МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

С Б О Р Н И К

примерных программ математических дисциплин цикла МиЕН Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования 3-его поколения

Москва 2008

СОДЕРЖАНИЕ

Материал подготовлен
Научно-методическим советом по математике
Министерства образования и науки Российской Федерации

Составители:

Михеев Виктор Иванович – доктор педагогических наук, профессор;
(Программа 3.5)
Поспелов Алексей Сергеевич – доктор физико-математических наук, профессор;
(Программы 3.1., 3.2., 3.4.)
Розанова Светлана Алексеевна – доктор педагогических наук, профессор;
(Программы 3.1., 3.2.)
Савчин Владимир Михайлович - доктор физико-математических наук, профессор;
(Программа 3.6.)
Самыловский Александр Иванович – доктор физико-математических наук, профессор;
(Программа 3.3.)

Авторы-составители программ, помещенных в ПРИЛОЖЕНИИ 2, преподаватели МГУ им. М.В. Ломоносова:

проф. Власов В.В. , доц. Гладков Б.В., доц. Ивашев-Мусатов О.С. , доц. Камзолов А.И., доц. Козко А.И., доц. Кудрявцев Н.Л., доц. Макаров Ю.Н. , проф. Печенцов А.С., проф.Подольский В.Е., проф. Прилепко А.И., проф. Самыловский А.И., доц. Соболева Е.С., проф. Стёпин С.А., доц. Субботин А.В., доц. Сударев Ю.Н., доц. Фатеева Г.М., проф. Чирский В.Г., д.ф.-м.н. Чубаров И.А.

Редакторы:
Кудрявцев Лев Дмитриевич – член-корреспондент РАН, доктор физико-математических наук, профессор;
Кузнецова Татьяна Анатольевна – кандидат физико-математических наук, доцент;
Поспелов Алексей Сергеевич – доктор физико-математических наук, профессор;
Розанова Светлана Алексеевна – доктор педагогических наук, профессор;
Ягола Анатолий Григорьевич – доктор физико-математических наук, профессор.

Материал докладывался и обсуждался на заседаниях НМС по математике
в 2003 – 2008 г.г.

1. Пояснительная записка

Настоящий сборник комплектов программ математических дисциплин предназначен для включения в цикл математических и естественнонаучных дисциплин (М и ЕН) Федерального государственного образовательного стандарта (ФГОС) высшего профессионального образования (ВПО) 3-его поколения. Программы предназначены для подготовки бакалавров. Это накладывает на них определенные особенности, заключающиеся в том, что выпускник должен получить базовое, общее, широкое высшее образование, способствующее дальнейшему развитию личности.

Математика является не только мощным средством решения прикладных задач и универсальным языком науки, но также и элементом общей культуры. Поэтому математическое образование следует рассматривать как важнейшую составляющую фундаментальной подготовки бакалавров.

Целью математического образования бакалавра является:

- Воспитание достаточно высокой математической культуры;
- Привитие навыков современных видов математического мышления;
- Привитие навыков использования математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности.

Воспитание у студентов математической культуры включает в себя ясное понимание необходимости математической составляющей в общей подготовке бакалавра, выработку представлений о роли и месте математики в современной цивилизации и в мировой культуре, умение логически мыслить, оперировать с абстрактными объектами и быть корректным в употреблении математических понятий и символов для выражения количественных и качественных отношений.

Математическое образование бакалавров должно быть широким, общим, то есть достаточно фундаментальным. Фундаментальность математической подготовки включает в себя достаточную общность математических понятий и конструкций, обеспечивающую широкий спектр их применимости, разумную точность формулировок математических свойств изучаемых объектов, логическую строгость изложения математики, опирающуюся на адекватный современный математический язык.

Разработка программ осуществлялась членами Научно методического совета (НМС) по математике Министерства образования РФ на основе многолетнего опыта реализации Основных образовательных программ (ООП) подготовки специалистов в ведущих вузах Москвы, С.-Петербурга и других регионов РФ. Предлагаемые программы неоднократно обсуждались на заседаниях НМС по математике, в том числе выездных, а структура основных дидактических единиц систематически апробировалась в учебных курсах математических дисциплин государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования 2-го поколения. При составлении программ использовались материалы Сборника программ математических дисциплин (разработанные в 2005г. НМС по математике) и методические материалы по макроанализу ГОС ВПО 2-го поколения (выполненные отделом педагогических измерений Национального Аккредитационного Агентства в сфере образования).

Авторы постарались максимально сохранить реализацию *принципа оптимального сочетания фундаментальности и профессиональной направленности математического образования*, присущего российской высшей школе. С этой целью:

- Там, где это возможно, даны ссылки в «Дополнительной литературе» на учебные пособия и учебники с прикладными (профессиональными) задачами.

- Предполагается, что каждый лектор дает несколько профессиональных задач, иллюстрирующих применение математических методов к их решению.

Трудоемкость предлагаемых программ выражена в зачетных единицах. При этом авторы исходили из распределения общей трудоемкости ООП, как представлено в Таблице 1.

Таблица 1

Код УЦ ООП	Учебные циклы	Трудоемкость (зач. ед.) Общая/Баз. часть
Б.1.	Гуманитарных, социальных и экономических дисциплин (ГСЭ)	30/20
Б.2.	Математических и естественно научных дисциплин (МиЕН)	70/45
Б.3.	Профессиональных дисциплин	122/46
	Итого по циклам Б.1 – Б.3	222/111

Как видно из таблицы 1 суммарная трудоемкость базовых частей учебных циклов ООП Б.1-Б.3 составляет 50% их общей трудоемкости.

3. **В сборнике представлены 6 комплектов программ**:

3.1. Программа математических дисциплин в образовательной области «Техника и технология» (УГС 090000 и 200000-230000, а вторая для УГС 200000-230000;

3.2. Программа математических дисциплин в образовательной области «Техника и технология» совместно с образовательной областью «Сельское и рыбное хозяйство» (УГС 110000-190000 и 240000-280000);

3.3. Программа математических дисциплин в образовательной области «Экономика и управление (менеджмент)» (УГС 080000);

3.4. Единая программа математических дисциплин в образовательной области «Естественные науки» (УГС 020000);

3.5. Единая программа математических дисциплин в образовательной области «Гуманитарные и социальные науки» (УГС 030000, 040000 ,060000, 070000, 100000);

3.6. Единая программа математических дисциплин в образовательной области «Здравоохранение» (УГС 060000).

В результате представленная совокупность Программ математических дисциплин охватывает весь Перечень направлений высшего профессионального образования РФ для ФГОС третьего поколения, за исключением образовательной области «Педагогика» (УГС 050000).

Комплекты программ разбиты на две части: базовую и вариативную – с указанием трудоемкости каждой из содержащихся в нем программ математических дисциплин. Комплект снабжен также обновленным списком рекомендуемой литературы в основном с грифом Министерства образования и науки РФ или грифом НМС по математике Министерства образования и науки РФ.

2. Математические компетенции бакалавра

Предполагается, что в результате изучения математических дисциплин цикла М и ЕН бакалавр должен обладать следующими математическими универсальными компетенциями:

а) общенаучными компетенциями (ОНК):

- способность использовать в познавательной профессиональной деятельности базовые знания в области математики (ОНК-1);
- способность приобретать новые математические знания, используя современные образовательные и информационные технологии (ОНК-2);
- владеть математической логикой, необходимой для формирования суждений по соответствующим профессиональным, социальным, научным и этическим проблемам (ОНК-3);
- владеть методами анализа и синтеза изучаемых явлений и процессов (ОНК-4).

б) инструментальными компетенциями (ИК):

- владеть развитыми учебными навыками и готовностью к продолжению образования (ИК-1);
- обладать способностью к применению на практике, в том числе умением составлять математические модели типовых профессиональных задач и находить способы их решений; интерпретировать профессиональный (физический) смысл полученного математического результата (ИК-2);
- владеть умением применять аналитические и численные методы решения поставленных задач (с использованием готовых программных средств) (ИК-3);

в) социально-личностными и общекультурными компетенциями (СЛК);

- обладать математическим мышлением, математической культурой как частью профессиональной и общечеловеческой культуры (СЛК-1);
- владеть способами доказательств утверждений и теорем как основной составляющей когнитивной и коммуникативной функций (СЛК-2);
- обладать способностью к критике и самокритике, умением работать в команде, приверженностью к этическим ценностям, толерантностью к различным культурам (СЛК-3);

В части *предметно-социальных компетенций* **бакалавр** должен:

- демонстрировать глубокое знание основных разделов элементарной математики;
- иметь глубокие знания базовых математических дисциплин и проявлять высокую степень их понимания, знать и уметь использовать на соответствующем уровне (базовом, повышенном, продвинутом):
- демонстрировать понимание основных теорем из различных математических курсов и умение их доказывать;
- уметь проводить доказательства математических утверждений, не аналогичных ранее изученным, но тесно примыкающих к ним;
- уметь решать математические задачи и проблемы, аналогичные ранее изученным, но более высокого уровня сложности;
- уметь решать математические задачи и проблемы из различных областей математики, которые требуют некоторой оригинальности мышления; обладать способностью понимать математические проблемы и выявлять их сущность;
- уметь переводить на математический язык простейшие проблемы, поставленные в терминах других предметных областей, и использовать превосходства этой переформулировки для их решения;
- уметь формулировать на математическом языке проблемы среднего уровня сложности, поставленные в нематематических терминах, и использовать превосходства этой переформулировки для их решения;
- знать некоторые языки программирования или программное обеспечение и уметь применять их для решения математических задач и получения дополнительной информации;
- демонстрировать способность к абстракции, в том числе умение логически развивать отдельные формальные теории и устанавливать связь между ними;
- обладать умением читать и анализировать учебную и научную математическую литературу, в том числе и на иностранном языке;
- уметь представлять математические утверждения и их доказательства, проблемы и их решения ясно и точно в терминах, понятных для профессиональной аудитории, как в письменной, так и устной форме.

3. Комплекты программ математических дисциплин.

3.1.Программы математических дисциплин в образовательной области «Техника и технология» (УГС 090000 и 200000 - 230000)

№№	Дисциплина	Семестр	Трудоемкость (в зач.ед)
	Базовая часть		
1	Линейная алгебра и аналитическая геометрия	1,2	5
2	Математический анализ	1-3	12
3	Дифференциальные уравнения	3	3
4	Дискретная математика	2	2
5	Теория вероятностей и математическая статистика	4	5
6	Методы оптимизации	5	2
7	Основы теории функций комплексного переменного	4	3
8	Численные методы	2-4	3
	Вариативная часть		
9	Элементы функционального анализа		3
10	Уравнения математической физики		3

ДИСЦИПЛИНА 1.

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

1. Геометрические векторы. Векторы. Линейные операции над векторами. Проекция на ось. Декартовы координаты векторов и точек. Скалярное произведение векторов, его основные свойства, координатное выражение. Векторное и смешанное произведение векторов, их основные свойства и геометрический смысл. Определители второго и третьего порядка. Координатное выражение векторного и смешанного произведений.

2. Аналитическая геометрия. Прямая на плоскости. Различные формы уравнений прямой на плоскости. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой. Прямая и плоскость в пространстве. Уравнение плоскости и прямой в пространстве. Угол между плоскостями. Угол между прямыми. Угол между прямой и плоскостью. Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола. Поверхности второго порядка.

3. Системы линейных алгебраических уравнений. Решение системы n линейных алгебраических уравнений методом Гаусса. Определители n-го порядка и их свойства.

Разложение определителя по строке (столбцу). Решение систем n линейных алгебраических уравнений с *n* неизвестными по правилу Крамера. Матрицы и действия над ними. Обратная матрица. Решение матричных уравнений с помощью обратной матрицы. Ранг матрицы. Теорема о ранге. Вычисление ранга матрицы. Совместность систем линейных алгебраических уравнений. Однородная и неоднородная системы. Теорема Кронекера-Капелли. Фундаментальная система решений.

4. Линейные пространства и операторы. Линейные пространства. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Размерность и базис линейного пространства. Координаты вектора. Преобразование координат при переходе к новому базису. Линейные операторы и действия над ними. Матрица линейного оператора. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристический многочлен.

Билинейные и квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Формулировка закона инерции. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы.

Евклидовы пространства и классы операторов.

5. Евклидовы пространства. Неравенство Коши-Буняковского. Матрица Грамма скалярного произведения, ее свойства. Ортогональный и ортонормированный базис. Процесс ортогонализации. Ортогональное дополнение подпространства в евклидовом пространстве. Сопряженные операторы в евклидовом пространстве и их свойства. Самосопряженные операторы. Построение ортонормированного базиса из собственных векторов самосопряженного оператора. Ортогональные операторы, их свойства. Ортогональные матрицы.

6. Тензорный анализ. Понятие тензора. Его валентность. Операции над тензорами.

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Бугров Я.С., Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. М., Наука, 1984 (Дрофа, 2006).

2. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика: Задачник. М., Наука, 1982.

3. Воеводин В.В. Линейная алгебра. М., Наука, 1980 (Лань, 2008)

4. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия: Учебник для вузов. М. Физматлит, 2007.

5. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра: Учебник для вузов. М. Физматлит, 2007.

6. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Шикин Е.В., Заляпин В.И. Вся высшая математика: Учебник. Т.1 – Т.6. Издательство УРСС, 2002.

7. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике (типовые расчеты) М., Высшая школа, 1986 (Лань, 2008).

8. Сборник задач по математике для втузов. Под ред. Ефимова А.В., Поспелова А.С. М., Физматлит, ч.1-4, 2001 – 2004.

Дополнительная

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. Учебник для вузов. М., Физматлит, 2007.

2. Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чурбанов И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. М., Наука, 1987. Бутузов В.Ф., Крутицкая Н.Ч., Медведев Г.Н., Шишкин А.А. Линейная алгебра в вопросах и задачах. М., Наука, Физматлит, 2000.

3. Бутузов В.Ф., Крутицкая Н.Ч., Медведев Г.Н., Шишкин А.А. Линейная алгебра в вопросах и задачах. М., Наука, Физматлит, 2000.

4. Воеводин В.В., Воеводин Вл.В. Параллельные вычисления БХВ-Петербург, 2004.

5.Высшая математика. Специальные главы (Методы линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей, математической статистики) под редакцией Розановой С.А., М., Физматлит, 2008.

6. Геворкян П.С. Высшая математика Т. 1-3 М., Физматлит, 2008.

7. Зимина О.В. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Учебный комплекс. МЭИ 2002.

8. Зимина О.В., Кириллов А.И., Сальникова Т.А. Решебник. Высшая математика. М., Физматлит, 2001.

9. Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. М., изд-во МГУ, 1998.

10. Канатников А.Н., Крищенко А.П. Аналитическая геометрия.М., изд-во Академия, 2008.

11. Наумов В.А. Руководство к решению задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. М., Наука, 1993.

12. Петрова В.Т. Лекции по алгебре и геометрии. Т.1 и 2. М.: Владос, 1999.

ДИСЦИПЛИНА 2.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

1. Введение в математический анализ. Множества. Операции с множествами. Декартово произведение множеств. Отображения множеств. Мощность множества. Множество вещественных чисел.

Функция. Область ее определения. Сложные и обратные функции. График функции. Основные элементарные функции, их свойства и графики. Комплексные числа и действия над ними. Изображение комплексных чисел на плоскости. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Показательная форма комплексного числа. Формула Эйлера. Корни из комплексных чисел. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Критерий Коши. Арифметические свойства пределов. Переход к пределу в неравенствах. Существование предела монотонной ограниченной последовательности.

2. <u>Предел и непрерывность функции действительной переменной</u>. Предел функции в точке и на бесконечности. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Свойства предела функции. Односторонние пределы. Пределы монотонных функций. Замечательные пределы.

Непрерывность функции в точке. Локальные свойства непрерывных функций. Непрерывность сложной и обратной функций. Непрерывность элементарных функций. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва, их классификация. Сравнение функций. Символы o и O. Эквивалентные функции. Свойства функций, непрерывных на отрезке: ограниченность, существование наибольшего и наименьшего значений, промежуточные значения. Теорема об обратной функции.

3. <u>Дифференциальное исчисление функций одной переменной</u>. Понятие функции, дифференцируемой в точке. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Общее представление о методах линеаризации.

Производная функции, ее смысл в различных задачах. Правила нахождения производной и дифференциала. Производная сложной и обратной функций. Инвариантность формы дифференциала. Дифференцирование функций, заданных параметрически.

Точки экстремума функции. Теорема Ферма. Теоремы Роля, Лагранжа, Коши, их применение. Правило Лопиталя.

Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа. Разложение основных элементарных функций по формуле Тейлора. Применение формулы Тейлора для приближенных вычислений.

Условия монотонности функции. Экстремум функции, необходимое условие. Достаточные условия. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции, дифференцируемой на отрезке.

Исследование выпуклости функции. Точки перегиба. Асимптоты функций. Понятие об асимптотическом разложении. Общая схема исследования функции и построения ее графика.

Вектор-функция скалярного аргумента. Понятие кривой, гладкая кривая. Касательная к кривой. Кривизна кривой. Радиус кривизны. Главная нормаль. Бинормаль. Кручение кривой.

4. Интегральное исчисление функций одной переменной. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Табличные интегралы. Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле.

Многочлены. Теорема Безу. Основная теорема алгебры. Разложение многочлена с действительными коэффициентами на линейные и квадратичные множители. Разложение рациональных дробей. Интегрирование некоторых иррациональных и трансцендентных функций. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл, его свойства. Формула Ньютона-Лейбница, ее применение для вычисления определенных интегралов. Геометрические и механические приложения определенного интеграла.

Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций, их основные свойства. Понятие сингулярных интегралов.

5. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. Пространство R_n. Множества в R_n: открытые, замкнутые, ограниченные, линейно связные, выпуклые. Компактность. Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции. Функции, непрерывные на компактах. Промежуточные значения непрерывных функций на линейно связных множествах.

Частные производные. Полный дифференциал, его связь с частными производными. Инвариантность формы полного дифференциала. Касательная плоскость к поверхности. Геометрический смысл полного дифференциала. Производная по направлению. Градиент.

Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.

Отображения $R_n \to R_n$. Непрерывные и дифференцируемые отображения. Функциональные определители. Условие независимости системы функций. Неявные функции. Теоремы существования. Дифференцирование неявных функций. Теорема об обратном отображении.

