные или мел, губки, канцелярские товары в объёме, необходимом для организации и проведения занятий по заявкам преподавателей, подаваемым в установленные сроки, доступ преподавателя и студентов к компьютерным классам.

**3.4. Информационное обеспечение**

3.4.1 Список обязательной литературы

*Вирт Н. Алгоритмы структуры данных.* (Новая версия для Оберона), ДМКПресс, 2010 г

3.4.2 Список дополнительной литературы

1. Кнут Д.Э. Искусство программирования, тт.1-3. “Вильямс”, Москва-Петербург-Киев, 2000 г.
2. Грис Д. Наука программирования. М., “Мир”, 1984 и другие издания
3. Катленд Н..Вычислимость. Введение в теорию рекурсивных функций. Мир, М., 1983. и другие издания
4. Буч Г. Объектно-ориентированный анализ и проектирование. 2-е издание. М.: “Издательство Бином”, СПб: “Невский диалект”, 1998

#### 3.4.3 Перечень иных информационных источников

Специальных требований нет.

Разработчик(и) рабочей программы учебной дисциплины

Костин В.А., к.ф.-м.н., доцент, доцент, v.kostin@spbu.ru, +7 (812) 428 42 33

Б1.Б.М Структуры и алгоритмы компьютерной обработки данных

6.ДЗ

#### **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

#### **УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Структуры и алгоритмы компьютерной обработки данных

#### **Язык(и) обучения**

русский

**Раздел1. Характеристики учебных занятий****1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Дисциплина "Структуры алгоритмы компьютерной обработки данных" входит в перечень базовых дисциплин подготовки бакалавров по направлению Математическое обеспечение и администрирование информационных систем. Целью дисциплины является обучение студентов методам компьютерной обработки данных; развитие у студентов навыков алгоритмического мышления; подготовка к восприятию других дисциплин, связанных с представлением и обработкой данных.

Основной задачей курса является изучение основных принципов и методов представления и обработки данных; развитие навыков самостоятельного решения задач; обеспечение базы для усвоения более сложных алгоритмов обработки данных.

Отдельные параметры семестрового курса могут варьироваться по степени сложности в зависимости от начальной подготовки студентов.

Основным методологическим принципом построения программы курса, равно как и всей концепции обучения в целом, является принцип поэтапного системного накопления знаний и формирования необходимых компетенций по модели: от простого и/или знакомого — к сложному и/или незнакомому, а основной методологической стратегией прохождения отдельных разделов программы является ступенчатость и цикличность, предусматривающие постепенный возврат к ранее усвоенному материалу на более высоком концептуальном уровне.



По окончании обучения студенты должны знать содержание дисциплины "Структуры и алгоритмы компьютерной обработки данных" и иметь достаточно полное представление о возможностях применения ее разделов в различных прикладных областях науки и техники; уметь находить оптимальные способы представления данных и алгоритмы их обработки.

### **1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Максимальная эффективность обучения будет достигнута при условии владения студентом базовых навыков программирования и представления программа дисциплины рассчитана на студентов второго года обучения.

### **1.3. . Перечень компетенций, формируемых при изучении дисциплины (с указанием кодов):**

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений.

ОПК-4 Способен находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем

ОПК-5 Способен решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий, в том числе отечественного производителя, и с учетом основных требований информационной безопасности

ПК-1 Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий

ПК-2 Способен преподавать математику и информатику в средней школе, специальных учебных заведениях на основе полученного фундаментального

научного мировоззрения.

ПК-4 Способен использовать современные методы разработки и реализации конкретных алгоритмов математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ моделирования.

#### **Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

По окончании обучения студент должен: 1. Знать содержание дисциплины "Структуры и алгоритмы компьютерной обработки данных" и иметь представление

о возможностях применения ее разделов в различных прикладных областях науки и техники.

2. Уметь применять методы представления и обработки данных для решения разнообразных задач информатики.
3. Уметь применять основные способы представления данных: массивы, списки, деревья, хэш-таблицу, и выбирать наиболее оптимальный способ представления в зависимости от специфики задачи.
4. Быть способным приобретать новые знания, используя современные образовательные технологии.
5. Иметь способность к анализу информации и адаптации к новым парадигмам.
6. Иметь исследовательские навыки.

#### **1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

Аудиторная учебная работа: практические занятия в объеме 2 часа в неделю, включая выполнение текущих и контрольных заданий.

Самостоятельная работа:

- а) под руководством преподавателя: да,
- б) в присутствии преподавателя: нет

в) без участия преподавателя: индивидуальная работа с доступными текстами в данной предметной области, а также удовлетворение личных познавательных потребностей.

## **Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

### **2.1. Организация учебных занятий**

#### **2.1.1 Основной курс**

Трудоёмкость, объёмы учебной работы

Всего:

Практических занятий – 26 часов;

Контрольных работ – 4 часа;

Самостоятельная работа под руководством преподавателя – 30 часов;

### **2.2. Структура и содержание учебных занятий**

№ п/п	Наименование темы (раздела, части)	Вид учебных занятий	Количество часов
1	Методы представления и обработки		