Экстремумы функций нескольких переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.

6. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. Двойной и тройной интегралы, их свойства. Сведение кратного интеграла к повторному. Понятие *n*-кратного интеграла. Замена переменных в кратных интегралах. Полярные, цилиндрические и сферические координаты.

Криволинейные интегралы. Их свойства и вычисление. Поверхностные интегралы. Их свойства и вычисление. Геометрические и механические приложения кратных, криволинейных и поверхностных интегралов.

7. Теория поля. Скалярное и векторное поле. Циркуляция векторного поля вдоль кривой. Работа силового поля. Поток поля через поверхность. Формула Гаусса-Остроградского.

Дивергенция векторного поля, ее физический смысл. Формула Стокса. Ротор векторного поля. Оператор Гамильтона.

Потенциальное поле, его свойства. Условие потенциальности. Нахождение потенциала. Соленоидальное поле, его свойства и строение. Поле ротора. Векторный потенциал.

8. Числовые и функциональны ряды. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Действия с рядами. Ряды с неотрицательными членами. Признаки сходимости.

Знакопеременные ряды, ряды с комплексными членами. Абсолютная и условная сходимости. Признак Лейбница. Свойства абсолютно сходящихся рядов.

Функциональные ряды. Область сходимости. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов: почленное дифференцирование и интегрирование.

Степенные ряды. Теорема Абеля. Круг сходимости. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение функций в степенные ряды. Приложение рядов.

9. Гармонический анализ. Нормированные пространства, бесконечномерные евклидовы пространства. Сходимость по норме. Ортогональные и ортонормированные системы. Процесс ортогонализации.

Ряды Фурье по ортогональным системам. Минимальное свойство частных сумм рядов Фурье. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля-Стеклова. Полнота и замкнутость системы. Тригонометрические ряды Фурье. Интегралы, зависящие от параметра. Непрерывность. Дифференцирование и интегрирование по параметру.

Несобственные интегралы, зависящие от параметра.

Интеграл Фурье. Преобразование Фурье. Формула обращения. Свойства преобразования Фурье.

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальное и интегральное исчисление. М., Наука, 1988 (Дрофа, 2007).

2. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. ФКП. М., Наука, 1985 (Дрофа, 2005).

3. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика: Задачник. М., Наука, 1982.

4. Бутузов В.Ф., Крутицкая Н.Ч., Медведев Г.Н., Шишкин А.А. Математический анализ в вопросах и задачах. М., Наука, Физматлит, 2001.

5. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости. М., Наука, 1981.

6. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Шикин Е.В., Заляпин В.И. Вся высшая математика: Учебник. Т.1 – Т.6. Издательство УРСС, 2002.

7. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. т. 1, 2. Альфа, 1998 (Физматлит, 2005).

8. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Т.1 Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М., Физматлит, 2003.

9. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Т. 2. Интегралы. Ряды. М., Физматлит, 2003.

10. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Т. 3. Функции нескольких переменных. М., Физматлит, 2003.

11. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике (типовые расчеты) М., Высшая школа, 1986 (Лань, 2008).

12. Никольский С.М. Курс математического анализа, М., Т. 1, 2, Физматлит, 2001.

13. Сборник задач по математике для втузов. Под ред. Ефимова А.В., Поспелова А.С. М., Физматлит, ч.1- 4, 2001 – 2004.

Дополнительная

1. Архипов Г.И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу. М., Высшая школа, 1999.
2. Афанасьев В.И. Зимина О.В., Кириллов А.И., ПетрушкоИ.М., Сальникова Т.А. Высшая математика. Специальные разделы. М., Физматлит,2001.
3. Высшая математика. Специальные главы (Методы линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей, математической статистики с примерами из радиотехники) под редакцией Розановой С.А., М., Физматлит, 2008.
4. Геворкян П.С. Высшая математика Т. 1-3 М., Физматлит, 2008.
5. Герасимчук В.С., Васильченко Г.С., Кравцов В.И. Курс классической математики в примерах и задачах. М., Физматлит, 2008.
6. Дюженкова Л.И., Дюженкова О.Ю., Михалин Г.А. Практикум по высшей математике, Изд-во Бином, 2008.
7. ЕгоровВ.И., Салимова А.Ф. Определенный и кратные интегралы. Элементы теории поля. М., Физматлит,2004.
8. Зорич В.А. Математический анализ. т.1, 1997, т.2, 1998 (МЦНМО, 2007).
9. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. М., Наука, Ч. 1, 1980, Ч. 2, 1982 (Физматлит, 2008).

10. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл.Х. Математический анализ. М., Наука, 1998.
11. Колмогоров А.И., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М., Наука, 1981.
12. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. М., Высшая школа, т. 1,2, 1998,т. 3, 1999 (Дрофа, 2003).
13. Никольский С.М. Курс математического анализа, М., Т. 1, 2, Физматлит, 2001.
14. Смирнов В.И. Курс высшей математики, т. 1,2. Изд-во БХВ-Петербург, 2007.
15. Треногин В.А. Функциональный анализ. М., Физматлит, 2007.

ДИСЦИПЛИНА 3.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ.

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Дифференциальные уравнения первого порядка. Изоклины. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Основные классы уравнений, интегрируемых в квадратурах.

Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши. Понятие о краевых задачах для дифференциальных уравнений. Уравнения, допускающие понижение порядка.

2. Линейные уравнения и системы. Линейные дифференциальные уравнения: однородные и неоднородные. Общее решение. Фундаментальная система решений. Метод Лагранжа вариации постоянных. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Уравнения с правой частью специального вида. Операционный метод.

Нормальная система дифференциальных уравнений. Векторная запись нормальной системы. Задача Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

3. Элементы качественной теории дифференциальных уравнений. Автономные и неавтономные системы. Геометрический смысл решения. Фазовое пространство (плоскость), фазовая траектория и скорость. Точки покоя. Линеаризация в окрестности точки покоя. Теорема о линеаризации.

Понятие устойчивости и асимптотической устойчивости по Ляпунову. Устойчивость решений системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Понятие о функции Ляпунова. Теорема Ляпунова об устойчивости. Первые интегралы. Законы сохранения. Предельные циклы. Теория Пуанкаре-Бендиксона.

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. ФКП. М., Наука, 1985 (Дрофа, 2005).

2. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Шикин Е.В., Заляпин В.И. Вся высшая математика: Учебник. Т.1 – Т.6. Издательство УРСС, 2002.

3. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике (типовые расчеты) М., Высшая школа, 1986 (Лань, 2008).

4. Сборник задач по математике для втузов. Под ред. Ефимова А.В., Поспелова А.С. М., Физматлит, ч.1-4, 2001 – 2004.

5. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М., Эдиториал УРСС, 2000.

Дополнительная

1. Васильева А.Б., Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Дифференциальные уравнения. М., Физматлит, 2005.

2. Веденяпин А.Д., Поливенко В.К. Практикум по обыкновенным дифференциальным уравнениям. Изд-во Физматлит, 2008.

3. Краснов М.Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М., Высшая школа, 1983.

4. Герасимчук В.С., Васильченко Г.С., Кравцов В.И. Курс классической математики в примерах и задачах. М., Физматлит, 2008.

ДИСЦИПЛИНА 4.

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

1. Бинарные отношения. Бинарные отношения и их свойства. Отношения эквивалентности и частичного порядка. Отношения Парето. Принятие решений при многих критериях.

2. Булевы функции. Булевы функции. Элементарные булевы функции. Совершенные нормальные формы. Полином Жегалкина.

3. Основы теории графов. Основные понятия теории графов. Матричное представление графов. Числовые характеристики графов. Деревья. Обходы графов. Эйлеровы и гамильтоновы циклы в графах. Планарность. Раскраска графов.

Прикладные задачи и алгоритмы анализа графов. Двухполосные сети. Задача о наибольшем потоке. Оптимизационные задачи на графах. Алгоритмы их решения. Сетевое планирование. Критический путь и критическое время сетевого графа.

4. Алгоритмы и автоматы. Оценки сложности алгоритмов. Классы *P* и *NP*, подходы к решению *NP* –полных задач. Основы теории автоматов.

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Кузнецов О.П., Адельсон-Вельский Г.М. Дискретная математика для инженера. М., Энергоатомиздат, 1988.

2. Ф.А. Новиков. Дискретная математика для программистов. СПб.: Питер, 2002.

Дополнительная

1. Нефедов В.Н., Осипова В.А. Курс дискретной математики. М., Изд. МАИ, 1993.

2. Асанов М.О., Баранский В.А., Расин В.В. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001.

3. Иванов Б.И. Дискретная математика. М., Физматлит, 2007.

4. Палий И.А. Лекции по дискретной математике. Изд-во СИБАДИ, 2007.

5. Соболева Т.С., Чечкин А.В. Дискретная математика с элементами математической информатики К. 1-2, М., 2005.

ДИСЦИПЛИНА 5.

МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

1. Постановка задач оптимизации. Классификация оптимизационных задач: задачи математического программирования, вариационного исчисления, оптимального управления. Понятие о многокритериальной оптимизации. Элементы выпуклого анализа оптимизации. Теорема Куна-Таккера. Понятие о задачах оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина.

2. Задача линейного программирования. Различные формы записи. Геометрическая интерпретация. Двойственность. Метод решения.

3. Вариационное исчисление. Задачи классического вариационного исчисления. Вариация функционала и ее свойства. Уравнения Эйлера. Достаточные условия экстремума. Задачи на условный экстремум.

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Вентцель Е.С. Исследование операций: задачи, принципы, методология. М., Высшая школа, 2007.

2. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Шикин Е.В., Заляпин В.И. Вся высшая математика: Учебник. Т.1 – Т.6. Издательство УРСС, 2002.

3. Сборник задач по математике для втузов. Под ред. Ефимова А.В., Поспелова А.С. М., Физматлит, ч.1-4, 2001 – 2004.

4. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М., Эдиториал УРСС, 2000.

Дополнительная

1. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах. М., Высшая школа, 1986.
2. Васин А.А., Краснощеков П.С., Морозов В.В. Исследование операций. М., Академия, 2008.
3. Волков В.Т., Ягола А.Г. Интегральные уравнения. Вариационное исчисление. Курс лекций. – М.: Изд-во КДУ, 2008.
4. Волков В.Т., Ягола А.Г. Интегральные уравнения. Вариационное исчисление. Методы решения задач. – М.: Изд-во КДУ, 2007.
5. Колмогоров А.И., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М., Наука, 1981.
6. Лотов А.В. Введение в экономико-математическое моделирование. М., Наука, 1984.
7. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. М., Наука, 1982.
8. Мухачева Э.А., Рубинштейн Г.Ш. Математическое программирование. Новосибирск, Наука, 1987.
9. Треногин В.А. Функциональный анализ. М., Физматлит, 2007.

ДИСЦИПЛИНА 6.

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

1. Случайные события. Пространство элементарных событий. Алгебра событий. Понятие случайного события. Вероятность. Аксиоматическое построение теории вероятностей. Элементарная теория вероятностей. Методы вычисления вероятностей. Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Схема Бернулли. Теоремы Пуассона и Муавра-Лапласа.

2. Случайные величины. Дискретные случайные величины. Функция распределения и ее свойства. Математическое ожидание и дисперсия дискретной случайной величины.

Непрерывные случайные величины. Функция распределения, плотность вероятности случайной величины, их взаимосвязь и свойства. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины. Нормальное распределение и его свойства. Закон больших чисел. Теоремы Бернулли и Чебышева. Центральная предельная теорема Ляпунова.

3. Системы случайных величин. Случайные векторы. Функция распределения. Условные распределения случайных величин. Условные математические ожидания. Ковариационная матрица. Коэффициенты корреляции. Функции случайных величин и случайных векторов, их законы распределения. Характеристические функции и их свойства.

4. Случайные процессы. Цепи Маркова. Переходные вероятности. Предельная теорема. Стационарное распределение. Понятие случайного процесса. Процессы. С независимыми приращениями. Пуассоновский процесс. Стационарные процессы.

5. Статистическое описание результатов наблюдений. Генеральная совокупность и выборка. Вариационный ряд. Гистограмма, эмпирическая функция распределения, выборочная средняя и дисперсия.

Статистические оценки: несмещенные, эффективные, состоятельные. Погрешность оценки. Доверительная вероятность и доверительный интервал. Определение необходимого объема выборки. Принцип максимального правдоподобия.

Функциональная зависимость и регрессия. Кривые регрессии, их свойства. Коэффициент корреляции, корреляционное отношение, их свойства и оценки.

6. Статистические методы обработки результатов наблюдений. Определение параметров нелинейных уравнений регрессии методом наименьших квадратов непосредственно и с помощью линеаризующих замен переменных. Понятие о критериях согласия. Проверка гипотез о равенстве долей и средних. Проверка гипотезы о значении параметров нормального распределения. Проверка гипотезы о виде распределения.

ЛИТЕРАТУРА:

Основная

1. Вентцель А.Д. Курс теории случайных процессов. М., Наука, 1993.

2. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. М., Высшая школа, 1998 (Высшее образование, 2008).

3. Коваленко И.Н., Филиппова А.А. Теория вероятностей и математическая статистика. М., Высшая школа, 1982.

4. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Шикин Е.В., Заляпин В.И. Вся высшая математика: Учебник. Т.1 – Т.6. Издательство УРСС, 2002.

5. Сборник задач по математике для втузов. Под ред. Ефимова А.В., Поспелова А.С. М., Физматлит, ч.1-4, 2001 – 2004.

6. Севастьянов Б.А., Чистяков В.П., Зубков А.М. Сборник задач по теории вероятностей. М., Наука, 1980.

7. Чистяков В.П. Курс теории вероятностей. М., Наука, 1988.

Дополнительная

1. Высшая математика. Специальные главы (Методы линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей, математической статистики с примерами из радиотехники) под редакцией Розановой С.А., М., Физматлит, 2008.
2. Геворкян П.С. Высшая математика Т. 1-3 М., Физматлит, 2008.
3. Ивченко Г.И., Медведев Ю.И. Математическая статистика. Физматлит,2002.
4. Палий И.А. Прикладная статистика. СИБАДИ, 2002.
5. Плис А.И., Сливина Н.А. Практикум по прикладной статистике в среде SPSS. Финансы и статистика, 2005.
6. Палий И.А. Задачник по теории вероятностей СИБАДИ , 2005.
7. Розанов Ю.А. Лекции по теории вероятностей, М., Наука, 1985.
8. Севастьянов Б.А. Курс теории вероятностей и математической статистики. М., Наука, 1982 (ИКИ, 2004).
9. Тутубалин В.Н. Теория вероятностей, Академия, 2007.
10. Чашкин Ю.Р. Математическая статистика.Основы регрессионного анализа.Изд-во Дальневосточного государственного университета путей сообщения,2004.
11. Хабибулина Г.И. Сборник профессионально ориентированных задач по теории вероятностей. Изд-во ГВИФПС РФ «граница», 2005.

ДИСЦИПЛИНА 7.

ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

1. Элементы теории аналитических функций. Основные понятия функции комплексной переменной. Элементарные функции, их свойства. Дифференцируемость и аналитичность. Условия Коши-Римана. Гармонические и аналитические функции. Геометрический смысл модуля и аргумента производной аналитической функции. Конформные отображения. Теорема Римана. Конформные отображения элементарными функциями: линейной, дробно-линейной, функцией Жуковского. Принцип соответствия границ. Принцип симметрии. Интегрирование по комплексной переменной. Регулярность первообразной. Теорема Коши. Интегральная формула Коши. Формулы для производных. Теорема Морера. Теорема Лиувилля. Доказательство основной теоремы алгебры.

2. Ряды и их приложения. Функциональные ряды: Ряды из аналитических функций. Теоремы Вейерштрасса. Степенные ряды. Ряды Тейлора. Ряды Лорана. Изолированные особые

точки, их классификация. Вычеты, их вычисление. Основная теорема о вычетах. Применение вычетов к вычислению интегралов. Принцип аргумента. Теорема Руше.

3. Операционное исчисление. Преобразование Лапласа, его свойства. Класс оригиналов. Класс изображений. Основные теоремы операционного исчисления. Способы восстановления оригинала по изображению. Свертка оригиналов, ее свойства. Преобразование Лапласа свертки. Решение дифференциальных уравнений и систем операционным методом. Применение к описанию линейных моделей. Интеграл Дюамеля, его применение.

Формула Меллина. Теорема существования.

3. *Z*- преобразование. *Z*-преобразование и его свойства. Применение Z-преобразования.

ЛИТЕРАТУРА:

Основная

1. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости. М., Наука, 1981.

2. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Шикин Е.В., Заляпин В.И. Вся высшая математика: Учебник. Т.1 – Т.6. Издательство УРСС, 2002.

3. Сборник задач по математике для втузов. Под ред. Ефимова А.В., Поспелова А.С. М., Физматлит, ч.1-4, 2001 – 2004.

4. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексного переменного. М., Наука, 1999 (Физматлит, 2001).

Дополнительная

1. Карасев И.П. Теория функцийкомплексной переменной, Изд-во РГГУ, 2007.
2. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексного переменного. М., Наука, 1999 ,Физматлит, 2001.
3. Чудесенко В.Ф. Сборник заданий по специальным курсам высшей математики М., Лань,2005.

ДИСЦИПЛИНА 8.

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1. Основные задачи. Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям в частных производных. Колебательные процессы, теплопроводность и диффузия, стационарные процессы. Электромагнитное поле, уравнения Максвелла. Классификация линейных уравнений в частных производных второго порядка и приведение их к каноническому виду. Характеристическое уравнение. Постановка основных задач: задача Коши, краевые задачи, смешанные задачи, корректность постановки задач.

2. Методы решения. Уравнение Лапласа. Формула Грина. Теорема о среднем, принцип максимума. Функция Грина и ее применение к решение краевых задач. Формула Пуассона для шара, круга. Задача на собственные значения и собственные функции для оператора Лапласа. Свойства собственных функций и собственных значений. Метод Фурье решения краевых задач для уравнения Пуассона и смешанных задач для волнового уравнения и уравнения теплопроводности. Функции Бесселя. Решение краевых задач для уравнения Пуассона и смешанных задач для волнового уравнения и уравнения теплопроводности в цилиндрических областях. Интегральные уравнения Фредгольма второго рода. Теоремы Фредгольма. Методы решения интегральных уравнений. Потенциалы. Сведение краевых задач для уравнения Пуассона к интегральным уравнениям с помощью потенциалов.