	последовательных данных. Списки. Итераторы, генераторы.	практические занятия	4
		по методическим материалам	4
	Ассоциативные контейнеры		
2	Виды ассоциативных контейнеров и особенности их использования. Деревья поиска, B-деревья. Их применение для решения практических задач. Понятие хеш таблицы. Принципы реализации хеш функций. Разница между хеш таблицами и деревьями для организации ассоциативных контейнеров. Преимущества и недостатки обоих подходов.	практические занятия	4
		по методическим материалам	4
	Функциональный подход к представлению и обработке данных	практические занятия	2
3	Функции высшего порядка и примеры их использования. Стандартные функции высшего порядка для обработки данных. LINQ. Представление данных с помощью функций.	по методическим материалам	4
4	Обработка данных в интерактивных оконных системах. Принципы и шаблоны объектно-ориентированного программирования для представления данных.	практические занятия	6
		по методическим материалам	8
	Принципы организации и представления данных в интерактивных оконных системах. Обработка		

	сообщений. Архитектура «документ – представление».		
	Использование наследования и виртуальных функций для представления и обработки данных. Наследование для представления гетерогенных коллекций. Параллельная и распределенная обработка данных.	практические занятия	4
5	Многопоточная обработка данных. Стандартные средства C# для многопоточной обработки данных.	по методическим материалам	8
6	Примеры распределенной обработки данных с использованием сокетов.		
	Представление данных для переборных задач и задач динамического программирования	практические занятия	6
	Алгоритмы решения переборных задач. Представление данных для переборных задач. Представление данных для решения задач методом динамического программирования.	по методическим материалам	6

Представление данных для графов и обработка графов.

### **Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

#### **3.1. Методическое обеспечение**

##### **3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

Освоение дисциплины состоит в разборе основных понятий, принципов и типичных задач по темам курса и решения практических заданий с использованием компьютера. Методические материалы включают в себя следующие типы материалов — учебники, учебные пособия, методические указания для студентов, Интернет-ресурсы, электронные учебные пособия, с опорой на которые проводится аудиторная работа.

##### **3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

Самостоятельная работа студента, как вид деятельности, стимулирующий активность, самостоятельность, познавательный интерес с целью поиска необходимой информации, приобретения знаний, использования этих знаний для решения учебных, научных и профессиональных задач, представляет собой важную составляющую учебного процесса, которой отводится не менее половины учебного времени при очной форме обучения. Время, отводимое на самостоятельную работу, должно использоваться студентами для наиболее полного

освоения учебной дисциплины. Следовательно, организация эффективной внеаудиторной самостоятельной работы в процессе обучения требует, с одной стороны, создание условий, призванных обеспечить рациональное и планомерное управление учебной деятельностью, протекающей в отсутствие преподавателя, и тщательной подготовки целого ряда учебных пособий, снабженных методическими указаниями, с другой стороны.

### **3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации и критерии оценивания**

В течении курса студент должен выполнить обязательные практические задания по каждой теме.

Кроме этого, студентам предлагаются дополнительные практические задания. Их выполнение может быть зачтено вместо обязательных практических заданий, а также вместо части заданий контрольных работ.

В течении семестра проводятся контрольные работы в аудитории по вариантам. Для положительной оценки за контрольную работу требуется решение всех задач.

Для получения зачета на промежуточной аттестации необходимо выполнить все практические задания и получить положительные оценки за все контрольные работы.

### **3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные оценочные средства)**

Аппарат контроля за усвоением материала включает в себя задания для самостоятельной работы и контрольные работы, необходимые для эффективного контроля за усвоением учебного материала.

Примеры заданий для самостоятельной работы:

## Тема 1:

Опишите метод-итератор, который для данных чисел  $i, j$  возвращает бесконечную последовательность цифр дроби  $i / j$ .

Приведите пример использования этого итератора.

## Тема 2:

Ввести информацию о людях – у кого какая любимая книга и любимая музыкальная группа. Если есть два человека, у которых совпадает любимая книга или любимая группа, напечатать их имена и прекратить ввод. Будем считать, что людей может быть очень много, поэтому для хранения данных надо использовать ассоциативный контейнер.

## Тема 3:

Для данного списка списков чисел проверить, верно ли, что в нем во всех подсписках или все числа четные или все числа нечетные. Напечатать "Да" / "Нет".  
Дополнительное условие: надо решить с использованием функций высшего порядка.

## Тема 4:

а. Опишите класс «снежинка». У класса должен быть конструктор с параметрами  $x, y$  (центр снежинки) и метод `void Draw()`, который рисует снежинку.

б. Опишите класс, реализующий шаблон «декоратор», который добавляет к рисунку рамку в виде ромба.

Приведите пример использования декоратора.

## Тема 5:

Для данного числа  $n$  посчитать, сколько чисел от 1 до  $n$  можно представить, как сумму кубов двух целых положительных чисел.

При этом надо обеспечить использование при проверке нескольких потоков, по крайней мере двух. Вывести время в секундах,



затрачено на подсчет.

Тема 6:

Пусть у нас есть железная дорога, и на ней  $n$  станций. Известны цены билетов от  $i$ -ой станции до  $j$ -ой. При этом цены такие странные, что может ехать прямо от начала до конца, а сделать одну или несколько пересадок. Найти наименьшую стоимость проезда от начала до конца (только стоимость указывать не надо).

Можно считать, что на дороге движение в одну сторону, т.е. мы не можем вернуться обратно, даже если это нам было бы выгодно.

Примеры заданий для контрольной работы:

1. Ввести несколько слов в одной строке. Проверить, верно ли, что для всех введенных слов выполняется правило «Если в слове первая буква равна 'а', то в слове есть хотя бы одна буква 'b'».

2. Ввести информацию о людях – кто из какого города. Если есть два человека из одного и того же города, напечатать их имена и прекратить ввод. Будем считать, что людей может быть очень много, поэтому для хранения данных надо использовать ассоциативный контейнер.

3. Написать функцию  $\text{integral}$  с параметрами  $f$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $n$ , где  $f$  – функция,  $a$  и  $b$  – вещественные числа,  $n$  – целое число.

Функция должна вычислять интеграл от функции  $f$  на интервале от  $a$  до  $b$  методом прямоугольников или методом трапеций, разбивая отрезок  $[a, b]$  на  $n$  равных частей. При этом надо обеспечить использование при проверке нескольких потоков, по крайней мере двух.

### **3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

Для оценки содержания и качества учебного процесса может применяться анкетирование в соответствии с методикой и графиком, утверждаемым в установленном порядке.

## **3.2. Кадровое обеспечение**

### **3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К преподаванию дисциплины могут быть допущены преподаватели, имеющие диплом о высшем образовании по соответствующему направлению.

### **3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

Специальных требований нет

## **3.3. Материально-техническое обеспечение**

### **3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

В аудиториях, где проводятся занятия, необходимо наличие досок для письма фломастером. Помещения должны быть светлыми, с достаточным объёмом и притоком свежего воздуха.

### **3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения**

Требуется светлая аудитория, доска размером не менее м, удобные сидения и столы. Требуется компьютер, оборудованный соответствующим программным обеспечением на каждого студента.

### **3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

Специальных требований нет.

### **3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

Требуются компилятор для языка Visual C# на каждом рабочем месте.

### **3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Требуются фломастеры, не менее двух фломастеров разных цветов, тряпки для вытирания досок.

## **3.4. Информационное обеспечение**

### **3.4.1 Список обязательной литературы**

1. Ахо А., Хопекрофт Д., Ульман Д. Структуры данных и алгоритмы. – Спб.: Вильямс, 2003. – 384 с.

### **3.4.2 Список дополнительной литературы**

1. Algolist: алгоритмы, методы, исходники [электронный ресурс] <http://algolist.manual.ru>
2. Алгоритмы и структуры данных [электронный ресурс] <https://yandexdataschool.ru/edu-process/courses/algorithms>
3. Обзор паттернов проектирования [электронный ресурс] <http://citforum.ru/SE/project/pattern/>

### **3.4.3 Перечень иных информационных источников**

Специальных требований нет.

## **Раздел 4. Разработчики программы**

Симуни Михаил Лазаревич, старший преподаватель мат-мех ф-та, каф. информатики

[m.simuni@spbu.ru](mailto:m.simuni@spbu.ru) +7 (812) 428 42 33

Б1.В.М 1	<p>Гуманитарные и экономические дисциплины</p> <p>При разработке ОПОП в данный модуль ВУЗ может включить дисциплины гуманитарно-экономического цикла, например:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>-Русский язык и культура речи,</li><li>-Культурология,</li><li>-Правоведение,</li><li>-Технологии деловой коммуникации,</li><li>- Экономические основы рынка программных продуктов.</li></ul>
Б1.В.М 5	<p>Математика IV</p> <p>При разработке ОПОП, с учетом интересов работодателей региона, в данный модуль ВУЗ может включить дисциплины из следующего списка:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>-Методов вычислений (дополнительные главы);</li><li>-Дополнительные главы функционального анализа</li><li>-Математическая статистика;</li><li>- Вариационное исчисление;</li><li>- Вычислительная физика;</li><li>-Математические основы искусственного интеллекта;</li><li>-Перечислительная комбинаторика;</li><li>- Теория графов;</li></ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Алгебраические структуры;</li> <li>- Экстремальные задачи;</li> <li>- Теория языков и трансляций;</li> <li>- Компьютерная алгебра;</li> <li>- Математические основы криптографии;</li> <li>- и др.</li> </ul> <p>Некоторые дисциплины могут быть элективными (по выбору студента).</p>
Б1.В.М 7	<p>Программирование II</p> <p>При разработке ОПОП, с учетом интересов работодателей региона, в данный модуль ВУЗ может включить дисциплины из следующего списка:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Анализ сложности алгоритмов;</li> <li>- Базы данных и СУБД;</li> <li>- Компьютерные сети: протоколы и безопасность;</li> <li>- Облачные вычисления;</li> <li>- Теория языков и трансляций;</li> <li>- Системы компьютерной алгебры;</li> <li>- Компьютерная криптография;</li> <li>- Компьютерное зрение;</li> </ul>

	<p>-Компьютерная графика;</p> <p>- Машинное обучение;</p> <p>-Алгоритмы в биоинформатике;</p> <p>-Системы искусственного интеллекта;</p> <p>- и др.</p> <p>Некоторые дисциплины могут быть элективными (по выбору студента).</p>
Б1.В.М 8	<p>Профильная подготовка (Специальные курсы; специальные семинары; спецпрактикумы; научно- исследовательские проекты; дисциплины, углубленной профильной подготовке)</p> <p>При разработке ОПОП, с учетом интересов работодателей региона, в данный модуль ВУЗ включает дисциплины профильной подготовки.</p> <p>При разработке профилей ВУЗ может включить в список рекомендованных компетенций новые компетенции, соответствующие вводимому профилю. Выбор профиля предоставляется студенту (возможно на конкурсной основе), при этом некоторые дисциплины профилей должны быть элективными (по выбору студента).</p> <p>Примеры профилей образовательных программ в рамках данного направления:</p> <p>Математический анализ и компьютерные науки;</p> <p>Алгебра и компьютерные науки;</p> <p>Топология (геометрия) и компьютерные науки;</p> <p>Динамические системы и компьютерные науки;</p>