Задача Коши для волнового уравнения. Формулы Даламбера, Пуассона, Кирхгофа. Принцип Гюйгенса. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Интеграл Пуассона.

ЛИТЕРАТУРА:

Основная

1. Бицадзе А.В., Калиниченко Д.Ф. Сборник задач по уравнениям математической физики. М., Наука, 1985 (Альянс, 2007).

2. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики: учебник для вузов, М., Наука, 2000.

3. Владимиров К.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики: задачник для вузов, М., Наука, 2000.

4. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости. М., Наука, 1981.

5. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Шикин Е.В., Заляпин В.И. Вся высшая математика: Учебник. Т.1 – Т.6. Издательство УРСС, 2002.

6. Пикулин В.П., Похожаев С.И. Практический курс по уравнениям математической физики. М., Наука, 1995.

7. Сборник задач по математике для втузов. Под ред. Ефимова А.В., Поспелова А.С. М., физматлит, ч.1-4, 2001 – 2004.

8. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М., Наука, 1993.

9. Фарлоу С. Уравнения с частными производными для научных работников и инженеров. М. Мир, 1985.

Дополнительная

1. Боголюбов А.Н., Кравцов В.В. Задачи по математической физике. Учебное пособие. М., Изд-во МГУ, 1999.

2. Захаров Е.В., Дмитриева И.В., Орлик С.И. Уравнения математической физики. Академия, 2009.
3. Масленникова В.Н. Дифференциальные уравнения в частных производных. Изд-во РУДН, 1997.
4. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных. М., Наука, 1983.
5. Свешников А.Г., Боголюбов А.Н., Кравцов В.В. Лекции по математической физике. М., Изд-во МГУ, 1993 (2004).

ДИСЦИПЛИНА 9.

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ (на базе программной оболочки MATLAB)

Решение инженерных задач с применением ЭВМ. Вычислительный эксперимент. Численные методы алгебры: решение систем алгебраических уравнений, задача на собственные вектора и собственные значения, решение нелинейных уравнений методом Ньютона и методом простых итераций. Сходимость, оценка погрешности.

Численные методы в теории приближений: интерполяционные многочлены Лагранжа и Ньютона, численное дифференцирование и интегрирование. Оценка погрешности. Численные методы оптимизации. Решение задач линейного программирования симплекс-методом. Градиентные методы решения гладких экстремальных задач: градиентный метод с регулировкой шага, метод сопряженных градиентов, метод Ньютона.

Численные методы решения задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Решение задачи Коши: методы Эйлера, Рунге-Кутте и Адамса. Решение краевых задач: конечно-разностный метод, метод прогонки, метод пристрелки. Оценка погрешности.

Численные методы решения задач математической физики: конечно-разностные схемы решения краевой задачи для уравнения Пуассона, конечно-разностные явные и неявные схемы решения задач для волнового уравнения теплопроводности. Устойчивость и сходимость конечно-разностных схем. Численные методы решения интегральных уравнения: прямые, проекционные, итерационные.

ЛИТЕРАТУРА:

Основная

1. Амосов А.А., Дубинский Ю.А., Копченова Н.В. Вычислительные методы для инженеров. М., Высшая школа, 1994 (2003).

2. Бахвалов Н.С., Лапин А.В., Чижонков Е.В. Численные методы в задачах и упражнениях. М., Высшая школа, 2000.

3. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Шикин Е.В., Заляпин В.И. Вся высшая математика: Учебник. Т.1 – Т.6. Издательство УРСС, 2002.

4. Лебедев В.И. Функциональный анализ и вычислительная математика. М., Наука, 1994.

5. Сборник задач по математике для втузов. Под ред. Ефимова А.В., Поспелова А.С. М., физматлит, ч.1-4, 2001 – 2004.

Дополнительная

1. Волков Е.А. Численные методы. М., Наука, 1982 (Лань, 2004).
2. Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения, М., Лань, 2008.
3. Копченова Н.В., Марон И.А. Вычислительная математика в примерах изадачах., М., Лань, 2008.

2. Мысовских И.П. Лекции по методам вычисления. 2-е изд. М., Наука, 1994, (учебное пособие).

3. Рябенький В.С. Введение в вычислительную математику. М., Физматлит, 2000.

3.2. Программа математических дисциплин в образовательных областях «Сельское и рыбное хозяйство» (УГС 110000) и «Техника и технология» (УГС 120000-190000 и 240000-280000)

№№	Дисциплина	Семестр	Трудоемкость (в зач.ед)
	Базовая часть		22
1	Аналитическая геометрия с элементами линейной алгебры	1-2	4
2	Основы математического анализа	1-2	4
3	Обыкновенные дифференциальные уравнения	2	2
4	Дискретная математика	3	2
5	Теория вероятностей с элементами математической статистики	4	4
6	Численные методы (на базе МАТЛАБ)	3-4	2
	Вариативная часть		
1	Методы оптимизации		2
2	Элементы теории функций комплексного переменного		2
3	Уравнения математической физики		2
4	Элементы функционального анализа		2

ДИСЦИПЛИНА 1.

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ С ЭЛЕМЕНТАМИ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ

1. Геометрические векторы. Векторы. Линейные операции над векторами. Проекция на ось. Декартовы координаты векторов и точек. Скалярное произведение векторов, его основные свойства, координатное выражение. Векторное и смешанное произведение векторов, их основные свойства и геометрический смысл. Определители второго и третьего порядка. Координатное выражение векторного и смешанного произведений.

2. Аналитическая геометрия. Прямая на плоскости. Различные формы уравнений прямой на плоскости. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой. Прямая и плоскость в пространстве. Уравнение плоскости и прямой в пространстве. Угол между плоскостями. Угол между прямыми. Угол между прямой и плоскостью. Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола. Поверхности второго порядка.

3. Системы линейных алгебраических уравнений. Решение системы *n* линейных алгебраических уравнений методом Гаусса. Определители *n*-го порядка и их свойства. Разложение определителя по строке (столбцу). Решение систем n линейных алгебраических уравнений с *n* неизвестными по правилу Крамера. Матрицы и действия над ними. Обратная матрица. Решение матричных уравнений с помощью обратной матрицы. Ранг матрицы. Теорема о

ранге. Вычисление ранга матрицы. Совместность систем линейных алгебраических уравнений. Однородная и неоднородная системы. Теорема Кронекера-Капелли. Фундаментальная система решений.

4. Линейные пространства и операторы. Линейные пространства. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Размерность и базис линейного пространства. Координаты вектора. Преобразование координат при переходе к новому базису. Линейные операторы и действия над ними. Матрица линейного оператора. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристический многочлен.

Билинейные и квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Евклидовы пространства ортонормированный базис. Процесс ортогонализации. Классы операторов в евклидовом пространстве.

ДИСЦИПЛИНА 2.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

1. Введение в математический анализ. Множества. Операции с множествами. Множество вещественных чисел.

Функция. Область ее определения. Сложные и обратные функции. График функции. Основные элементарные функции, их свойства и графики. Комплексные числа и действия над ними. Изображение комплексных чисел на плоскости. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Показательная форма комплексного числа. Формула Эйлера. Корни из комплексных чисел. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Критерий Коши. Арифметические свойства пределов. Переход к пределу в неравенствах. Существование предела монотонной ограниченной последовательности.

2. Предел и непрерывность функции действительной переменной. Предел функции в точке и на бесконечности. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Свойства предела функции. Односторонние пределы. Замечательные пределы.

Непрерывность функции в точке. Локальные свойства непрерывных функций. Непрерывность сложной и обратной функций. Непрерывность элементарных функций. Точки разрыва, их классификация. Сравнение функций. Эквивалентные функции. Свойства функций, непрерывных на отрезке: ограниченность, существование наибольшего и наименьшего значений, промежуточные значения.

3. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. Понятие функции, дифференцируемой в точке. Дифференциал функции, его геометрический смысл

Производная функции, ее смысл в различных задачах. Правила нахождения производной и дифференциала. Производная сложной и обратной функций. Инвариантность формы дифференциала.

Точки экстремума функции. Теорема Ферма. Теоремы Роля, Лагранжа, Коши, их применение. Правило Лопиталя.

Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа. Разложение основных элементарных функций по формуле Тейлора. Применение формулы Тейлора для приближенных вычислений.

Условия монотонности функции. Экстремум функции, необходимое условие. Достаточные условия. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции, дифференцируемой на отрезке.

Исследование выпуклости функции. Точки перегиба. Асимптоты функций. Понятие об асимптотическом разложении. Общая схема исследования функции и построения ее графика.

4. Интегральное исчисление функций одной переменной. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Табличные интегралы. Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле.

Интегрирование рациональных дробей и некоторых иррациональных и трансцендентных функций. Определенный интеграл, его свойства. Формула Ньютона-Лейбница, ее применение для вычисления определенных интегралов. Геометрические и механические приложения определенного интеграла.

Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций, их основные свойства.

5. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.

Частные производные. Полный дифференциал, его связь с частными производными. Инвариантность формы полного дифференциала. Касательная плоскость к поверхности. Геометрический смысл полного дифференциала. Производная по направлению. Градиент.

Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.

Экстремумы функций нескольких переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.

6. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. Двойной и тройной интегралы, их свойства. Сведение кратного интеграла к повторному. Понятие *n*-кратного интеграла. Замена переменных в кратных интегралах.

Криволинейные интегралы. Их свойства и вычисление. Поверхностные интегралы. Их свойства и вычисление. Геометрические и механические приложения кратных, криволинейных и поверхностных интегралов.

7. Теория поля. Скалярное и векторное поле. Циркуляция векторного поля вдоль кривой. Работа силового поля. Поток поля через поверхность. Формула Гаусса-Остроградского. Дивергенция векторного поля, ее физический смысл. Формула Стокса. Ротор векторного поля. Оператор Гамильтона.

Потенциальное поле, его свойства. Условие потенциальности. Нахождение потенциала. Соленоидальное поле, его свойства и строение. Поле ротора

8. Числовые и функциональны ряды. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Действия с рядами. Ряды с неотрицательными членами. Признаки сходимости.

Абсолютная и условная сходимость ряда. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Признак Лейбница. Знакопеременные ряды.

Функциональные ряды. Область сходимости. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов: почленное дифференцирование и интегрирование.

Степенные ряды. Теорема Абеля. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение функций в степенные ряды. Приложение рядов.

9.Ряды Фурье.

Ряды Фурье по ортогональным системам. Минимальное свойство частных сумм рядов Фурье. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля-Стеклова. Полнота и замкнутость системы. Тригонометрические ряды Фурье.

Интеграл Фурье. Преобразование Фурье. Формула обращения. Свойства преобразования Фурье.

ДИСЦИПЛИНА 3

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Основные классы уравнений, интегрируемых в квадратурах.

Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши. Понятие о краевых задачах для дифференциальных уравнений. Уравнения, допускающие понижение порядка.

2. Линейные уравнения и системы. Линейные дифференциальные уравнения: однородные и неоднородные. Общее решение. Фундаментальная система решений. Метод Лагранжа вариации постоянных. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Уравнения с правой частью специального вида. Операционный метод.

ДИСЦИПЛИНА 4.

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

1. Булевы функции. Булевы функции. Элементарные булевы функции. Совершенные нормальные формы. Полином Жегалкина.

2. Основы теории графов. Основные понятия теории графов. Матричное представление графов. Числовые характеристики графов. Деревья. Обходы графов. Эйлеровы и гамильтоновы циклы в графах. Планарность. Раскраска графов.

3. Алгоритмы и автоматы. Оценки сложности алгоритмов. Классы *P* и *NP*, подходы к решению *NP* –полных задач. Основы теории автоматов.

ДИСЦИПЛИНА 5.

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

1. Случайные события. Пространство элементарных событий. Алгебра событий. Понятие случайного события. Вероятность. Аксиоматическое построение теории вероятностей. Элементарная теория вероятностей. Методы вычисления вероятностей. Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Схема Бернулли.

2. Случайные величины. Дискретные случайные величины. Функция распределения и ее свойства. Математическое ожидание и дисперсия дискретной случайной величины.

Непрерывные случайные величины. Функция распределения, плотность вероятности случайной величины, их взаимосвязь и свойства. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины. Нормальное распределение и его свойства. Закон больших чисел. Теоремы Бернулли и Чебышева. Центральная предельная теорема Ляпунова.

3. Системы случайных величин. Случайные векторы. Функция распределения. Условные распределения случайных величин. Условные математические ожидания. Ковариационная матрица. Коэффициенты корреляции. Функции случайных величин и случайных векторов, их законы распределения. Характеристические функции и их свойства.

5. Статистическое описание результатов наблюдений. Генеральная совокупность и выборка. Вариационный ряд. Гистограмма, эмпирическая функция распределения, выборочная средняя и дисперсия.

Статистические оценки: несмещенные, эффективные, состоятельные. Погрешность оценки. Доверительная вероятность и доверительный интервал. Принцип максимального правдоподобия.

Функциональная зависимость и регрессия. Коэффициент корреляции, корреляционное отношение, их свойства и оценки.

1. Статистические методы обработки результатов наблюдений. Определение параметров уравнений регрессии методом наименьших квадратов непосредственно и с помощью линеаризующих замен переменных. Понятие о критериях согласия. Проверка гипотез о равенстве долей и средних.

ДИСЦИПЛИНА 9.

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ (на базе программной оболочки MATLAB)

Решение инженерных задач с применением ЭВМ. Вычислительный эксперимент. Численные методы алгебры: решение систем алгебраических уравнений, задача на собственные вектора и собственные значения, решение нелинейных уравнений методом Ньютона и методом простых итераций. Сходимость, оценка погрешности.

Численные методы в теории приближений: интерполяционные многочлены Лагранжа и Ньютона, численное дифференцирование и интегрирование. Оценка погрешности. Численные методы оптимизации. Решение задач линейного программирования симплекс-методом. Градиентные методы решения гладких экстремальных задач: градиентный метод с регулировкой шага, метод сопряженных градиентов, метод Ньютона.

Численные методы решения задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Решение задачи Коши: методы Эйлера, Рунге-Кутте и Адамса. Решение краевых задач: конечно-разностный метод, метод прогонки, метод пристрелки. Оценка погрешности.

Численные методы решения задач математической физики: конечно-разностные схемы решения краевой задачи для уравнения Пуассона, конечно-разностные явные и неявные схемы решения задач для волнового уравнения теплопроводности. Устойчивость и сходимость конечно-разностных схем. Численные методы решения интегральных уравнения: прямые, проекционные, итерационные.

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Амосов А.А., Дубинский Ю.А., Копченова Н.В. Вычислительные методы для инженеров. М., Высшая школа, 1994 (2003).

2. Бахвалов Н.С., Лапин А.В., Чижонков Е.В. Численные методы в задачах и упражнениях. М., Высшая школа, 2000.

3. Бугров Я.С., Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. М., Наука, 1984 (Дрофа, 2006).

4. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальное и интегральное исчисление. М., Наука, 1988 (Дрофа, 2007).

5. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. ФКП. М., Наука, 1985 (Дрофа, 2005).

6. Бутузов В.Ф., Крутицкая Н.Ч., Медведев Г.Н., Шишкин А.А. Линейная алгебра в вопросах и задачах. М., Наука, Физматлит, 2001.

7. Бутузов В.Ф., Крутицкая Н.Ч., Медведев Г.Н., Шишкин А.А. Математический анализ в вопросах и задачах. М., Наука, Физматлит, 2000.

8. Воеводин В.В. Линейная алгебра. М., Наука, 1980 (Лань, 2008)

9. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. М., Высшая школа, 1998 (Высшее образование, 2008).

10. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия: Учебник для вузов. М. Физматлит, 2007.

11. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра: Учебник для вузов. М. Физматлит, 2007.

12. Коваленко И.Н., Филиппова А.А. Теория вероятностей и математическая статистика. М., Высшая школа, 1982.

13. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Шикин Е.В., Заляпин В.И. Вся высшая математика: Учебник. Т.1 – Т.6. Издательство УРСС, 2002.

14. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. т. 1, 2. Альфа, 1998 (Физматлит, 2005).

15. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Т.1 Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М., Физматлит, 2003.

16. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Т. 2. Интегралы. Ряды. М., Физматлит, 2003.

17. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Т. 3. Функции нескольких переменных. М., Физматлит, 2003.

18. Кузнецов О.П., Адельсон-Вельский Г.М. Дискретная математика для инженера. М., Энергоатомиздат, 1988.

19. Ф.А. Новиков. Дискретная математика для программистов. СПб.: Питер, 2002.

20. Сборник задач по математике для втузов. Под ред. Ефимова А.В., Поспелова А.С. М., Физматлит, ч.1- 4, 2001 – 2004.

21. Севастьянов Б.А., Чистяков В.П., Зубков А.М. Сборник задач по теории вероятностей. М., Наука, 1980.

22. Чистяков В.П. Курс теории вероятностей. М., Наука, 1988.

23. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М., Эдиториал УРСС, 2000.

24. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика: Задачник. М., Наука, 1982.

25. Вентцель Е.С. Исследование операций: задачи, принципы, методология. М., Высшая школа, 2007.

Дополнительная

1. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах. М., Высшая школа, 1986.

2. Архипов Г.И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу. М., Высшая школа, 1999.

3. Александров П.С., Лекции по аналитической геометрии, М.-С.-Пб., Физматлит,2002

4. Асанов М.О., Баранский В.А., Расин В.В. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001.

5. Афанасьев В.И. Зимина О.В., Кириллов А.И., ПетрушкоИ.М., Сальникова Т.А. Высшая математика. Специальные разделы. М., Физматлит,2001

6. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. Учебник для вузов. М., Физматлит, 2007.

7. Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чурбанов И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. М., Наука, 1987.

8. Васильева А.Б., Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Дифференциальные уравнения. М., Физматлит, 2005.

9. Волков Е.А. Численные методы. М., Наука, 1982 (Лань, 2004).

10. Высшая математика. Специальные главы (Методы линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей, математической статистики с примерами из радиотехники) под редакцией Розановой С.А., М., Физматлит, 2008.

11. Геворкян П.С. Высшая математика Т.1-3 М., Физматлит, 2008.

12. Герасимчук В.С., Васильченко Г.С., Кравцов В.И. Курс классической математики в примерах и задачах. М., Физматлит, 2008.

13. ЕгоровВ.И., Салимова А.Ф. Определенный и кратные интегралы. Элементы теории поля. М., Физматлит,2004.
14. Зайцев И.А. Высшая математика М., Дрофа, 2004.

3.3. Программы математических дисциплин в образовательной области «Экономика и управление (менеджмент)» (УГС 080000)

Принимая во внимание как вариативность реального объема времени, отводимого учебными планами различных социально-экономических и социально-управленческих ВУЗов на изучение математики, так и «существенную ограниченность» такого объема даже в ведущих ВУЗах, ниже в программах <u>подчеркиванием</u> выделены разделы и темы, которые (при углубленном уровне изучения математики – см. выше) <u>необходимо</u> именно <u>изучить</u>, а *курсивом* выделены разделы и темы, которые (при углубленном же уровне изучения математики – см. выше) *допустимо* излагать на уровне *ознакомления*, а не изучения (разделы и темы, указанные обычным шрифтом – без подчеркивания и без курсива, имеют, таким образом, при углубленном уровне изучения математики, статус желательных для изучения, но допустимых и для простого ознакомления).

Приведенные ниже программы охватывают разделы математики, обеспечивающие в настоящее время ставший уже традиционным современный инструментарий для экономической и менеджериальной проблематики. Изучение студентами указанных разделов в формате шести соответствующих учебных дисциплин является вполне оправданным при углубленном уровне изучения математики (до 800 академических часов общей трудоемкости).

При продвинутом уровне изучения математики (до 600 академических часов общей трудоемкости) возможно укрупнение учебных дисциплин, например, включение п.4 («Основы теории обыкновенных дифференциальных и разностных уравнений») в состав п.1 («Основы дифференциального и интегрального исчисления»), распределение содержания п.3 («Элементы дискретной математики») между п.п.2, 5, 6. Таким образом, при продвинутом уровне изучения математики студенты могут изучать четыре учебных дисциплины: «Основы дифференциального и интегрального исчисления», «Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии», «Вероятность с элементами математической статистики и анализа данных», «Оптимизация и основы теории принятия решений».

При базовом уровне изучении математики (до 400 часов общей трудоемкости) возможно дальнейшее укрупнение учебных дисциплин до следующих трех дисциплин: «Алгебра и анализ», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Методы оптимизации».

№№	**Дисциплина**	**Семестр**	**Трудоемкость (в зач.ед)**
	Базовая часть	1-4	22
1	Основы математического анализа	1-2	5,5
2	Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии	1	3
3	Элементы дискретной математики	2	2
4	Основы теории обыкновенных дифференциальных и разностных уравнений	3	2
5	Теория вероятностей с элементами математической статистики и анализа данных	3-4	5,5
6	Оптимизация и основы теории принятия решений	4	4

	Вариативная часть		
	Дополнительные главы математического анализа		2
	Дополнительные главы линейной алгебры и матричного анализа		2
	Дополнительные главы дискретного анализа		2
	Дополнительные главы теории дифференциальных уравнений и вариационного исчисления		1
	Элементы теории функций комплексной переменной		1
	Численный анализ		1
	Дополнительные главы стохастического анализа		1
	Дополнительные главы математической статистики и анализа данных		1
	Дополнительные главы оптимизации и теории принятия решений		1
	Математическое моделирование макроэкономических процессов		1
	Математические модели в микроэкономике		1
	Стохастический анализ в финансах		1
	Математические модели эконометрики		1
	Управление инвестиционными, проектными и финансовыми рисками		1
	Математические модели и методы анализа социологических данных		1
	Аналитика маркетинговых исследований		1
	Исследование систем управления и разработка управленческих решений в менеджменте		1
	Имитационное моделирование экономических и менеджериальных процессов и систем		1
	Системная аналитика принятия решений		1

Прикладная тематика самостоятельных работ студентов приведена в ПРИЛОЖЕНИИ 1.

ДИСЦИПЛИНА 1.

1. Основы дифференциального и интегрального исчисления

1.1. Множества. Операции с множествами. Декартово произведение множеств. Отображения множеств, понятия образа и прообраза. Множество вещественных чисел. Функция. Сложные и обратные функции. График функции.

1.2. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Критерий Коши сходимости числовой последовательности. Арифметические свойства пределов. Предел функции в точке и на бесконечности. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Замечательные пределы.

1.3. Непрерывность функции в точке. Локальные свойства непрерывных функций. Непрерывность сложной и обратной функций. Непрерывность элементарных функций. Точки разрыва и их классификация. Свойства функций, непрерывных на отрезке: ограниченность, существование наименьшего и наибольшего значений, промежуточные значения.

1.4. Понятие функции, дифференцируемой в точке. Дифференциал функции, производная функции, линеаризация. Производная сложной и обратной функции. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Правила дифференцирования. Точки экстремума функции, теорема Ферма о необходимом условии экстремума. Теоремы и формулы Ролля, Лагранжа, Коши о промежуточных значениях. Правило Лопиталя. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа. Разложение основных элементарных функций по формуле Тейлора, применение для приближенных вычислений.

1.5. Исследование функций и построение их графиков. Условия монотонности. Достаточные условия экстремума. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции, дифференцируемой на отрезке. Выпуклость. Точки перегиба. Асимптоты. Кривые, заданные параметрически. Длина кривой. *Фрактал, фрактальная линия и её размерность.*

1.6. Первообразная. Неопределенный интеграл. Методы интегрирования. Определенный интеграл Римана, интегральная сумма. Теоремы о среднем значении определенного интеграла. Интеграл как функция переменного верхнего предела. Формула Ньютона – Лейбница. Несобственные интегралы. Кратные интегралы, повторные интегралы. Замена переменных в кратных интегралах, матрица Якоби и якобиан.

1.7. Функции нескольких переменных. Область определения, предел, непрерывность. Частные производные, полный дифференциал. Производная по направлению, градиент. Частные производные высших порядков. Однородные функции. Функциональные определители. Неявные функции. Обратные функции. Экстремумы, необходимое условие, достаточное условие. Условный экстремум, метод множителей Лагранжа.

1.8. Ряды. Числовые ряды, сходимость и сумма ряда, действия с рядами. Функциональные ряды, их интегрирование и дифференцирование. Степенные ряды, радиус сходимости. Разложение функций в степенные ряды, ряды Тейлора и Маклорена. Ряды Фурье.

1.9. Численные методы в решении задач дифференциального и интегрального исчисления.

2. Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии

2.1. Декартовы координаты. Векторы. Базис. Операции над векторами. Скалярное произведение. Длина вектора, угол между двумя векторами. Ортогональность, коллинеарность, *компланарность. Векторное произведение. Смешанное произведение.* Определители второго и третьего порядков. Определители n-го порядка. Алгебраические дополнения и миноры. Вычисление определителей разложением по столбцу или по строке.

2.2. Прямая и плоскость, гиперплоскость. Прямая на плоскости. Расстояние от точки до прямой. Угол между прямыми. Угол между плоскостями. Угол между прямой и плоскостью. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола. *Поверхности второго порядка.*

2.3. Матрицы и действия с ними. Симметричная, диагональная, единичная матрицы. Ортогональная матрица. Обратная матрица. Системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера – Капелли о совместности системы. Методы решения системы линейных алгебраических уравнений.

2.4. Линейные векторные пространства. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов. Преобразование координат вектора при переходе к новому базису.

2.5. *Комплексные числа и многочлены. Изображение комплексных чисел на плоскости. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Формула Эйлера. Корни из комплексных чисел. Многочлены, разложение многочленов на множители, деление многочленов, теорема Безу о виде остатка.*

2.6. Линейные операторы и их матрицы. Преобразование матрицы линейного оператора при замене базиса. Ранг матрицы. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристический многочлен линейного оператора, его корни. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду. Линейные, билинейные, квадратичные формы. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием. Нормы векторов и матриц.

2.7. Неотрицательные матрицы, положительные матрицы. Разложимые и неразложимые матрицы. Теорема Перрона – Фробениуса о наибольшем действительном положительном собственном значении. Круги Гершгорина и собственные значения матрицы. Граф матрицы. Стохастические матрицы. *Обратно-симметричные матрицы, сильно-транзитивные матрицы. Методы определения разложимости и неразложимости матрицы. Алгебраические и итеративные методы нахождения собственного вектора, соответствующего наибольшему положительному собственному значению. Некоторые матрицы специального вида.*

2.8. Численные методы в решении задач линейной алгебры.

3. Элементы дискретной математики

3.1. Элементы математической логики, теории множеств и общей алгебры. Дискретные объекты и структуры в математике. Метод математической индукции. Бинарные и n-арные отношения. Необходимые и достаточные условия. Логические (булевы) переменные. Алгебра логики, функции алгебры логики (булева алгебра, булевы функции). Множества, отображения, мощности. Алгебра множеств. Дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы. Минимизация булевых функций. *Функциональная полнота систем булевых функций.* Понятие группы. Абелева группа. Подгруппы. Циклическая группа. Изоморфизмы, автоморфизмы, гомоморфизмы. Кольца, тела и поля.

3.2. Элементы комбинаторики. История развития, генезис понятий, классические задачи. Бином Ньютона. Перестановки, сочетания, размещения. Перечисление комбинаторных объектов и производящие функции. Рекуррентные соотношения. Разбиения и размещения. Логические методы комбинаторного анализа. Основные комбинаторные тождества для чисел сочетаний. *Полиномиальные коэффициенты и основные комбинаторные тождества для них.*

3.3. Элементы теории графов. История развития, генезис понятий, классические задачи. Определение графа. Неориентированные и ориентированные графы. Отношения смежности и инцидентности. Матричные представления графов. Пути и циклы. Связность, компоненты связности. *Поиск в графе, поиск «в глубину», поиск «в ширину».* Деревья. Кратчайшие пути. Эйлеровы пути и циклы. Гамильтоновы пути и циклы. Сети и потоки в сетях. Методология «ветвей и границ».

3.4. *Некоторые численные методы и алгоритмы в решении задач дискретной математики.*

4. Основы теории обыкновенных дифференциальных и разностных уравнений

4.1. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Обыкновенное дифференциальное уравнения (ОДУ). Интегрирование в квадратурах. Фазовое пространство. Изоклины. Интегральная кривая. Задача Коши для ОДУ. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Общее и частное решения. *ОДУ* *высших порядков.* Понижение порядка. Краевая задача. Однородное и неоднородное ОДУ, принцип суперпозиции решений. Фундаментальная система решений, определитель Вронского. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных. Построение фундаментальной системы решений по корням характеристического уравнения. *Системы ОДУ.*

4.2. Устойчивость решений ОДУ. Непрерывная зависимость решения задачи Коши от начальных значений и параметров. *Устойчивость и асимптотическая устойчивость в смысле Ляпунова. Понятие о функции Ляпунова. Типы точек покоя.* Исследование на устойчивость по первому приближению с помощью матрицы Якоби.

4.3. Разностные уравнения. Примеры разностных уравнений. Построение фундаментальной системы решений по корням характеристического уравнения. Общее и частное решения. *Устойчивость положения равновесия.*

4.4. Некоторые численные методы решения дифференциальных и разностных уравнений.

5. **Вероятность с элементами математической статистики и анализа данных**

5.1. Множество элементарных исходов опыта, событие, теоретико-множественные операции над событиями. Схема опыта с равновозможными исходами. Интуитивное определение вероятности события. Математическое определение вероятности. Алгебра событий. Аксиомы теории вероятностей и следствия из них. Вероятностное пространство как парадигма вероятностного мышления и как корректная математическая модель случайного явления. Совместные и несовместные события. Теорема сложения вероятностей. Условная вероятность. Зависимые и независимые события. Формула полной вероятности. Формула Байеса как теорема гипотез.

5.2. Случайная величина как математическая модель вероятностного явления. Функция распределения и функция плотности распределения вероятностей случайной величины, их свойства. Случайный вектор, зависимые и независимые случайные величины, условные законы распределения. Функции от случайных величин. Примеры стандартных случайных величин: Бернулли, биномиальная, Пуассона, показательная (экспоненциальная), равномерная, Гаусса (нормальная). Предельные теоремы о связи биномиальной случайной величины с пуассоновской, с гауссовской (локальная и интегральная теоремы Муавра – Лапласа). Правило «три сигма», таблица стандартного нормального распределения.

5.3. Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия, их свойства. *Понятие интеграла Стилтьеса.* Неравенство Чебышёва. Квантиль распределения случайной величины. Таблицы квантилей стандартных случайных величин. *Понятия неопределенности, энтропии, количества информации.* Условное математическое ожидание. Дисперсионная (ковариационная) и корреляционная матрицы случайного вектора. Ковариация и коэффициент корреляции двух случайных величин, свойства некоррелированности и независимости. Многомерное нормальное распределение. Линейное преобразование нормального случайного вектора. Декоррелирующее преобразование, вырожденность и снижение размерности, эллипсоиды рассеивания. *Элементы аппарата производящих и характеристических функций в теории вероятностей.*

5.4. Предельные теоремы в теории вероятностей. Закон больших чисел, теорема Чебышёва. *Понятие о законе «нуля и единицы» Колмогорова, о леммах Бореля – Кантелли, об усиленном законе больших чисел.* Центральная предельная теорема для одинаково распределенных независимых случайных величин, интегральная теорема Муавра – Лапласа как её следствие. *Понятие о теореме Ляпунова для неодинаково распределенных случайных величин.* Оценивание скорости сходимости частоты к вероятности в схеме независимых испытаний Бернулли, сравнение результатов использования неравенства Чебышёва и интегральной теоремы Муавра – Лапласа.

5.5. Дискретная марковская цепь (ДМЦ) с конечным числом состояний. Переходные вероятности, матрица переходных вероятностей. Однородность ДМЦ. *Классификация состояний ДМЦ.* Разложимость и неразложимость ДМЦ. Асимптотическое поведение ДМЦ, эргодичность, предельное распределение вероятностей состояний. *Элементы аппарата производящих функций в исследовании ДМЦ. Понятия ДМЦ с бесконечным числом состояний,* марковской цепи с непрерывным аргументом, диффузионного марковского_процесса. Элементы общей теории случайных процессов, свойства стационарности и эргодичности. *Понятие о спектральном анализе случайных процессов.* Элементы теории процессов массового обслуживания.

5.6. Теоретико-вероятностные основания математической статистики. Статистическая гипотеза и этапы её проверки. Генеральная совокупность, выборка, статистика. Эмпирическая функция распределения, гистограмма. Выборочные среднее, дисперсия, ковариация, коэффициент корреляции. Статистический критерий, уровень значимости, критическая область гипотезы. Проверяемая гипотеза и альтернативная гипотеза. Оценивание параметров в вероятностных моделях. Точечное и интервальное оценивание. Понятия о методе наибольшего правдоподобия и о методе наименьших квадратов. Свойства и сравнительный анализ оценок параметров, получаемых различными методами. Понятия о случайных величинах (статистиках) хи-квадрат, Стьюдента и Фишера. Использование таблиц квантилей данных случайных величин в задачах математической статистики.

5.7. Элементы математического анализа данных. Критерии согласия, критерии однородности, критерии независимости, критерии значимости, знаковый анализ, ранговый анализ в задачах анализа данных. Коэффициенты ранговой корреляции Спирмена и Кендалла, коэффициент конкордации. «Малые» и «большие» выборки. Модели и методы непараметрической статистики. Элементы теории статистических решений в анализе данных. Простые и сложные гипотезы. Ошибки первого и второго рода, мощность статистического критерия. Смысл леммы Неймана – Пирсона о построении наиболее мощного решающего правила. Исследование взаимосвязей и зависимостей в анализе данных. Элементы дисперсионного, корреляционного, регрессионного анализов. Элементы теории планирования активного эксперимента. Элементы многомерного статистического анализа. Теоретико-игровой подход к задачам анализа данных, понятие об «игре с_природой». *Понятия о проблематиках экспертного оценивания, шкалирования, контент-анализа, полезности,* риска и рационального поведения. Элементы вероятностно-статистического моделирования и численный анализ стохастических моделей, метод Монте-Карло.

6. **Оптимизация и основы теории принятия решений**

6.1. Однокритериальная оптимизация, теория математического программирования. Типы экстремумов: внутренний и граничный, единственный и неединственный, глобальный и локальный. Экстремумы гладких и негладких функций. Необходимые условия и достаточные условия для локальных экстремумов гладких функций. Матрица Гессе. Достаточное условие локального экстремума в угловой точке. Математический аппарат множителей Лагранжа. Задача выпуклого программирования, элементы теории двойственности. Условия Куна – Таккера. Вектор Куна – Таккера. Условие Слейтера. Окаймлённый гессиан. Теорема Куна – Таккера о седловой точке функции Лагранжа. Схемы численных методов оптимизации: скорейший спуск, проектирование градиента, метод Ньютона. Поиск глобального экстремума в многоэкстремальных задачах. Метод штрафных функций как метод сведения задачи с ограничениями к последовательности задач безусловной оптимизации.

6.2. Задача линейного программирования (ЛП). Прямая и двойственная задачи ЛП, теоремы двойственности. Графический метод решения простейших задач ЛП. Канонический вид задачи ЛП, крайние (угловые) точки допустимого множества.

Симплекс-метод как метод последовательного улучшения плана, основная схема алгоритма. *Специальные линейные модели математического программирования.*

6.3. Многокритериальная оптимизация. Многокритериальная предпочтительность допустимых точек (решений, стратегий). Эффективность (оптимальность) по Парето, по Слейтеру. Построение Парето-эффективной границы. Неединственность Парето-эффективных стратегий. Процедуры решения многокритериальных задач, или процедуры многокритериального выбора: «свёртка» критериев, «идеальная» точка, лексикографическая оптимизация, функция полезности ЛПР, последовательные уступки в величинах разных критериев и др.

6.4. *Элементы теории дискретной оптимизации. Общая задача целочисленного программирования, общая задача целочисленного ЛП, задача частично-целочисленного программирования, задача псевдо-булева программирования. Задачи с неделимостями, задачи с логическими условиями, задачи с дискретными переменными,* экстремальные комбинаторные задачи. Основные процедуры алгоритмической схемы «ветвей и границ».