	<p>Кибернетика и компьютерные науки;</p> <p>Теория вероятностей и компьютерные науки;</p> <p>Статистическое моделирование и компьютерные науки;</p> <p>Информационные технологии в образовании.</p> <p>ВУЗ вправе самостоятельно устанавливать профили образовательных программ или установить единый «общий» профиль.</p>
Б2.Б.1	<p>Производственная</p> <p>В соответствии с Положением о практике обучающихся, осваивающих основные профессиональные образовательные программы высшего образования, утвержденным приказом Минобрнауки России от 27 ноября 2015 г. №1383, при составлении рабочей программы производственной практики ВУЗ должен учесть, что для данного направления подготовки целесообразней стационарный способ проведения производственной практики, состоящей из трех периодов:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Учебная практика (4 семестр). Наряду с первоначальным знакомством с будущей профессиональной деятельностью, основной целью учебной практики является выбор обучающимся профиля дальнейшей подготовки. Фактически учебная практика совмещается с научно-исследовательской работой 4 семестра – получение первичных навыков научно-исследовательской работы, при этом положительная промежуточная аттестация учебной практики совпадает с положительной оценкой курсовой работы 4-го семестра.</li> <li>- Производственная практика (7 семестр) является периодом закрепления основ профессиональной деятельности, связанным с наработкой навыков выполнения обобщенных трудовых функций профессиональных стандартов, соответствующих данному направлению подготовки.</li> </ul> <p>Промежуточная аттестация осуществляется руководителем практики со стороны ВУЗа на основе отчета о прохождении производственной</p>

	<p>практики, составленного обучающимся и заверенного руководителем со стороны предприятия прохождения практики.</p> <p>Естественно, между ВУЗом и предприятием (профильной организацией) прохождения практики должен быть заключен соответствующий договор о практике обучающихся, разработанный на основе ФГОС ВО данного направления.</p> <p>- Преддипломная практика (8 семестр) ориентирована на подготовку Выпускной квалификационной работы (ВКР) и оценивается положительно при оформлении текста ВКР для итоговой государственной аттестации.</p> <p>При подготовке бакалавров направления МиКН наиболее эффективной является дискретная форма проведения производственной практики - путем чередования в календарном учебном графике периодов учебного времени для проведения практики с периодами учебного времени для проведения теоретических занятий. Соотношения между типами практик зависят от профиля подготовки обучающегося по данному направлению.</p>
Б2.Б.2	<p>научно-исследовательская работа</p> <p>Научно-исследовательская работа обучающихся является обязательным разделом программы бакалавриата и направлена на формирование универсальных и профессиональных компетенций в соответствии с требованиями образовательного стандарта. В рабочей программе научно-исследовательской работы должны быть предусмотрены следующие виды и этапы выполнения и контроля научно-исследовательской работы обучающихся:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- планирование научно-исследовательской работы, включающее ознакомление с тематикой исследовательских работ в данной области и выбор темы исследования, написание программы исследовательских намерений по избранной теме;</li> <li>- проведение научно-исследовательской работы;</li> </ul>



- корректировка плана проведения научно-исследовательской работы;
- составление отчета о научно-исследовательской работе;
- публичная защита выполненной работы.

Основной формой планирования и корректировки научно-исследовательской работы обучающихся является обоснование темы, составление программы исследования, обсуждение плана и промежуточных результатов исследования в рамках выполнения и защиты курсовой работы.

В процессе выполнения научно-исследовательской работы и в ходе защиты должно проводиться ее обсуждение, позволяющее оценить уровень сформированных компетенций обучающихся.

## **5.5. Рекомендации по разработке фондов оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплинам (модулям) и практикам**

5.5. Рекомендации по разработке фондов оценочных средств для промежуточной аттестации.

При формировании фондов оценочных средств (ФОС) по дисциплине (модулю) или практике составляются задания, обязательные для выполнения студентом, позволяющие ему приобрести теоретические знания и практические навыки, а также решать профессиональные задачи, соотнесенные с обобщенными трудовыми функциями утвержденных профессиональных стандартов. Разрабатываются основные требования к выполнению заданий, методические рекомендации к их выполнению и критерии оценивания.

Типы заданий для текущего контроля могут быть как традиционными (доклад, реферат, контрольная работа, тесты, задания для практических занятий), так и инновационными (см. ниже).

### **Примерный перечень оценочных средств:**

<b>Наименование ОС</b>	<b>Краткая характеристика ОС</b>	<b>Представление ОС в фонде</b>
Коллоквиум	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися	Вопросы по темам/разделам дисциплины
Контрольная работа	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам
Реферат	Продукт самостоятельной работы обучающегося, представляющий собой изложение в письменном виде полученных результатов теоретического анализа	Темы рефератов

	определенной научной (учебно-исследовательской) темы, где автор раскрывает суть исследуемой проблемы, приводит различные точки зрения, а также собственные взгляды на неё	
Доклад, сообщение	Продукт самостоятельной работы обучающегося, представляющий собой публичное выступление с презентацией полученных результатов решения определенной учебно- практической, учебно-исследовательской или научной задачи	Темы докладов, сообщений
Собеседование	Средство контроля, организованное как специальная беседа преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанная на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
Творческое задание	Частично регламентированное задание, имеющее нестандартное решение и позволяющее диагностировать умения, способности интегрировать знания различных областей, аргументировать собственную точку зрения. Может выполняться в индивидуальном порядке или группой обучающихся	Темы групповых и/или индивидуальных творческих заданий
Тест	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося	Фонд тестовых заданий
Эссе	Средство, позволяющее оценить умение обучающегося письменно излагать суть поставленной проблемы, самостоятельно проводить анализ этой проблемы с использованием концепций и	Тематика эссе

	аналитического инструментария соответствующей дисциплины, делать выводы, обобщающие авторскую позицию по поставленной проблеме	
Зачет	Итоговая форма оценки знаний по дисциплине.	Программа дисциплины
Экзамен	Итоговая форма оценки знаний по дисциплине.	Программа дисциплины

### 5.6. Рекомендации по разработке программы государственной итоговой аттестации

Государственная итоговая аттестация бакалавра включает защиту выпускной квалификационной работы. По решению Ученого совета образовательной организации в государственную итоговую аттестацию может быть включен государственный экзамен.