6.5. Динамические задачи оптимизации. Элементы вариационного исчисления и теории оптимального управления, понятие о принципе максимума Понтрягина. Динамическое программирование и принцип оптимальности Беллмана. Многошаговые процедуры управления. Численные методы расчета оптимальных программ.

6.6. Принятие решений в условиях неопределенности: игровой подход. Гарантированный результат, принцип максимина, понятие гарантирующей стратегии. Седловая точка. Игры в нормальной форме. Определение антагонистической игры, решение игры, оптимальные стратегии игроков. Смешанное расширение антагонистической игры. Матричные игры. Связь с прямой и двойственной задачами ЛП.

6.7. Неантагонистические бескоалиционные игры. Равновесие по Нэшу, оптимум по Парето. Ситуации равновесия в играх многих лиц. Биматричные игры. Понятие о коалиционных играх. Игры в развернутой форме. Дерево игры. Игры с полной и неполной информацией. Равновесие Байеса – Нэша. Информационные множества. Рекурсивное решение. Бесконечно повторяющиеся игры. Иерархические игры с передачей информации. Коллективный выбор, групповые решения, схемы голосования, парадокс Кондорсе, аксиоматика Эрроу.

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Акимов О.Е. Дискретная математика: логика, группы, графы. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001.

2. Бородин А.Н. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики. Серия «Учебники для ВУЗов». – СПб.: Лань, 1999, 2002.

3. Глухов В.В., Медников М.Д., Коробко С.Б. Математические методы и модели для менеджмента. Серия «Учебники для ВУЗов». – СПб.: Лань, 2000, 2005.

4. Зимина О.В., Кириллов А.И., Сальникова Т.А. Высшая математика. Решебник. – М.: Физматлит, 2000.

5. Интрилигатор Майкл. Математические методы оптимизации и экономическая теория. – М.: Айрис-пресс, 2002.

6. Колемаев В.А., Калинина В.Н. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник. – М.: ИНФРА-М, 1999, 2000; ЮНИТИ-ДАНА, 2003.

7. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: Учебник. – М.: Дело, 2000.

8. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2000, 2003.

9. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. Т.1,2. – Висагинас: “Alfa”, 1998.

10. Матвеев Н.М. Обыкновенные дифференциальные уравнения: Учебное пособие. – СПб.: Специальная литература, 1996.

11. Матвеев Н.М. Сборник задач и упражнений по обыкновенным дифференциальным уравнениям: Учебное пособие. – СПб.: Лань, 2002.

12. Общий курс высшей математики для экономистов: Учебник */ Под ред. В.И.Ермакова.* – М.: ИНФРА-М, 2000.

13. Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Семина Е.А. Теория игр: Учебное пособие для университетов. – М.: Высшая школа, 1998.

14. Розен В.В. Математические модели принятия решений в экономике: Учебное пособие. – М.: Книжный дом «Университет», Высшая школа, 2002.

15. Сборник задач по высшей математике для экономистов: Учебное пособие / Под ред. В.И.Ермакова. – М.: ИНФРА-М, 2001.

16. Таха Хэмди А. Введение в исследование операций. – М.: ИД «Вильямс», 2001, 2008.

17. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Т.1,2. – СПб.: Лань, 2001.

18. Шевцов Г.С. Линейная алгебра: Теория и прикладные аспекты: Учебное пособие. – М.: Финансы и статистика, 2003.

19. Шипачев В.С. Курс высшей математики: Учебник. – М.: ТК Велби, Изд-во Проспект, 2004.

20. Шипачев В.С. Задачник по высшей математике: Учебное пособие для ВУЗов. – М.: Высшая школа, 2001.

Дополнительная

1. Аронович А.Б., Афанасьев М.Ю., Суворов Б.П. Сборник задач по исследованию операций. – М.: Изд-во МГУ, 1997.

2. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2000.

3. Белько И.В., Свирид Г.П. Теория вероятностей и математическая статистика. Примеры и задачи: Учебное пособие. – Минск: Новое знание, 2002.

4. Бочаров П.П., Печинкин А.В. Теория вероятностей. Математическая статистика: Учебное пособие. – М.: Гардарика, 1998.

5. Бугров Я.С., Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии: Учебник для ВУЗов. – Ростов-на-Дону: Феникс, 1997.

6. Вентцель Е.С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология. Учебное пособие для студентов ВУЗов. – М.: Высшая школа, 2001.

7. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: Учебник для ВУЗов. – М.: Высшая школа, 2002.

8. Вероятность и математическая статистика: Энциклопедия / Гл. ред. Ю.В.Прохоров. – М.: Большая Российская энциклопедия, 1999.

9. Владимирский Б.М., Горстко А.Б., Ерусалимский Я.М. Математика. Общий курс. – СПб.: Лань, 2002.

10. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей: Учебник. – М.: Эдиториал УРСС, 2001.

11. Горелова Г.В., Кацко И.А. Теория вероятностей и математическая статистика в примерах и задачах с применением Excel. Учебное пособие для ВУЗов. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2002.

12. Григорьев С.Г. Линейная алгебра: Учебное пособие по высшей математике. – М.: ИВЦ «Маркетинг», 1999.

13. Григорьев С.Г. Векторная алгебра и аналитическая геометрия. Учебное пособие по высшей математике. – М.: ИВЦ «Маркетинг», 2000.

14. Грэхем Рональд, Кнут Дональд, Паташник Орен. Конкретная математика. – М.: Мир, 1998.

15. Есипов А.А., Сазонов Л.И., Юдович *В.И.* Практикум по обыкновенным дифференциальным уравнениям. – М.: Вузовская книга, 2001.

16. Ерусалимский Я.М. Дискретная математика: теория, задачи, приложения. – М.: Вузовская книга, 1999, 2001, 2004.

17. Жукова Г.С. Математика для экономических специальностей ч. 1-2, Изд-во МГСУ, 2005.

18. Замков О.О., Черемных Ю.Н., Толстопятенко А.В. Математические методы в экономике: Учебник. – М.: Дело и Сервис, 1999.

19. Зимина О.В. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: Учебный комплекс. – М.: Изд-во МЭИ, 2000.

20. Ильин В.А., Куркина А.В. Высшая математика: Учебник. – М.: ООО «ТК Велби», 2002.

21. Колягин Ю.М., Луканкин Г.Л., Яковлев Г.Н. Математика. Алгебра и элементарные функции. Учебное пособие. Ч.1. – М.: Агар, 1999.

22. Красс М.С. Математика для экономических специальностей: Учебник. – М.: ИНФРА-М, 1999; Дело, 2002.

23. Кремер Н.Ш. и др. Математика для экономистов: от Арифметики до Эконометрики: учебно-справочное пособие. – М.: «Высшее образование», 2007.

24. Кузнецов А.В., Сакович В.А., Холод Н.И. Высшая математика: Математическое программирование: Учебник. – Минск: Вышэйшая школа, 2001.

25. Лабскер Л.Г. Вероятностное моделирование в финансово-экономической области. – М.: Альпина Паблишер, 2002.

26. Лабскер Л.Г., Бабешко Л.О. Игровые методы в управлении экономикой и бизнесом: Учебное пособие. – М.: Дело, 2001.

27. Левин Дэвид М., Стефан Дэвид, Кребиль Тимоти С., Беренсон Марк Л. Статистика для менеджеров с использованием Microsoft Excel. – М.: ИД «Вильямс», 2004.

28. Лексаченко В.А. Логика. Множества. Вероятность. – М.: Вузовская книга, 2001.

29. Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г. Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения. Серия «Учебники для ВУЗов». – СПб.: Лань, 1999.

30. Макарова Н.В., Трофимец В.Я. Статистика в Excel: Учебное пособие. – М.: Финансы и статистика, 2002.

31. Математика. Большой энциклопедический словарь / Гл. ред. Ю.В.Прохоров. – М.: Большая Российская энциклопедия, 1998.

32. Минюк С.А., Ровба Е.А., Кузьмич К.К. Математические методы и модели в экономике: Учебное пособие. – Минск: ТетраСистемс, 2002.

33. Ниворожкина Л.И. и др. Основы статистики с элементами теории вероятностей для экономистов: Руководство для решения задач. – Ростов-на-Дону: Феникс, 1999.

34. Никитина Н.Ш. Математическая статистика для экономистов: Учебное пособие. – М.: ИНФРА-М, 2001.

35. Новиков Ф.А. Дискретная математика. – СПб.: Питер, 2001.

36. Оре Ойстин. Графы и их применение. – М.: Эдиториал УРСС, 2002.

37. Пономаренко А.К., Сахаров В.Ю., Степанова Т.В., Черняев П.К. Учебные и контрольные задания по обыкновенным дифференциальным уравнениям: Учебное пособие. – СПб.: Изд-во СПбГУ, 2000.

38. Практикум по эконометрике: Учебное пособие / Под ред. И.И.Елисеевой. – М.: Финансы и статистика, 2001.

39. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2000.
40. Протасов И.Д. Теория игр и исследование операций: Учебное пособие. – М.: Гелиос АРВ, 2003.
41. Романко В.К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001.
42. Романовский И.В. Дискретный анализ. Учебное пособие. – СПб. – М.: Невский диалект – Физматлит, 2000, 2001, 2003.
43. Сборник задач и упражнений по высшей математике: Математическое программирование: Учебное пособие / Колл. авт., под ред. А.В.Кузнецова, Р.А.Рутковского. – Минск: Вышэйшая школа, 2002.
44. Сигел Эндрю Ф. Практическая бизнес-статистика. – М.: ИД «Вильямс», 2002, 2004, 2007.
45. Справочник по математике для экономистов / Под ред. В.И.Ермакова. – М.: Высшая школа, 1997.
46. Судоплатов С.В., Овчинников Е.В. Элементы дискретной математики. Учебник. – М.: ИНФРА-М, 2002.
47. Сюдсетер Кнут, Стрём Арне, Берк Пит*ер.* Справочник по математике для экономистов. – СПб.: Экономическая школа, 2000.
48. Тюрин Ю.Н., Макаров А.А. Анализ данных на компьютере. – М.: ИНФРА-М, 2003, 2007.
49. Фролькис В.А. Введение в теорию и методы оптимизации для экономистов. – СПб.: Питер, 2002.
50. Хазанова Л.Э. Математические методы в экономике: Учебное пособие. – М.: Изд-во БЕК, 2002.
51. *Черноруцкий И.Г.* Методы оптимизации и принятия решений: Учебное пособие. – СПб.: Лань, 2001.
52. Шикин Е.В. От игр к играм. Математическое введение. – М.: Эдиториал УРСС, 1998.
53. Шикин Е.В., Чхартишвили А.Г. Математические методы и модели в управлении: Учебное пособие. – М.: Дело, 2002.
54. Шипачев В.С. Высшая математика: Учебник для ВУЗов. – М.: Высшая школа, 1998, 2003.
55. Эконометрика: Учебник / Под ред. И.И.Елисеевой. – М.: Финансы и статистика, 2001.
56. Anthony Martin, Biggs Norman. Mathematics for Economics and Finance. Methods and Modelling. 2nd edition. – UK: Cambridge University Press, 1998.
57. Bluman Allan G. Elementary Statistics. A Step by Step Approach. 2nd edition. – USA: Wm.C.Brown Pulishers, 1995.
58. Carothers N.L. Real Analysis. – UK: Cambridge University Press, 2000.
59. Chiang Alpha C. Fundamental Methods of Mathematical Economics. – USA, N.Y.: McGraw-Hill, 1984.
60.Clarke G.M., Cooke D. A Basic Course in Statistics. 5th edition. – UK: Arnold, 2004.
61. Cooper Russel. Coordination Games. – UK: Cambridge University Press, 2000.
62. Dockner Engelbert, et al. Differential Games in Economics and Management Science. – UK: Cambridge University Press, 2000.
63. Fuente de la Angel. Mathematical Methods and Models for Economists. – UK: Cambridge University Press, 2000.
64. Hydon P.E. Symmetry Methods for Differential Equations. A Beginner’s Guide. – UK: Cambridge University Press, 2000.
65. Maxwell Nicholas. Data Matters: Conceptual Statistics for a Random World. – USA: Key College Publishing, 2002.
66. Moore David S., McCabe George P. Introduction to the Practice of Statistics. 5th edition. – USA: W.H.Freeman and Company, 2006.
67. Newbold Paul, Carlson William L., Thorne Betty M. Statistics for Business. 5th edition. – USA: Prentice-Hall, Pearson Education, 2003.

68. Ross Sheldon M. Topics in Discrete and Finite Mathematics. – UK: Cambridge University Press, 2000.

69. Sundaram Rangarajan K. A First Course in Optimization Theory, 2nd edition. – UK: Cambridge University Press, 1999.

Для углубленного изучения научной проблематики

1. Андерсон Джеймс. Дискретная математика и комбинаторика. – М.: ИД «Вильямс», 2003.

2. Архипов Г.И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу. – М.: Высшая школа, 1999.

3. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: Учебник. – М.: Высшая школа, 1998.

4. Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре: Учебное пособие. – М.: Физматлит, 2001.

5. Боровков А.А. Теория вероятностей. – М.: Эдиториал УРСС, 1999, 2003.

6. Виленкин Н.Я. и др. Комбинаторика. – М.: ФИМА, МЦНМО, 2006.

7. Гелбаум Бернард Р., Олмстед Джон М. Контрпримеры в анализе. – Волгоград: Платон, 1997.

8. Жуковский В.И. Кооперативные игры при неопределенности и их приложения. – М.: Эдиториал УРСС, 1999.

9. Карманов В.Г. Математическое программирование. – М.: Физматлит, 2001.

10. Клейнер Г.Б., Смоляк С.А. Эконометрические зависимости: принципы и методы построения. – М.: Наука, 2000.

11. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. Т.1,2,3. – М.: Высшая школа, 1998-1999.

12. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу: Учебное пособие для ВУЗов. В 3-х томах. – М.: Физматлит, 2003.

13. Лагутин М.Б. Наглядная математическая статистика: Учебное пособие. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007.

14. Лесин В.В., Лисовец Ю.П. Основы методов оптимизации. – М.: Изд-во МАИ, 1998.

15. Магнус Я.Р., Катышев П.К., Пересецкий А.А. Эконометрика. Начальный курс: Учебник. – М.: Дело, 2000.

16. Нефедов В.Н., Осипова В.А. Курс дискретной математики: Учебное пособие. – М.: Изд-во МАИ, 1992.

17. Никольский С.М. Курс математического анализа: Учебник для ВУЗов. – М.: Физматлит, Лаборатория Базовых Знаний, 2000.

18. Петросян Л.А., Кузютин Д.В. Игры в развернутой форме: оптимальность и устойчивость. – СПб.: Изд-во Санкт-Петербургского университета, 2000.

19. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. – М.: Физматлит, 2002.

20. Секей Габор. Парадоксы в теории вероятностей и математической статистике. – М. – Ижевск: Изд-во Института компьютерных исследований, 2003.

21. Стоянов Йордан. Контрпримеры в теории вероятностей. – М.: Факториал, 1999.

22. Теория статистики с основами теории вероятностей: Учебное пособие для ВУЗов / Под ред. И.И.Елисеевой. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2001.

23. Тер-Крикоров А.М., Шабунин М.И. Курс математического анализа: Учебное пособие для ВУЗов. – М.: Изд-во МФТИ, 2000.

24. Хорн Роджер А., Джонсон Чарльз Р. Матричный анализ. – М.: Мир, 1989.

25. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику: Учебное пособие для ВУЗов. – М.: Высшая школа, 2001.

26. *Cook Wade D., Kress Moshe.* Ordinal Information and Preference Structures: Decision Models and Applications. – USA: Prentice-Hall – Englewood Cliffs, 1992.

27. Greene William H. Econometric Analysis, 5th edition. – USA: Prentice-Hall Int., Inc., N.Y.University, 2003.

28. Harshbarger Ronald J., Reynolds James J. Mathematical Applications for the Management, Life and Social Sciences. 7th edition. – USA: Houghton Mifflin Company, 2004.

29. Hogg Robert V., Craig Allen T. Introduction to Mathematical Statistics, 5th edition. – USA: Prentice-Hall, Inc., 1995.

30. *Kadane Joseph B., et al.* Rethinking the Foundations of Statistics. – UK: Cambridge University Press, 2000.

31. Neter John, Wasserman William, Kutner Michael H. Applied Linear Statistical Models, 3rd edition. – USA: IRWIN, Inc., 1990.

32. Pagano Robert R. Understanding Statistics in the Behavioral Sciences. 5th edition. – USA: Brooks/Cole Publishing Company, 1998.

33. Punch Keith F. Introduction to Social Research. Quantitative and Qualitative Approaches. 2nd edition. – UK: SAGE Publications, 2005.

34. Stanley H. Eugene, et al. Introduction to Econophysics. – UK: Cambridge University Press, 2000.

Дополнительная литература экономико-математического и менеджериального содержания

1. Андрейчиков А.В., Андрейчикова О.Н. Анализ, синтез, планирование решений в экономике. – М.: Финансы и статистика, 2001.

2. Арнольд В.И. «Жесткие» и «мягкие» математические модели. – М.: МЦНМО, 2000.

3. Байе Майкл Р. Управленческая экономика и стратегия бизнеса: Учебное пособие для ВУЗов. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 1999.

4. Бережная Е.В., Бережной В.И. Математические методы моделирования экономических систем: Учебное пособие. – М.: Финансы и статистика, 2002.

5. Боди Зви, Мертон Роберт К. Финансы. – М.: ИД «Вильямс», 2000, 2003.

6. Винс Ральф. Математика управления капиталом. – М.: ИД «Альпина», 2000.

7. Винс Ральф. Новый подход к управлению капиталом. Структура распределения активов между различными инвестиционными инструментами. – М.: ИД «ЕВРО», 2003.

8. Галиц Лоуренс. Финансовая инжеренерия: инструменты и способы управления финансовым риском. – М.: Научное изд-во «ТВП», 1998.

9. Глинский В.В., Ионин В.Г. Статистический анализ. Учебное пособие. – М.: ИИД «Филинъ», 1998; ИНФРА-М, 2002.

10. Гуц А.К., Фролова Ю.В. Математические методы в социологии. – М.: Изд-во ЛКИ, 2007.

11. Доугерти Кристофер. Введение в эконометрику. – М.: ИНФРА-М, 1999.

12. Хрусталев Е.Ю Дубров А.М., Лагоша Б.А.,. Моделирование рисковых ситуаций в экономике и бизнесе: Учебное пособие. – М.: Финансы и статистика, 1999, 2001.

13. Дэвис Джоэл Дж. Исследования в рекламной деятельности: теория и практика. – М.: ИД «Вильямс», 2003.

14. Занг Вэй-Бин. Синергетическая экономика. Время и перемены в нелинейной экономической теории. – М.: Мир, 1999.

15. Капитоненко В.В. Финансовая математика и ее приложения. – М.: Изд-во ПРИОР, 1998.

16. Касимов Ю.Ф. Основы теории оптимального портфеля ценных бумаг. – М.: ИИД «Филинъ», 1998.

17. Клима Ричард Э., Ходж Джонатан К. Математика выборов. – М.: МЦНМО, 2007.
18. Кузютин Д.В. Математические методы стратегического анализа многосторонних отношений: Голосование. Многосторонние соглашения: Учебное пособие. – СПб.: Изд-во СПбГУ, 2000.
19. Курбатов В.И., Угольницкий Г.А. Математические методы социальных технологий: Учебное пособие. – М.: Вузовская книга, 1998.
20. Малхотра Нэреш К. Маркетинговые исследования. Практическое руководство. – М.: ИД «Вильямс», 2002, 2007.
21. Мангейм Джарол Б., Рич Ричард К. Политология. Методы исследования. – М.: Весь Мир, 1999.
22. Математические методы принятия решений в экономике: Учебник / Под ред. В.А.Колемаева. – М.: ЗАО «Финстатинформ», 1999.
23. Петерс Эдгар. Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка. – М.: Мир, 2000.
24. Плаус Скотт. Психология оценки и принятия решений. – М.: ИИД «Филинъ», 1998.
25. Саати Т.Л. Принятие решений при зависимостях и обратных связях: Аналитические сети. – М.: Изд-во ЛКИ, 2008.
26. Сидоренко Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: Речь, 2000.
27. Сио К.К. Управленческая экономика. – М.: ИНФРА-М, 2000.
28. Сорос Джордж. Алхимия финансов. – М.: ИНФРА-М, 1999.
29. Сошникова Л.А., Тамашевич В.Н., Уебе Г., Шефер М. Многомерный статистический анализ в экономике: Учебное пособие для ВУЗов. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 1999.
30. Томас Ричард. Количественные методы анализа хозяйственной деятельности. – М.: Дело и Сервис, 1999, 2003.
31. Уотшем Терри Дж., Паррамоу Кейт. Количественные методы в финансах: Учебное пособие для ВУЗов. – М.: Финансы, ЮНИТИ, 1999.
32. Фабоцци Фрэнк Дж. Управление инвестициями. – М.: ИНФРА-М, 2000.
33. Франк Роберт Х. Микроэкономика и поведение. – М.: ИНФРА-М, 2000.
34. Ханк Джон Э., Уичерн Дин У., Райтс Артур Дж. Бизнес-прогнозирование. – М.: ИД «Вильямс», 2003.
35. Хеллевик Оттар. Социологический метод. – М.: Весь Мир, 2002.
36. Чейз Ричард Б., Эквилайн Николас Дж., Якобс Роберт Ф. Производственный и операционный менеджмент. – М.: ИД «Вильямс», 2003.
37. Черчилль Гилберт А., Якобуччи Дон. Маркетинговые исследования. Методологические основы. – СПб.: ИД «Нева», 2004.
38. Четыркин Е.М. Финансовая математика: Учебник. – М.: Дело, 2002.
39. Шарп Уильям Ф., Александер Гордон Дж., Бэйли Джеффри В. Инвестиции. – М.: ИНФРА-М, 1999.
40. Эддоус М., Стэнсфилд Р. Методы принятия решений. – М.: Аудит, ЮНИТИ, 1997.
41. Bulgear John. Quantitative Methods for Business. The A – Z of QM. – UK: Elsevier, 2005.
42. Hossack I.B., et al. Introductory Statistics with Applications to General Insurance. – UK: Cambridge University Press, 2000.
43. Kreps David M. Game Theory and Economic Modelling. 2nd edition. – UK: Clarendon Press – Oxford University Press, 1995.
44. Lapeyre Bernard, et al. Understanding Numerical Analysis for Option Pricing. – UK: Cambridge University Press, 2000.

3.4.Единая программа математических дисциплин в образовательной области «Естественные науки» (УГС 020000)

№№	Дисциплина	Семестр	Трудоемкость (в зач.ед)
	Базовая часть	1-2	16
1	Аналитическая геометрия с элементами линейной алгебры	1-2	6
2	Основы математического анализа	1-2	8
3	Дифференциальные уравнения	2	2
	Вариативная часть		
	Элементы теории вероятностей		2
	Прикладная математическая статистика		2
	Уравнения математической физики		2
	Элементы теории функций комплексной переменной		2
	Интегральные преобразования		2
	Методы оптимизации		2

ДИСЦИПЛИНА 1.

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ С ЭЛЕМЕНТАМИ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ

1. Векторы на плоскости и в пространстве. Векторы, их координаты. Линейные операции над векторами.

Скалярное произведение векторов, его координатное выражение. Векторное произведение векторов, его координатное выражение. Смешанное произведение векторов, его координатное выражение.

2. Аналитическая геометрия на плоскости. Прямая на плоскости, уравнение прямой на плоскости с угловым коэффициентом; уравнение прямой в отрезках.

Нормальное уравнение прямой, расстояние от точки до прямой.

Взаимное расположение двух прямых, угол между прямыми.

Линии второго порядка: эллипс, гипербола, парабола. Вывод их канонических уравнений и исследование формы. Вырожденные кривые второго порядка. Приведение общего уравнения второго порядка к каноническому виду.

3. Аналитическая геометрия в пространстве. Плоскость в пространстве. Уравнение плоскости в отрезках.

Нормальное уравнение плоскости, расстояние от точки до плоскости.

Прямая в пространстве. Канонические и параметрические уравнения прямой.

Взаимное расположение двух плоскостей, плоскости и прямой, двух прямых в пространстве.

Поверхности второго порядка: эллипсоид и гиперболоиды, параболоиды, конус и цилиндры.

4. Системы линейных уравнений. Системы линейных уравнений, их запись в матричной форме.

Матрицы. Линейные операции над ними. Умножение матриц.

Определители и их свойства. Разложение определителя по строке (столбцу). Обратная матрица. Правило Крамера. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса.

5. Векторные пространства. Определение векторного пространства (над действительными числами).

Примеры векторных пространств. Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Размерность и базис векторного пространства. Координаты вектора в заданном базисе. Изменение координат вектора при переходе к новому базису. Подпространство векторного пространства.

Система линейных однородных уравнений. Ранг матрицы. Подпространство решений линейной однородной системы, его размерность и базис.

Система линейных неоднородных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Структура множества решений системы. Принцип суперпозиции решений.

6. Евклидово пространство. Свойства скалярного произведения. Ортогональный базис. Процесс ортогонализации Гильберта-Шмидта. Определитель Грама.

7. Квадратичные формы. Линейные и билинейные функции. Квадратичные формы, их матрицы.

Приведение квадратичной формы методом Лагранжа.

Закон инерции. Критерий Сильвестра знакоопределённости квадратичной формы.

8. Линейные преобразования. Линейные преобразования, их матрицы. Собственные значения, собственные векторы. Характеристический многочлен.

9. Комплексные числа. Комплексные числа, их сложение и умножение. Тригонометрическая форма комплексного числа. Теорема Муавра-Лапласа.

10. Некоторые приложения курса к естественным наукам.

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Баврин И.И. Краткий курс высшей математики., М., Физматлит, 2003.
2. Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии. — М.: Физматлит, 2005.
3. В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. Линейная алгебра. М.: Физматлит, 2007 (серия “Классический университетский учебник”).
4. Ильин В.А., Куркина А.В. Высшая математика. — М.: Проспект: изд. МГУ, 2004 (серия “Классический университетский учебник”).
5. Гусак А.А. Высшая математика. Т. 1,2. — Минск: изд. ТетраСистемс, 2008.
6. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике. — М., Физматлит,, 2001.

Дополнительная

1. Гусак А.А. Задачи и упражнения по высшей математике. Ч. 1,2. — Минск: Вышэйшая школа, 1988.

ДИСЦИПЛИНА 2.

ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

1. Введение в анализ. Множества и операции над ними.

Декартово произведение множеств, бинарные отношения. Отображения и их свойства.

Множество действительных чисел. Аксиома отделимости. Приближённые вычисления. Верхние и нижние грани. Стягивающиеся отрезки. Предельные точки.

2. Теория пределов, непрерывность фкнкции одного переменного. Предел последовательности, предел функции. Бесконечно малые. Арифметические свойства предела. Предельный переход в неравенствах. Вычисление $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}$.Предел монотонной ограниченной функции. Число e .

Критерий Коши существования предела последовательности, предела функции. Непрерывность, точки разрыва. Свойства непрерывных функций.

Непрерывность элементарных функций. Символы o, O. Вычисление пределов $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x}, \lim\limits_{x\to 0}\frac{a^x-1}{x}, \lim\limits_{x\to 0}\frac{(1+x)^\mu-1}{x}$.

Промежуточные значения непрерывной на отрезке функции. Ограниченность непрерывной на отрезке функции. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.

3. Дифференциальное исчисление функций одного переменного.Производная, её естественнонаучный смысл и основные свойства. Производные элементарных функций. Производная обратной функции. Производная сложной функции. Производная функции, заданной параметрически.

Дифференциал. Инвариантность формы первого дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков.

Теоремы Ферма, Ролля. Необходимые условия экстремума.

Теоремы Лагранжа и Коши. Критерий постоянства функции на интервале.

Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.

Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Разложения функций $e^x, \sin x, \cos x, \ln(1+x), (1+x)^\mu$ по формулам Тейлора.

Правила Лопиталя.

Монотонность функции. Достаточные условия экстремума функции.

Выпуклость графика функции. Построение графика изотермы газа Ван –дер- Ваальса.

Построение графика межмолекуляроного потенциала Леннард-Джонса.

4. Неопределенный интеграл. Общие правила интегрирования: интегрирование по частям, интегрирование подстановкой.

Интегрирование рациональных функций. Тримолекулярная реакция.

Интегрирование некоторых иррациональных функций и некоторых тригонометрических функций.

5. Определенный интеграл. Задача о площади плоской фигуры. Определённый интеграл.

Суммы Дарбу и их свойства. Критерий интегрируемости. Интегрируемость монотонной функции. Интегрируемость непрерывной функции.

Свойства определённого интеграла. Интеграл с переменным верхним пределом. Вычисление определённых интегралов по основной формуле интегрального исчисления (формуле Ньютона-Лейбница).

Приложения интеграла: объём тела. длина дуги кривой и площадь поверхности вращения.

Несобственные интегралы и обобщение понятия площади плоской фигуры. Сходимость интегралов $\int\limits_1^{+\infty}\frac{dx}{x^p}, \int\limits_0^1\frac{dx}{x^q}$.Теоремы о сравнении для несобственных интегралов от неотрицательных функций.

Абсолютно сходящиеся интегралы. Условно сходящиеся интегралы.

Формулы приближённого интегрирования.

6. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. Пространство R^n. Открытые, замкнутые, компактные множества в нём. Функции, отображения, их пределы и непрерывность.

Дифференцируемость функций нескольких переменных. Частные производные. Достаточные условия дифференцируемости функции.

Дифференциал. Производная сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала.

Касательная плоскость. Производная по направлению. Градиент.

Производные и дифференциалы высших порядков.

Формулы Тейлора. Экстремумы функций нескольких переменных.

Неявная функция

Условный экстремум.

7. Числовые ряды. Критерий Коши сходимости. Свойства сходящихся рядов.

Ряды с неотрицательными членами. Теоремы сравнения. Признаки Даламбера, Коши.

Интегральный признак сходимости.

Абсолютная сходимость. Свойства абсолютно сходящихся рядов.

Условная сходимость. Теорема Лейбница.

8. Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость функциональной последовательности, ряда. Признак Вейерштрасса.

Непрерывность суммы равномерно сходящегося ряда из непрерывных функций. Почленное интегрирование и дифференцирование функциональной последовательности, ряда.

9. Степенные ряды. Радиус сходимости. Непрерывность их суммы. Почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Разложение элементарных функций в степенные ряды.

10. Ряды Фурье. Ортогональные системы функций. Обобщённые ряды Фурье.

Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя.

Понятие полноты и замкнутости ортогональной системы функций. Тригонометрическая система функций и тригонометрические ряды Фурье. Теорема о сходимости . Ряды Фурье чётных и нечётных функций. Комплексная форма тригонометрического ряда Фурье.

11. Двойной и тройной интеграл. Двойной и тройной интеграл, его основные свойства. Вычисление двойного интеграла. Двойной интеграл в полярных координатах. Вычисление интеграла

$$\int_0^{+\infty} e^{-x^2}dx .$$

Тройной интеграл, его основные свойства. Вычисление тройного интеграла. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах. Общая формула замены переменных в двойном и тройном интеграле. Несобственные двойные и тройные интегралы.

12. Криволинейные интегралы. Криволинейный интеграл 1-го типа. Задача о массе дуги кривой.

Криволинейный интеграл 2-го типа. Задача о работе силы.

Формула Грина . Условия независимости криволинейного интеграла от формы пути на плоскости. Признак полного дифференциала на плоскости

13. Поверхностные интегралы. Площадь поверхности, заданной явным уравнением. Интегралы по поверхности 1-го типа. Задача о массе поверхности.

Двусторонние поверхности. Интегралы по поверхности 2-го типа. Поток вектора через поверхность.

Формула Остроградского. Её векторная запись.

Формула Стокса. Её векторная запись.

Элементы теории поля: скалярные и векторные поля, определение и основные свойства градиента скалярного поля, потока, дивергенции, циркуляции и вихря векторного поля. Соленоидальное поле. Векторная трубка в нём. Потенциальное поле.

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Баврин И.И. Математический анализ. М., Высшая школа, 2006.
2. Ильин В.А., Куркина А.В. Высшая математика. — М.: Проспект: изд. МГУ, 2004 (серия “Классический университетский учебник”).
3. Гусак А.А. Высшая математика. Т. 1,2. — Минск: изд. ТетраСистемс, 2008.
4. Бараненков В.С., Демидович Б.П. и др. Задачи и упражнения по математическому анализу для втузов (под ред. Демидовича Б.П.). — М.: Аст: Астрель, 2008.

Дополнительная

1. Воеводин В.В., Воеводин Вл.В. Параллельные вычисления БХВ-Петербург, 2004.
2. Гусак А.А. Задачи и упражнения по высшей математике. Ч. 1,2. — Минск: Вышэйшая школа, 1988.
3. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001.

ДИСЦИПЛИНА 3.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

1. Дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнение $y' = f(x,y)$.Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши(без док-ва). Уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения. Уравнения вида $y' = f\left({ax+by+c}\big/{kx+ly+m} \right)$.

Линейное дифференциальное уравнение первого порядка. Уравнение Бернулли.

Уравнения, не разрешённые относительно производной. Уравнение Лагранжа, уравнение Клеро. Особые точки, особые решения.

2. Дифференциальные уравнения $n-$ го порядка. Задача Коши для уравнения $y^{(n)} = f(x, y, y', ..., y^{(n-1)})$. Понижение порядка дифференциального уравнения.

3. Линейные дифференциальные уравнения $n-$ го порядка. Свойства линейного однородного дифференциального уравнения $n-$ го порядка.

Линейная зависимость функций. Определитель Вронского.

Фундаментальная система решений линейного однородного дифференциального уравнения $n-$ го порядка.

Линейные неоднородные дифференциальные уравнения $n-$ го порядка. Принцип суперпозиции решений. Метод вариации постоянных.

Линейное однородное дифференциальное уравнение $n-$ го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Общее решение. Метод неопределённых коэффициентов для нахождения частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения $n-$ го порядка с постоянными коэффициентами.

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1.Гусак А.А. Задачи и упражнения по высшей математике. Ч. 1,2. — Минск: Вышэйшая школа, 1988.

2.Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. — М.: изд. Эдиториал УРСС, 2000

3.5. Программы математических дисциплин в образовательной области «Гуманитарные и социальные науки» (УГС 030000, 040000 ,060000, 070000, 100000)

№№	Дисциплина	Семестр	Трудоемкость (в зач.ед)
	Базовая часть	1	3
1	Математика	1	3
	Вариативная часть		
	Алгебра и геометрия		1
	Математический анализ		1

ДИСЦИПЛИНА 1.

МАТЕМАТИКА

Предмет и методы элементарной и высшей математики. Реальная действительность и математическая абстракция, роль математики в научной и практической деятельности.

Алгебра и геометрия – старейшие ветви математики, диалектическая связь между ними.

Множества и способы их задания. Запись множества. Конечные и бесконечные множества. Действия с множествами. Числовые множества, действительная числовая ось, координата точки. Модуль числа, его геометрический смысл. Уравнения и неравенства с одним неизвестным. Системы неравенств первой степени с одним неизвестным. Решение уравнений и неравенств, содержащих неизвестное под знаком модуля.

Линейные уравнения. Системы линейных уравнений, основные определения и понятия. Простейшие задачи. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Определитель второго порядка. Правило Крамера и его использование в решении систем линейных уравнений. Определители 3-го порядка и техника их вычисления. Решение систем линейных уравнений третьего порядка методом Гаусса и по правилу Крамера.

Элементы аналитической геометрии на плоскости. Декартова прямоугольная система координат. Расстояние между двумя заданными точками на плоскости xOy. Понятие уравнения линии. Различные виды уравнений прямой линии. Построение прямых линий по их уравнениям. Взаимное расположение прямых линий на плоскости и алгебраическое истолкование различных случаев на xOy. Кривые второго порядка. Окружность: определение, свойства, уравнение окружности. Некоторые задачи, связанные с окружностью. Описание, свойства и построение линий второго порядка: эллипс, гипербола, парабола. Уравнения эллипса, гиперболы и параболы. Приложения линий второго порядка в физике, астрономии, архитектуре, живописи и в др. областях знаний.