Итоговые аттестационные испытания предназначены для определения общепрофессиональных и профессиональных компетенций бакалавра МиКН, определяющих его подготовленность к решению профессиональных задач, установленных федеральным государственным образовательным стандартом, способствующих его устойчивости на рынке труда и выявлению возможности продолжения образования в магистратуре.

Аттестационные испытания, входящие в состав государственной итоговой аттестации выпускника, должны полностью соответствовать основной образовательной программе высшего профессионального образования, которую он освоил за время обучения.

В результате подготовки, защиты выпускной квалификационной работы (и сдачи государственного экзамена) студент должен:

**знать и понимать** результаты, относящиеся к теме подготовленной выпускной работы, решать задачи в области профессиональной деятельности в соответствии с профилем подготовки;

**уметь** использовать современные методы исследований для решения профессиональных задач; самостоятельно обрабатывать, интерпретировать и представлять результаты деятельности по установленным формам;

**иметь практический опыт** осмысления полученной в ходе обучения информации для решения задач в сфере профессиональной деятельности.

Выпускная квалификационная работа бакалавра представляет собой законченную самостоятельную учебно-исследовательскую работу, в которой решается конкретная задача и должна соответствовать видам и задачам его профессиональной деятельности, соотносящимся с выбранными профессиональными стандартами. Объем ВКР — не более 40 страниц текста, набранного через 1,5 интервала 14 шрифтом. Работа должна иметь титульный лист установленного образца (с указанием научного руководителя, кафедры, университета, года защиты), введение, основную часть, заключение и список литературы. Во введении раскрывается актуальность темы, описываются цели и методы исследования, дается обзор цитированной литературы. Основная часть посвящена решению поставленных задач. Она может быть разделена на главы и параграфы. Заключение содержит выводы, а также намечает перспективы дальнейшей работы. Библиографический список (и вся ВКР) должен быть оформлен в соответствии с требованиями ГОСТ.

Выпускная квалификационная работа бакалавра определяет уровень профессиональной подготовки выпускника. Она представляет самостоятельное научное исследование. В ВКР должны проявиться знания автором основных математических и компьютерных методов исследования, программирования, умение их использовать, а также владение научным стилем речи. Такого рода работа является заявкой на продолжение обучения в магистратуре научного профиля.

Выпускная работа защищается на заседании Государственной экзаменационной комиссии. Требования к содержанию, структуре и процедуре защиты ВКР бакалавра определяются вузом на основании Положения об итоговой государственной аттестации выпускников вузов, утвержденного Минобрнауки России, Федерального государственного образовательного стандарта по направлению 02.03.01 Математика и компьютерные науки.

## **Раздел 6. ПРИМЕРНЫЕ УСЛОВИЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПО ОПОП**

Требования к условиям реализации программы магистратуры

6.1. Требования к условиям реализации программы магистратуры включают в себя общесистемные требования, требования к материально-техническому и учебно-методическому обеспечению, требования к кадровым и финансовым условиям реализации программы магистратуры, а также требования к применяемым механизмам оценки качества образовательной деятельности и подготовки обучающихся по программе магистратуры.

6.2. требования к реализации программы магистратуры.

6.2.1. Организация должна располагать на праве собственности или ином законном основании материально-техническим обеспечением образовательной деятельности (помещениями и оборудованием) для реализации программы магистратуры по Блоку 1 "Дисциплины (модули)" и Блоку 3 "Государственная итоговая аттестация" в соответствии с учебным планом.

6.2.2. Каждый обучающийся в течение всего периода обучения должен быть обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронной информационно-образовательной среде Организации из любой точки, в которой имеется доступ к сети "Интернет", как на территории Организации, так и вне ее. Условия для функционирования электронной информационно-образовательной среды могут быть созданы с использованием ресурсов иных организаций.

Электронная информационно-образовательная среда Организации должна обеспечивать: доступ к учебным планам, рабочим программам дисциплин (модулей), практик, электронным учебным изданиям и электронным образовательным ресурсам, указанным в рабочих программах дисциплин (модулей), практик;

формирование электронного портфолио обучающегося, в том числе сохранение его работ и оценок за эти работы.

В случае реализации программы магистратуры с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий электронная информационно-образовательная среда Организации должна дополнительно обеспечивать:

фиксацию хода образовательного процесса, результатов промежуточной аттестации и результатов освоения программы магистратуры;

проведение учебных занятий, процедур оценки результатов обучения, реализация которых предусмотрена с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий;

взаимодействие между участниками образовательного процесса, в том числе синхронное и (или) асинхронное взаимодействия посредством сети "Интернет".

Функционирование электронной информационно-образовательной среды обеспечивается соответствующими средствами информационно-коммуникационных технологий и квалификацией работников, ее использующих и поддерживающих. Функционирование электронной информационно-образовательной среды должно соответствовать законодательству Российской Федерации.

6.2.3. При реализации программы магистратуры в сетевой форме требования к реализации программы магистратуры должны обеспечиваться совокупностью ресурсов материально-

технического и учебно-методического обеспечения, предоставляемого организациями, участвующими в реализации программы магистратуры в сетевой форме.

6.2.4. Среднегодовое число публикаций научно-педагогических работников Организации за период реализации программы магистратуры в расчете на 100 научно-педагогических работников (исходя из количества замещаемых ставок, приведенного к целочисленным значениям) должно составлять не менее 2 в журналах, индексируемых в базах данных Web of Science или Scopus, или не менее 20 в журналах, индексируемых в Российском индексе научного цитирования.

6.3. Требования к материально-техническому и учебно-методическому обеспечению программы магистратуры.

6.3.1. Помещения должны представлять собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой магистратуры, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения, состав которых определяется в рабочих программах дисциплин (модулей).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся должны быть оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Организации.

Допускается замена оборудования его виртуальными аналогами.

6.3.2. Организация должна быть обеспечена необходимым комплектом лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства (состав определяется в рабочих программах дисциплин (модулей) и подлежит обновлению при необходимости).

6.3.3. При использовании в образовательном процессе печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован печатными изданиями из расчета не менее 0,25 экземпляра каждого из изданий, указанных в рабочих программах дисциплин (модулей), практик, на одного обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих соответствующую дисциплину (модуль), проходящих соответствующую практику.

6.3.4. Обучающимся должен быть обеспечен доступ (удаленный доступ), в том числе в случае применения электронного обучения, дистанционных образовательных технологий, к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам, состав которых определяется в рабочих программах дисциплин (модулей) и подлежит обновлению (при необходимости).

6.3.5. Обучающиеся из числа инвалидов и лиц с ОВЗ должны быть обеспечены печатными и (или) электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

6.4. Требования к кадровым условиям реализации программы магистратуры.

6.4.1. Реализация программы магистратуры обеспечивается педагогическими работниками Организации, а также лицами, привлекаемыми Организацией к реализации программы магистратуры на иных условиях.

6.4.2. Квалификация педагогических работников Организации должна отвечать квалификационным требованиям, указанным в квалификационных справочниках и (или) профессиональных стандартах (при наличии).

6.4.3. Не менее 70 процентов численности педагогических работников Организации, участвующих в реализации программы магистратуры, и лиц, привлекаемых Организацией к

реализации программы магистратуры на иных условиях (исходя из количества замещаемых ставок, приведенного к целочисленным значениям), должны вести научную, учебно-методическую и (или) практическую работу, соответствующую профилю преподаваемой дисциплины (модуля).

6.4.4. Не менее 5 процентов численности педагогических работников Организации, участвующих в реализации программы магистратуры, и лиц, привлекаемых Организацией к реализации программы магистратуры на иных условиях (исходя из количества замещаемых ставок, приведенного к целочисленным значениям), должны являться руководителями и (или) работниками иных организаций, осуществляющими трудовую деятельность в профессиональной сфере, соответствующей профессиональной деятельности, к которой готовятся выпускники (иметь стаж работы в данной профессиональной сфере не менее 3 лет).

6.4.5. Не менее 60 процентов численности педагогических работников Организации и лиц, привлекаемых к образовательной деятельности Организации на иных условиях (исходя из количества замещаемых ставок, приведенного к целочисленным значениям), должны иметь ученую степень (в том числе ученую степень, полученную в иностранном государстве и признаваемую в Российской Федерации) и (или) ученое звание (в том числе ученое звание, полученное в иностранном государстве и признаваемое в Российской Федерации).

6.4.6. Общее руководство научным содержанием программы магистратуры должно осуществляться научно-педагогическим работником Организации, имеющим ученую степень (в том числе ученую степень, полученную в иностранном государстве и признаваемую в Российской Федерации), осуществляющим самостоятельные научно-исследовательские (творческие) проекты (участвующим в осуществлении таких проектов) по направлению подготовки, имеющим ежегодные публикации по результатам указанной научно-исследовательской (творческой) деятельности в ведущих отечественных и (или) зарубежных рецензируемых научных журналах и изданиях, а также осуществляющим ежегодную апробацию результатов указанной научно-исследовательской (творческой) деятельности на национальных и международных конференциях.

6.5. Требования к финансовым условиям реализации программы магистратуры.

6.5.1. Финансовое обеспечение реализации программы магистратуры должно осуществляться в объеме не ниже значений базовых нормативов затрат на оказание государственных услуг по реализации образовательных программ высшего образования - программ магистратуры и значений корректирующих коэффициентов к базовым нормативам затрат, определяемых Министерством образования и науки Российской Федерации.

6.6. Требования к применяемым механизмам оценки качества образовательной деятельности и подготовки обучающихся по программе магистратуры.

6.6.1. Качество образовательной деятельности и подготовки обучающихся по программе магистратуры определяется в рамках системы внутренней оценки, а также системы внешней оценки, в которой Организация принимает участие на добровольной основе.

6.6.2. В целях совершенствования программы магистратуры Организация при проведении регулярной внутренней оценки качества образовательной деятельности и подготовки обучающихся по программе магистратуры привлекает работодателей и (или) их объединения, иных юридических и (или) физических лиц, включая педагогических работников Организации.



В рамках внутренней системы оценки качества образовательной деятельности по программе магистратуры обучающимся предоставляется возможность оценивания условий, содержания, организации и качества образовательного процесса в целом и отдельных дисциплин (модулей) и практик.

6.6.3. Внешняя оценка качества образовательной деятельности по программе магистратуры в рамках процедуры государственной аккредитации осуществляется с целью подтверждения соответствия образовательной деятельности по программе магистратуры требованиям ФГОС ВО с учетом соответствующей ПООП.

6.6.4. Внешняя оценка качества образовательной деятельности и подготовки обучающихся по программе магистратуры может осуществляться в рамках профессионально-общественной аккредитации, проводимой работодателями, их объединениями, а также уполномоченными ими организациями, в том числе иностранными организациями, либо авторизованными национальными профессионально-общественными организациями, входящими в международные структуры, с целью признания качества и уровня подготовки выпускников, отвечающими требованиям профессиональных стандартов (при наличии), требованиям рынка труда к специалистам соответствующего профиля.

## Раздел 7. СПИСОК РАЗРАБОТЧИКОВ ПООП

№ п.п.	ФИО	Должность
1	Леонов Геннадий Алексеевич	Д.ф.-м.н, член-корр. РАН, декан математико-механического факультета СПбГУ, зав. кафедрой Прикладной кибернетики, профессор
2	Терехов Андрей Николаевич	Д.ф.-м.н., профессор, зав. кафедрой Системного программирования СПбГУ, профессор
3	Костин Владимир Андреевич	К.ф.-м.н., доцент, ассистент кафедры Информатики СПбГУ

## Приложение 1

### Перечень профессиональных стандартов, соотнесенных с федеральным государственным образовательным стандартом по направлению подготовки (специальности) 02.03.01 «Математика и компьютерные науки»

№ п/п	Код профессионального стандарта	Наименование области профессиональной деятельности. Наименование профессионального стандарта
01. Образование и наука		
1.	01.001	Профессиональный стандарт "Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)", утвержденный приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18 октября 2013 г. N 544н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 6 декабря 2013 г., регистрационный N 30550), с изменениями, внесенными приказами Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 25 декабря 2014 г. N 1115н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 19 февраля 2015 г., регистрационный N 36091), и от 5 августа 2016 г. N 422н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 23 августа 2016 г., регистрационный N 43326)
2.	01.004	Профессиональный стандарт "Педагог профессионального обучения, профессионального образования и дополнительного профессионального образования", утвержденный приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 8 сентября 2015 г. N 608н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 24 сентября 2015 г., регистрационный N 38993)
3.	01.003	Профессиональный стандарт "Педагог дополнительного образования детей и взрослых", утвержденный приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 8 сентября 2015 г. N 613н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 24 сентября 2015 г., регистрационный N 38994)
06. Связь, информационные и коммуникационные технологии		
4.	06.001	Профессиональный стандарт "Программист", утвержденный

		приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18 ноября 2013 г. N 679н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 18 декабря 2013 г., регистрационный N 30635), с изменением, внесенным приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 12 декабря 2016 г. N 727н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 13 января 2017 г., регистрационный N 45230)
5.	06.022	Профессиональный стандарт "Системный аналитик", утвержденный приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 28 октября 2014 г. N 809н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 24 ноября 2014 г., регистрационный N 34882), с изменением, внесенным приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 12 декабря 2016 г. N 727н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 13 января 2017 г., регистрационный N 45230)
40. Сквозные виды профессиональной деятельности		
6.	40.011	Профессиональный стандарт "Специалист по научно-исследовательским и опытно-конструкторским разработкам", утвержденный приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 4 марта 2014 г. N 121н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 21 марта 2014 г., регистрационный N 31692), с изменением, внесенным приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 12 декабря 2016 г. N 727н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 13 января 2017 г., регистрационный N 45230)

## Приложение 2

### Перечень обобщённых трудовых функций и трудовых функций, имеющих отношение к профессиональной деятельности выпускника программ Бакалавриат по направлению подготовки (специальности) 02.03.01 «Математика и компьютерные науки»

Код и наименование профессионального стандарта	Обобщенные трудовые функции			Трудовые функции		
	Код	Наименование	Уровень квалификации	Наименование	Код	Уровень(подуровень) квалификации
06.001 Программист	В	Проверка работоспособности и рефакторинг кода программного обеспечения	4	Разработка процедур проверки работоспособности и измерения характеристик программного обеспечения	В/01.4	4
				Разработка тестовых наборов данных	В/02.4	4
				Проверка работоспособности и программного обеспечения	В/03.4	4
				Рефакторинг и оптимизация программного кода	В/04.4	4
				Исправление	В/04.5	4

				дефектов, зафиксированных в базе данных дефектов		
	D	Разработка требований и проектирование программного обеспечения	6	Анализ требований к программному обеспечению	D/01.6	6
Разработка технических спецификаций на программные компоненты и их взаимодействие				D/02.6	6	
Проектирование программного обеспечения				D/03.6	6	
06.022 Системный аналитик	C	Концептуальное, функциональное и логическое проектирование систем среднего и крупного масштаба и сложности	6	Планирование разработки или восстановления требований к системе	C/01.6	6
				Анализ проблемной ситуации заинтересованных лиц	C/02.6	6
				Разработка бизнес-требований к системе	C/03.6	6
				Постановка целей создания системы	C/04.6	6

				Разработка концепции системы	C/05.6	6
				Разработка технического задания на систему	C/06.6	6
				Организация оценки соответствия требованиям существующих систем и их аналогов	C/07.6	6
				Представление концепции, технического задания и изменений в них заинтересованным лицам	C/08.6	6
				Организация согласования требований к системе	C/09.6	6
				Разработка шаблонов документов требований	C/10.6	6
				Постановка задачи на разработку требований к	C/11.6	6

				подсистемам системы и контроль их качества		
				Сопровождение приемочных испытаний и ввода в эксплуатацию системы	C/12.6	6
				Обработка запросов на изменение требований к системе	C/13.6	6
40.011 Специалист по научно-исследовательским и опытно-конструкторским разработкам	А	Проведение научно-исследовательских и опытно-конструкторских разработок по отдельным разделам темы	5	Осуществление проведения работ по обработке и анализу научно-технической информации и результатов исследований	A/01.5	5
				Осуществление выполнения экспериментов и оформления результатов исследований и разработок	A/02.5	5
				Подготовка элементов документации, проектов планов и	A/03.5	5



				программ проведения отдельных этапов работ		
В	Проведение научно-исследовательских и опытно-конструкторских разработок при исследовании самостоятельных тем	6	Проведение патентных исследований и определение характеристик продукции (услуг)	В/01.6	6	
			Проведение работ по обработке и анализу научно-технической информации и результатов исследований	В/02.6	6	
			Руководство группой работников при исследовании самостоятельных тем	В/03.6	6	
С	Проведение научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ по тематике организации	6	Осуществление научного руководства проведением исследований по отдельным задачам	С/01.6	6	
			Управление результатами научно-	С/02.6	6	

				исследовательских и опытно-конструкторских работ		
01.004 Педагог профессионального обучения, профессионального образования и дополнительного профессионального образования	А	Преподавание по программам профессионального обучения, СПО и ДПП, ориентированным на соответствующий уровень квалификации	6	Организация учебной деятельности обучающихся по освоению учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей) программ профессионального обучения, СПО и(или) ДПП	А/01.6	6.1
				Педагогический контроль и оценка освоения образовательной программы профессионального обучения, СПО и(или) ДПП в процессе промежуточной и итоговой аттестации	А/02.6	6.1
				Разработка программно-методического обеспечения учебных предметов, курсов,	А/03.6	6.2

				дисциплин (модулей) программ профессионального обучения, СПО и(или) ДПП		
В	Организация и проведение учебно-производственного процесса при реализации образовательных программ различного уровня и направленности	6	Организация учебно-производственной деятельности обучающихся по освоению программ профессионального обучения и(или) программ подготовки квалифицированных рабочих, служащих	В/01.6	6.1	
			Педагогический контроль и оценка освоения квалификации рабочего, служащего в процессе учебно-производственной деятельности обучающихся	В/02.6	6.1	
			Разработка программно-методического обеспечения	В/03.6	6.2	

				учебно-производственного процесса		
С	Организационно-педагогическое сопровождение группы (курса) обучающихся по программам СПО	6		Создание педагогических условий для развития группы (курса) обучающихся по программам СПО	С/01.6	6.1
				Социально-педагогическая поддержка обучающихся по программам СПО в образовательной деятельности и профессионально-личностном развитии	С/02.6	6.1
D	Организационно-педагогическое сопровождение группы (курса) обучающихся по программам ВО	6		Создание педагогических условий для развития группы (курса) обучающихся по программам ВО	D/01.6	6.1
				Социально-педагогическая поддержка обучающихся по программам ВО в образовательной	D/02.6	6.1

				деятельности и профессионально-личностном развитии		
	Е	Проведение профориентационных мероприятий со школьниками и их родителями (законными представителями)	6	Информирование и консультирование школьников и их родителей (законных представителей) по вопросам профессионального самоопределения и профессионального выбора	Е/01.6	6.1
				Проведение практикоориентированных профориентационных мероприятий со школьниками и их родителями (законными представителями)	Е/02.6	6.1
	Ф	Организационно-методическое обеспечение реализации программ профессионального обучения, СПО и ДПП,	6	Организация и проведение изучения требований рынка труда и обучающихся к качеству СПО и(или) ДПО и(или)	Ф/01.6	6.3

		ориентированных на соответствующий уровень квалификации		профессионального обучения		
				Организационно-педагогическое сопровождение методической деятельности преподавателей и мастеров производственного обучения	F/02.6	6.3
				Мониторинг и оценка качества реализации преподавателями и мастерами производственного обучения программ учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практик	F/03.6	6.3
01.003 Педагог дополнительного образования детей и взрослых	А	Преподавание по дополнительным общеобразовательным программам	6	Организация досуговой деятельности учащихся в процессе реализации дополнительной общеобразовательной программы	А/02.6	6.1
				Организация деятельности	А/01.6	6.1

				учащихся, направленной на освоение дополнительной общеобразовательной программы		
				Обеспечение взаимодействия с родителями (законными представителями) учащихся, осваивающих дополнительную общеобразовательную программу, при решении задач обучения и воспитания	A/03.6	6.1
				Педагогический контроль и оценка освоения дополнительной общеобразовательной программы	A/04.6	6.1
				Разработка программно-методического обеспечения реализации дополнительной общеобразовательной программы	A/05.6	6.2

	В	Организационно-методическое обеспечение реализации дополнительных общеобразовательных программ	6	Организация и проведение исследований рынка услуг дополнительного образования детей и взрослых	В/01.6	6.3
				Организационно-педагогическое сопровождение методической деятельности педагогов дополнительного образования	В/02.6	6.3
				Мониторинг и оценка качества реализации педагогами дополнительных общеобразовательных программ	В/03.6	6.3
	С	Организационно-педагогическое обеспечение реализации дополнительных общеобразовательных программ	6	Организация и проведение массовых досуговых мероприятий	С/01.6	6.2
				Организационно-педагогическое обеспечение развития социального партнерства и	С/02.6	6.3



				продвижения услуг дополнительного образования детей и взрослых		
				Организация дополнительного образования детей и взрослых по одному или нескольким направлениям деятельности	С/03.6	6.3