Переменная величина. Понятие интервала, полуинтервала и отрезка. Понятие «функция». Свойства функции. Числовые последовательности: определение понятия и примеры. Способы задания и свойства числовой последовательности (монотонность и ограниченность). Прогрессии. Определения и способы задания арифметической и геометрической прогрессии. Формулы суммы арифметической и геометрической прогрессии для первых N членов и их приложения (одна из задач с натуральными числами, с которой в раннем детстве легко справился великий немецкий математик Карл Фридрих Гаусс, экономическая задача, старинная шахматная задача, демографическая задача и др.).

Понятие бесконечно малой и бесконечно большой величин. Предел числовой последовательности и техника вычисления. Приложение: задача о банковских начислениях в банке; задача вычисления иррационального числа **e** и его приближённые значения; нахождение числовой последовательности по общему члена бинома Ньютона с помощью так называемого треугольника Паскаля и прочее.

Понятие функции: определение и способы ее задания. График функции. Примеры и задачи на построение графика элементарных функций на пл. хОу. Первоначальные сведения о функциях. Основные определения и понятия, относящиеся к функциям одного аргумента. Определение понятия «график функции». Обзор основных элементарных функций и их свойств. Техника построение графика элементарных функций.

Понятие предела функции одного аргумента. Основные свойства пределов. Первый и второй замечательные пределы. Непрерывность функции и точки разрыва. Техника вычисления пределов и раскрытие неопределённостей. Скорость изменения функции. Понятие производной. Таблица производных. Дифференциал функции. Геометрический смысл производной и дифференциала. Приложение к приближённым вычислениям. Техника дифференцирования функций. Основные теоремы дифференциального исчисления. Исследование функций с помощью производной. Построение касательных к графику функции. Пример полного исследования функции.

Понятие об обратных операциях в математике. Интегрирование функций как операция, обратная к дифференцированию. Табличные интегралы. Техника интегрирования функции.

Понятие «определённый интеграл». Геометрический смысл определённого интеграла и его вычисление по формуле Ньютона – Лейбница. Нахождение площадей плоских фигур с помощью определённого интеграла. Решение прикладных задач путем вычисления площадей криволинейных трапеций с помощью определённого интеграла. Вычисление объема фигур вращения. Задачи на движение. Задачи экономического содержания. Задачи философского содержания типа: “Догонит ли Ахиллес черепаху?” Обобщение лекционного материала. Метод математического моделирования и его роль в решении различных научно-практических задач.

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Никольский С.М. – Элементы математического анализа – М.: Дрофа, 2002.

2. Баврин И.И. – Краткий курс высшей математики. – М: «ФИЗМАТЛИТ»,2003.

3. В.И. Михеев, Ю.В. Павлюченко – Высшая математика/Краткий курс: Учебное пособие. - М.: Изд-во «ФИЗМАТЛИТ», 2007, 2008.- 202 с.

4. В.И. Михеев, Ю.В. Павлюченко - Математика. Функции: предел и непрерывность// Учебное пособие для студентов гуманитарных специальностей по курсу «Математика» - М.: Изд-во РУДН, 2004.

5. В.И. Михеев, Ю.В. Павлюченко - Математика. Функции: дифференцирование, интегрирование// Учебное пособие для студентов гуманитарных специальностей по курсу «Математика» - М.: Изд-во РУДН, 2004.

6. О.В. Васильева, В.И. Михеев, Ю.В. Павлюченко – МАТЕМАТИКА - Высшая алгебра. Аналитическая геометрия. Последовательности: Учебное пособие для студентов гуманитарных специальностей./ Издание второе, исправленное и дополненное. - М.: Издательство РУДН, 2003.

7. В.И. Михеев, Ю.В. Павлюченко – Методическое пособие по курсу «Математика»// Для студентов гуманитарных специальностей по курсу «Математика» - М.: Изд-во РУДН, 2003

Дополнительная

1. Дорофеева А.В. Высшая математика. Гуманитарные специальности. М., Дрофа, 2004.
2. Жукова Г.С. Математика для экономических специальностей. Изд-во РГСУ, 2005.
3. Шикин Е.В., Шикина Г.Е. Гуманитариям о математике М., АГАР, 1999.

3.6 Единая программа в образовательной области «Здравоохранение» (УГС 060101-060114)

1. **Базовая часть**

Дисциплина	Семестр	Трудоем.
Математика	1	4

ИТОГО: 4 з.е.

2. **Вариативная часть**
3.

Дисциплина	Семестр	Трудоем.
Основы высшей математики и статистики	1-2	8

ИТОГО: 8з.е.

Примечание. «Основы высшей математики и статистики» изучаются в вузах, дающих углубленную математическую подготовку (определяет вуз).

ДИСЦИПЛИНА 1. МАТЕМАТИКА

Введение в анализ.

Действительные числа. Абсолютная величина действительного числа.

Числовая ось и множества на ней. Числовая плоскость. Метод координат.

Понятие функции. Элементарные функции и их графики.

Предел последовательности. Предел функции. Замечательные пределы.

Бесконечно малые величины и их классификация.

Непрерывность функции. Свойства функции, непрерывной на отрезке. Точки разрыва и их классификация.

Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии.

Векторы и линейные операции над ними. Координаты вектора. Простейшие задачи аналитической геометрии.

Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.

Прямая на плоскости. Плоскость и прямая в пространстве.

Кривые второго порядка.

Дифференциальное исчисление.

Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной. Основные формулы дифференцирования.

Дифференциал функции и его применение. Производные и дифференциалы высших порядков.

Основные теоремы дифференциального исчисления.

Применение производных к исследованию функций и построению графиков.

Формула Тейлора.

Функции нескольких переменных. Дифференциал и частные производные.

Экстремумы функций нескольких переменных.

Интегральное исчисление.

Первообразная и неопределенный интеграл. Таблица неопределенных интегралов. Замена переменной. Интегрирование по частям.

Некоторые классы интегрируемых функций. Интегрирование рациональных дробей, выражений, содержащих радикалы, тригонометрических функций.

Определенный интеграл и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Применение определенного интеграла к вычислению площадей, объемов, работы переменной силы.

Дифференциальные уравнения.

Основные понятия о дифференциальных уравнениях.

Дифференциальные уравнения первого порядка. Теорема о существовании и единственности решения.

Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.

Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.

Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнение Бернулли.

Дифференциальные уравнения второго порядка. Уравнения, допускающие понижение порядка.

Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

Ряды.

Числовые ряды. Сумма ряда и критерий Коши сходимости ряда.

Признаки сходимости числовых рядов.

Функциональные ряды. Степенные ряды. Радиус сходимости.

Ряд Тейлора.

Примеры математических моделей, применяемых в медицине.

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Баврин И.И. Высшая математика. М., Физматлит, 2003.

2..Кудрявцев В.А., Демидович Б.П. Краткий курс высшей математики. М.: Наука, 1985.

3. Морозов Ю.В. Основы высшей математики и статистики. М. Медицина, 1998.

4.. Павлушков И.В. и др. Основы высшей математики и математической статистики. М.: Гзотар Медицина, 2005.

Дополнительная

1. Беллман Р. Математические методы в медицине. М.: Мир, 1987.

2. Ивашев-Мусатов О.С. Начала математического анализа. М.: Наука, 1988.

3. Клюшин В.Л. Основы высшей математики. М.: РУДН, любой год издания.

4. Натансон И.П. Краткий курс высшей математики. М., любой год издания.

ДИСЦИПЛИНА 2.

ОСНОВЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ И СТАТИСТИКИ

Введение в анализ.

Действительные числа. Абсолютная величина действительного числа.

Числовая ось и множества на ней. Числовая плоскость. Метод координат.

Понятие функции. Элементарные функции и их графики.

Предел последовательности. Предел функции. Замечательные пределы.

Бесконечно малые величины и их классификация.

Непрерывность функции. Свойства функции, непрерывной на отрезке. Точки разрыва и их классификация.

Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии.

Векторы и линейные операции над ними. Координаты вектора. Простейшие задачи аналитической геометрии.

Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.

Прямая на плоскости. Плоскость и прямая в пространстве.

Кривые второго порядка.

Дифференциальное исчисление.

Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной. Основные формулы дифференцирования.

Дифференциал функции и его применение. Производные и дифференциалы высших порядков.

Основные теоремы дифференциального исчисления.

Применение производных к исследованию функций и построению графиков.

Формула Тейлора.

Функции нескольких переменных. Дифференциал и частные производные.

Экстремумы функций нескольких переменных.

Интегральное исчисление.

Первообразная и неопределенный интеграл. Таблица неопределенных интегралов. Замена переменной. Интегрирование по частям.

Некоторые классы интегрируемых функций. Интегрирование рациональных дробей, выражений, содержащих радикалы, тригонометрических функций.

Определенный интеграл и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Применение определенного интеграла к вычислению площадей, объемов, работы переменной силы.

Дифференциальные уравнения.

Основные понятия о дифференциальных уравнениях.

Дифференциальные уравнения первого порядка. Теорема о существовании и единственности решения.

Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.

Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.

Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнение Бернулли.

Дифференциальные уравнения второго порядка. Уравнения, допускающие понижение порядка.

Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

Ряды.

Числовые ряды. Сумма ряда и критерий Коши сходимости ряда.

Признаки сходимости числовых рядов.

Функциональные ряды. Степенные ряды. Радиус сходимости.

Ряд Тейлора.

Элементы линейной алгебры.

Матрицы и операции над ними. Определители 2-го и 3-го порядков. Определители n-го порядка, их свойства и вычисление. Обратная матрица. Ранг матрицы.

Линейное пространство. Линейная зависимость и независимость векторов. Ранг системы векторов.

Системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Правило Крамера. Совместность систем уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Пространство решений.

Системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений. Структура общего решения системы линейных уравнений.

Комбинаторика и элементы теории вероятностей.

Размещения. Сочетания. Перестановки.

Испытания и события. Виды случайных событий. Классическое и статистическое определение вероятности. Теорема сложения вероятностей. Теорема умножения вероятностей.

Формула полной вероятности. Формулы Байеса. Формула Бернулли. Закон Пуассона.

Случайные величины. Числовые характеристики случайных величин.

Нормальное распределение.

Элементы теории корреляции.

Статистическая и корреляционная зависимость.

Уравнение регрессии.

Корреляционная таблица.

Уравнение линейной регрессии.

Коэффициент линейной корреляции.

Понятие о множественной корреляции.

Статистическая проверка гипотез.

Проверка значимости выборочного коэффициента линейной корреляции.

Сравнение генеральных средних двух произвольно распределенных случайных величин по результатам больших независимых выборок.

Сравнение генеральных средних двух нормально распределенных случайных величин по результатам малых независимых выборок.

Проверка гипотезы о равенстве генеральных дисперсий двух нормальных совокупностей по их оценкам.

Критерии знаков.

Основы дисперсионного анализа.

Понятие о дисперсионном анализе.

Однофакторный дисперсионный анализ.

Двухфакторный дисперсионный анализ.

Понятие о временных рядах.

Стационарные временные ряды.

Нестационарные временные ряды.

Сглаживание нестационарных временных рядов.

Прогнозирование временных рядов.

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Баврин И.И. Высшая математика. М., любой год издания.

2..Кудрявцев В.А., Демидович Б.П. Краткий курс высшей
математики. М.: Наука, 1985.
3. Морозов Ю.В. Основы высшей математики и статистики. М. Медицина, 1998.
4.. Павлушков И.В. и др. Основы высшей математики и математической статистики. М.: Гзотар Медицина, 2005.

Дополнительная

1. Беллман Р. Математические методы в медицине. М.: Мир, 1987.
2. Ивашев-Мусатов О.С. Начала математического анализа.
М.: Наука, 1988.
3. Клюшин В.Л. Основы высшей математики. М.: РУДН, любой год издания.

4. Компьютерные модели и прогресс медицины.

Под редакцией ак. РАН Белоцерковского О.М. чл.-корр. РАН Холодова А.С., М. , Наука, 2001.

4. Натансон И.П. Краткий курс высшей математики. М.,

любой год издания.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1.

Приложение 1 Элементы применения математики в социально-экономических и социально-управленческих исследованиях и в современной деловой практике – возможная прикладная тематика рефератов, эссе и курсовых работ студентов по разделам программы

1. Общекультурное и практическое значение парадигмы непрерывности и дифференциального и интегрального исчисления. Исследование функций, характеризующих экономические и менеджериальные явления и процессы (изокванта, изокоста, линия безразличия, функция полезности, функция спроса, функция предложения и др.) методами дифференциального исчисления. Применение дифференциального исчисления при исследовании эластичности спроса и предложения, для определения максимальных чистых выгод, для анализа потребительского поведения, для определения объема выпускаемой продукции и издержек, при расчете максимальной прибыли в условиях монополии и конкуренции. Применение рядов Тейлора при оценке изменения цены облигации. Применение второй производной при оценке выпуклости облигации. Формула непрерывно начисляемых процентов. Поиск экстремума функции нескольких переменных при определении прибыли, при оптимизации распределения ресурсов. Применение интегрального исчисления в модели Лоренца концентрации доходов.

2. Общекультурное и практическое значение матричного анализа. Неотрицательные матрицы в описании межотраслевых производственных процессов. Матрицы «затраты – выпуск», матричные балансовые модели. Линейная матричная модель международной торговли, или модель взаимных закупок товаров. Положительные матрицы экспертных оценок и вычисление на их основе вектора приоритетов целей социально-экономического развития. Собственный вектор как модель устойчивой согласованности мнений экспертов. Алгебра неотрицательных матриц в анализе социально-управленческой информации. Приведение матрицы к диагональному виду в целях формирования наиболее информативных социально-экономических индикаторов (комплексных индексных показателей).

3. Общекультурное и практическое значение парадигмы дискретности и дискретного анализа. Комбинаторные задачи планирования выборочных обследований. Перечислительные задачи о назначениях. Экстремальные комбинаторные задачи о

выборе информативных признаков, о лотереях. Задачи логического проектирования процедур выбора решений (формирование сценариев). Задачи о голосовании, о коалициях, о составлении вопросников. Модели группового выбора и планирования социально-экономического поведения. Задача о максимальном потоке и о минимальном разрезе в сети. Максимальный поток в транспортной сети. Задача «на узкие места». Задача о потоке минимальной стоимости. Задачи о складе, о поставщике, о многопродуктовых потоках. Метод критического пути при управлении проектом (совокупностью работ). Выделение компонент связности графов матриц экспертных оценок в методах выявления «точек зрения».

4. Общекультурное и практическое значение динамических моделей социальных процессов. Дифференциальное уравнение, описывающее простейшую динамику численности населения. Динамическая паутинообразная модель рынка. Моделирование динамики долга. Общие модели макроэкономической динамики. Динамическая модель инфляции в переходной экономике. Динамическая модель роста выпуска в условиях конкуренции. Неоклассическая динамическая модель роста. Динамическая модель рынка с прогнозируемыми ценами.

5. Общекультурное и практическое значение вероятностной парадигмы и стохастического анализа. Стохастические модели риска и рационального поведения. Вероятностный анализ в модели Лоренца концентрации доходов, вероятностный смысл индекса Джини. Вероятностные модели в исследовании политических предпочтений электората, в задачах подбора персонала. Вероятностные модели ценностной реориентации в обществе. Вероятностный подход к определению справедливой цены консультационной услуги экспертов. Вероятностное моделирование процессов ценообразования на фондовом рынке. Индекс энтропии как показатель неупорядоченности в разделе рынка между продавцами. Применение корреляционного анализа для исследования влияния отдельных факторов и их комбинаций на прогнозные характеристики социально-экономических систем, регрессионный анализ как один из простейших инструментов социально-экономического прогнозирования. Применение модели «игры с природой» в анализе инвестиционных сценариев. Примеры применения вероятностных расчетов в текущем анализе хозяйственной деятельности.

6. Общекультурное и практическое значение парадигмы оптимизации и принятия решений. Экономический смысл задачи ЛП. Классические задачи: управление запасами, транспортная задача, задача о назначениях как примеры оптимизационных моделей.

Оптимизационные модели сотрудничества и конфликта в области разоружения, стратегического противостояния, вооруженной борьбы. Игровые модели конкурентной борьбы на рынке и их сравнительный анализ (модели Курно, Бертрана, Штакельберга, Эджворта и др.). Схемы манипулирования голосованием, формированием рыночных предпочтений потребителей, формированием ценностных ориентаций в обществе. Игровые модели в инвестиционном анализе.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2. Авторские программы математических дисциплин по отдельным направлениям подготовки бакалавров.

Программы математических дисциплин в образовательной области «Лечебное дело»(«Фундаментальная медицина») (УГС060101)

1. **Базовый курс**

Дисциплина	**Семестр**	**Трудоем.**
Высшая математика	1	5

ИТОГО: **5 з.е.**

Дисциплина «ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА»

1. Непрерывность и предел функции в точке (основные теоремы)
2. Дифференциальное исчисление функций одного и нескольких переменных, его приложения.
3. Интегральное исчисление функций одного переменного, применения.
4. Дифференциальные уравнения: $y' + p(x)y = f(x), g(y)y' = f(x), y'' + py' + qy = f(x), p, q$ – числа.
5. Элементы векторного анализа, определители.
6. Простейшие сведения о комплексных числах и формулы Эйлера.
7. Понятие о двойном интеграле.
8. Вычисление интеграла Гаусса.
9. Элементы комбинаторики (бином Ньютона, треугольник Паскаля)
10. Понятие об n-мерном пространстве.

Составитель: доц. Ивашев-Мусатов О.С. (МГУ им. М.В. Ломоносова)

Рекомендуемая литература:
Основная

1. Бараненков Г.С., Демидович Б.П. и др. Задачи и упражнения по математическому анализу для втузов (под ред. Демидовича Б.П.) — М.: изд. Аст: Астрель, 2003.
2. Бугров Я.С., Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. М., Наука, 1984 (Дрофа, 2006).
3. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальное и интегральное исчисление. М., Наука, 1988 (Дрофа, 2007).

4. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика: Задачник. М., Наука, 1982. (Физматлит, 2001).
5. Бутузов В.Ф., Крутицкая Н.Ч., Медведев Г.Н., Шишкин А.А. Математический анализ в вопросах и задачах. М., Наука, Физматлит, 2001.
6. Воеводин В.В. Линейная алгебра. М., Наука, 1980 (Лань, 2008).
7. Гусак А.А. Высшая математика. Т. 1,2. — Минск: изд. ТетраСистемс, 2008.
8. Головина Л.И. Линейная алгебра и некоторые ее приложения, М., Наука, 1979.
9. Б.П. Демидович, В.П. Моденов, Дифференциальные уравнения. С.П-б.: «Иван Фёдоров», 2003
10. Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии. — М.: Физматлит,2005.
11. Ивашев-Мусатов. Начала математического анализа.-М.: Физматлит,.2002
12. Ильин В.А., Куркина А.В. Высшая математика. — М.: Проспект: изд. МГУ, 2004 (серия “Классический университетский учебник”).
13. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия: Учебник для вузов. М. Физматлит, 2007.
14. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра: Учебник для вузов. М. Физматлит, 2007.
15. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. Профессия: Спб, 2005
16. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. т. 1, 2. Альфа, 1998 (Физматлит, 2005).
17. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Т.1 Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М., Физматлит, 2003.
18. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001.
19. Привалов И.И. Аналитическая геометрия. Лань, 2008
20. Сборник задач по математике для втузов. Под ред. Ефимова А.В., Поспелова А.С. М., Физматлит, ч.1-4, 2001 – 2004.
21. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. Лань, 2007.

Программы математических дисциплин в образовательной области «Биоинженерия и биоинформатика» (УГС 020210)

2. Базовая часть

Дисциплина	Семестр	Трудоем.
Математический анализ	1-3	9
Линейная алгебра	2	3

ИТОГО: **12 з.е.**

3. Вариативная часть

Дисциплина	Семестр	Трудоем.
Дифференциальные уравнения	3	3

ИТОГО: **3 з.е.**

ДИСЦИПЛИНА «Математический анализ»

1. Понятие функции, способы задания функции, Сложная функция, обратная функция. График функции.

2. Предел функции; ограниченность функции, имеющей предел, связь с бесконечно малыми. Единственность предела. Формулировка критерия Коши существования предела функции.

3. Предел суммы, разности, произведения и частного.

4. Переход к пределу в неравенствах, теорема о сохранении знака. Теорема о «зажатой переменной».

5. Предел сложной функции.

6. Непрерывные функции. Локальные свойства непрерывных функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

7. Непрерывность элементарных функций. Замечательные пределы $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}$. $\lim\limits_{x\to 0}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e$
.

8. Эквивалентные, их свойства, таблица эквивалентных. Примеры.

9. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Свойства пределов числовых последовательностей. Примеры. Формулировка критерия Коши существования предела последовательности.

10. Дифференцируемость функции одной переменной, связь с непрерывностью и производной. Дифференциал.

11. Правила дифференцирования, производная сложной функции, обратной функции, функции, заданной параметрически.

12. Таблица производных простейших элементарных функций.

13. Геометрический смысл производной, касательная к графику функции.

14. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши.

15. Признак экстремума функции, признаки возрастания, убывания функции. Примеры.

16. Старшие производные. Признак выпуклости функции. Точки перегиба.

17. Асимптоты к графику функции(вертикальные, горизонтальные, наклонные). Построение графика функции.

18. Вектор-функция скалярного аргумента. Предел, непрерывность, производная.

19. Правило Лопиталя раскрытия неопределённостей .

20. Формула Тейлора. Примеры. Формула Тейлора для простейших элементарных функций.

21. Первообразная функции. Неопределённый интеграл.

22. Таблица первообразных элементарных функций.

23. Свойства первообразных. Формула интегрирования по частям. Примеры.

24. Комплексные числа. Полярная форма. Алгебраические действия с комплексными числами.

25. Интеграл Римана. Необходимое условие интегрируемости. Верхние и нижние суммы Дарбу и их свойства.

26. Критерий Дарбу интегрируемости функции по Риману. Классы интегрируемых функций.

27. Интегрируемость по подотрезкам, аддитивность интеграла по отрезкам,

28. Линейность интеграла, интегрируемость кусочно непрерывной функции.

29. Интегрируемость произведения, интегрирование неравенств, интегрируемость модуля функции, интегральная теорема о среднем.

30. Интегралы с переменным пределом интегрирования, формула Ньютона-Лейбница.

31. Замена переменного в интеграле Римана и интегрирование по частям. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме(без доказательства).

32. Геометрические приложения интеграла Римана.

33. Несобственные интегралы. Критерий Коши сходимости несобственных интегралов. Признак сравнения.

34. Признак Дирихле сходимости несобственных интегралов(без доказательства). Примеры.

35. Пространство R^n, неравенство Коши-Буняковского-Шварца. Открытые и замкнутые множества в R^n. Компакты в R^n.

36. Предел и непрерывность функций многих переменных , их свойства. Функции, непрерывные на множестве, их свойства.

37. Дифференцируемость функции в точке, дифференциал. Частные производные. Достаточное условие дифференцируемости функции в точке.

38. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных. Дифференциалы высших порядков.

39. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано(без доказательства) Экстремумы функций многих переменных , необходимое условие локального экстремума.

40. Достаточное условие локального экстремума.

41. Числовые ряды. Критерий Коши сходимости числовых рядов. Необходимое условие сходимости.

42. Числовые ряды с неотрицательными членами. Признак сравнения. Признаки Даламбера и Коши. Интегральный признак сходимости(формулировка).

43. Знакопеременные ряды. Теорема Лейбница. Абсолютно сходящиеся числовые ряды. Признак Дирихле(без доказательства).

44. Функциональные последовательности. Определение поточечной и равномерной сходимости. Критерий коши равномерной сходимости(без доказательства). Необходимый признак сходимости. Мажорантный признак Вейерштрасса.

45. Определение поточечной и равномерной сходимости функциональных рядов. Теорема о непрерывности предела равномерно сходящейся последовательности непрерывных функций и суммы равномерно сходящегося ряда из непрерывных функций. Теорема о почленном интегрировании равномерно сходящихся последовательностей и рядов. Теорема о почленном дифференцировании последовательностей и рядов(без доказательства).

46. Степенные ряды. Радиус сходимости степенного ряда. Равномерная сходимость степенного ряда. Непрерывность суммы степенного ряда. Единственность степенного ряда. Интегрирование и дифференцирование (без доказательства) степенного ряда. Ряды Тейлора. Необходимое и достаточное условие сходимости ряда Тейлора к самой функции. Табличные разложения.

47. Ортогональные системы функций. Обобщённые ряды Фурье. Тригонометрические ряды Фурье.

48. Сходимость и равномерная сходимость тригонометрических рядов Фурье(без доказательства). Разложение в тригонометрический ряд Фурье чётных и нечётных функций. Чётные и нечётные продолжения. Разложения на различных промежутках.

49. Внутренняя, предельная, граничная точки. Замкнутые и ограниченные множества. Компакты. Связные множества. Понятие отображения компактов. Свойства отображений.

50. Двойной интеграл. Свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному.

51. Замена переменных в двойном интеграле. Понятие якобиана преобразования. Понятие несобственного двойного интеграла.

52. Тройные интегралы. Свойства тройных интегралов(без доказательства). Сведение к повторным. Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты.

53. Площадь поверхности. Криволинейные интегралы 1-го рода. Независимость от параметризации кривой. Свойства криволинейных интегралов 1-го рода.

54. Криволинейные интегралы 2-го рода. Свойства криволинейных интегралов второго рода.

55. Формула Грина. Поверхностные интегралы 1-го рода.

56. Поверхностные интегралы 2-го рода. Формула Гаусса-Остроградского.

57. Векторные поля. Поток вектора. Формула Гаусса-Остроградского в векторной форме.

58. Формула Стокса. Циркуляция вектора. Типы векторных полей.

59. Преобразование Фурье. Основные свойства. Обратное преобразование Фурье.

Составитель: проф. Власов В.В. (МГУ им. М.В. Ломоносова)

ДИСЦИПЛИНА «Линейная алгебра»

1. Векторы на плоскости и в пространстве, линейные операции над ними.

2. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис, координаты вектора в базисе, запись операций в координатах, разложение вектора по базису.

3. Радиус вектор точки, делящей отрезок в данном отношении.

4. Скалярное произведение двух векторов на плоскости и в пространстве, его свойства и вычисление, ортогональная проекция одного вектора на другой.

5. Векторное произведение двух векторов, его свойства(без доказательства) и вычисление. Критерий коллинеарности двух векторов.

6. Смешанное произведение трёх векторов, его свойства(без доказательства), объём ориентированного параллелепипеда. Критерий компланарности векторов..

7. Прямая на плоскости. Векторное параметрическое и нормальное уравнения прямой. Разные формы уравнения прямой в координатах. Вычисление угла между прямыми и расстояния от точки до прямой.

8. Прямая в пространстве. Векторные параметрические уравнения прямой. Разные формы уравнений прямой в координатах. Вычисление расстояния между параллельными и скрещивающимися прямыми.

9. Плоскость в пространстве. Векторное параметрическое и нормальное уравнения плоскости, использование смешанного произведения. Разные формы уравнений плоскости в координатах. Вычисление (без доказательства)расстояния от точки до плоскости, угла между плоскостями, расстояния между параллельными плоскостями.

10. Матрицы, линейные операции над ними. Арифметическое векторное пространство, его размерность и базисы.

11. Умножение матриц, его свойства(без доказательства).

12. Определитель матрицы. Свойства определителей(без доказательства). Миноры, алгебраические дополнения, разложение определителя по строке(столбцу). Определитель Вандермонда.

13. Системы линейных уравнений. Правило Крамера.

14. Определитель произведения матриц(без доказательства). Обратная матрица, критерий её существования и формула для вычисления.

15. Алгоритм Гаусса решения системы линейных уравнений.

16. Ранг матрицы, способы его вычисления, базисный минор. Критерий равенства определителя нулю.

17. Неоднородная система линейных уравнений. Фундаментальная система решений однородной системы. Теорема Кронекера-Капелли.

18. Линейное пространство. Линейная зависимость векторов. Размерность, базис. Переход от одного базиса к другому.

19. Подпространства в линейном пространстве. Линейная оболочка системы векторов. Задание подпространства однородной системой линейных уравнений.

20. Линейные отображения и линейные операторы, их матрицы.

21. Собственный вектор и собственные значения линейного оператора и матрицы. Характеристическое уравнение и характеристический многочлен. Оператор простой структуры.

22. Евклидово пространство. Неравенство Коши-Буняковского. Ортогональный нормированный базис, процесс ортогонализации. Матрица и определитель Грама. Ортогональная проекция вектора на подпространство.

23. Билинейные и квадратичные формы их матрицы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду(метод Лагранжа). Закон инерции квадратичных форм, положительно определённые квадратичные формы, критерий Сильвестра(без доказательства).

24. Приведение квадратичной формы к диагональному виду ортогональной заменой координат.

25. Поверхности второго порядка в трёхмерном пространстве., заданные каноническим уравнением.

Составитель: д.ф.-м.н. Чубаров И.А. (МГУ им. М.В. Ломоносова)

ДИСЦИПЛИНА «Дифференциальные уравнения»

1. Обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка, разрешённое относительно производной, его геометрический смысл.

2. Существование и единственность решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка, понятие об особых точках.
3. Уравнения с разделяющимися переменными, линейные однородные и неоднородные уравнения первого порядка.
4. Уравнения в полных дифференциалах, понятие об интегрирующем множителе.
5. Уравнения первого порядка, разрешённые относительно зависимой или независимой переменной.
6. Существование и единственность решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения n-го порядка (без доказательства).
7. Линейное однородное уравнение второго порядка, уравнение с постоянными коэффициентами, неоднородное уравнение, метод вариации постоянных. Решение линейного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью в виде квазимногочлена.
8. Определитель Вронского для двух функций, для решений уравнения второго порядка.
9. Краевые задачи для линейного уравнения второго порядка, функция Грина, теорема существования.
10. Линейно зависимые и линейно независимые системы функций. Определитель Вронского, его свойства и выражение для решений линейного уравнения n-го порядка.
11. Метод вариации постоянных для линейного неоднородного уравнения n-го порядка.
12. Решение линейного однородного уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами, решение неоднородного уравнения с правой частью в виде квазимногочлена(без доказательства).
13. Понятие о бесконечномерных линейных пространствах. Пространства со скалярным произведением, сходимость пол норме. Понятие об ортонормированных системах и базисах.
14. Тригонометрическая система, её ортогональность. Формулы для коэффициентов суммы тригонометрического ряда. Ряд Фурье интегрируемой функции. Теорема о сходимости ряда Фурье(без доказательства), комплексная форма ряда Фурье.
15. Уравнения в частных производных. Задача Коши для линейного однородного уравнения первого порядка, существование и единственность её решения(без доказательства).
16. Уравнение колебаний струны. Задача Коши для неограниченной струны, формула Даламбера. Решение начальной задачи для полуограниченной струны с закреплённым концом.

17. Задача о колебаниях ограниченной струны, решение методом Фурье.

18. Решение задачи Коши о распространении тепла в конечном стержне методом Фурье.

Составитель: проф.Подольский В.Е.(МГУ им. М.В. Ломоносова)

Рекомендуемая литература:
Основная

22. Бараненков Г.С., Демидович Б.П. и др. Задачи и упражнения по математическому анализу для втузов (под ред. Демидовича Б.П.) — М.: изд. Аст: Астрель, 2003.
23. Бицадзе А.В., Калиниченко Д.Ф. Сборник задач по уравнениям математической физики. М., Наука, 1985 (Альянс, 2007).
24. Бугров Я.С., Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. М., Наука, 1984 (Дрофа, 2006).
25. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальное и интегральное исчисление. М., Наука, 1988 (Дрофа, 2007).
26. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. ФКП. М., Наука, 1985 (Дрофа, 2005).
27. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика: Задачник. М., Наука, 1982. (Физматлит, 2001).
28. Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физике. — М.:ФИЗМАТЛИТ, 2003(серия “Классический университетский учебник”).
29. Бутузов В.Ф., Крутицкая Н.Ч., Медведев Г.Н., Шишкин А.А. Математический анализ в вопросах и задачах. М., Наука, Физматлит, 2001.
30. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики: учебник для вузов, М., Наука, 2000.
31. Владимиров К.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики: задачник для вузов, М., Наука, 2000.
32. Воеводин В.В. Линейная алгебра. М., Наука, 1980 (Лань, 2008).
33. Гусак А.А. Высшая математика. Т. 1,2. — Минск: изд. ТетраСистемс, 2008.
34. Головина Л.И. Линейная алгебра и некоторые ее приложения, М., Наука, 1979.
35. Б.П. Демидович, В.П. Моденов, Дифференциальные уравнения. С.П-б.: «Иван Фёдоров», 2003
36. Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.
37. Ильин В.А., Куркина А.В. Высшая математика. — М.: Проспект: изд. МГУ, 2004 (серия “Классический университетский учебник”).
38. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия: Учебник для вузов. М. Физматлит, 2007.
39. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра: Учебник для вузов. М. Физматлит, 2007.
40. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. Профессия: Спб, 2005

41. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. т. 1, 2. Альфа, 1998 (Физматлит, 2005).
42. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Т.1 Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М., Физматлит, 2003.
43. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Т. 2. Интегралы. Ряды. М., Физматлит, 2003.
44. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Т. 3. Функции нескольких переменных. М., Физматлит, 2003.
45. Минорский В.П. *Сборник задач по высшей математике.* — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001.
46. Пикулин В.П., Похожаев С.И. Практический курс по уравнениям математической физики. М., Наука, 1995.
47. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. Высшая школа,1999
48. Привалов И.И. Аналитическая геометрия. Лань, 2008
49. Сборник задач по математике для втузов. Под ред. Ефимова А.В., Поспелова А.С. М., Физматлит, ч.1-4, 2001 – 2004.
50. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексного переменного. М., Наука, 1999 (Физматлит, 2001). (ФИЗМАТЛИТ, 2004).
51. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М., Наука, 1993, М.: Изд-во МГУ, 2004(серия “Классический университетский учебник”).
52. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. Лань, 2007
53. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М., Эдиториал УРСС, 2000.

Программы математических дисциплин в образовательной области «Биология» (УГС 020200-020206,020208,020209)

1. Базовая часть

Дисциплина	Семестр	Трудоем.
Высшая математика	1-2	11

ИТОГО: **11 з.е.**

2. Углубленный курс

Дисциплина	Семестр	Трудоем.
Линейная алгебра и аналитическая геометрия	1-2	4
Математический анализ	1-4	8

ИТОГО: **18з.е.**

3.Вариативная часть

Элементы уравнений математической физики **(3з.е.)**

Элементы теории функций комплексного переменного **(3 з.е.).**

Примечание. Основной курс изучается студентами всех специальностей данного направления. В вузах, или потоках, дающих углубленную математическую подготовку, дополнительно изучаются дисциплины углубленного курса и дисциплины вариативной части в объеме до 24 зачетных единиц по решению вуза.

Основной курс

Дисциплина «Высшая математика»

Элементы аналитической геометрии и линейной алгебры

Матрицы и определители, их основные свойства, действия с ними. Примеры моделей в биологии, использующих матрицы(контакты первого и второго рода с больными, распределение генотипов в популяции). Системы линейных уравнений, существование и единственность решения. Правило Крамера. Векторы, действия с ними, выражение через координаты. Прямая и плоскость в пространстве. Простейшие кривые второго порядка, понятие о поверхностях второго порядка.

Основы математического анализа

Предел последовательности и функции. Действия с пределами, связь с бесконечно малыми. Общие теоремы л пределах. Эквивалентные величины, их свойства. Таблицы эквивалентных, понятие о символе «о-малое».

Точная верхняя и нижняя грани множества, теорема Вейерштрасса о монотонных последовательностях. Число е.

Непрерывные функции, основные свойства, непрерывность элементарных функций, «замечательные пределы».

Дифференцируемость функции одной переменной, связь с непрерывностью и с производной. Дифференциал, его геометрический смысл, инвариантность.

Правила дифференцирования, таблица производных, производная сложной функции, обратной функции и функции, заданной параметрически.

Теоремы Ферма, Ролля и Лагранжа, следствия из них. Исследование поведения функции с помощью производной, построение графиков с полным исследованием.

Сравнение скоростей роста степенной, показательной и логарифмической функций.

Производные высших порядков, геометрический смысл второй производной, формула Тейлора.

Элементы дифференциального исчисления функций нескольких переменных. Частные производные и дифференциал, связь дифференцируемости с наличием частных производных. Дифференциал, его геометрический смысл и инвариантность.

Производная по направлению, градиент, его инвариантность.

Частные производные высших порядков. Необходимое условие локального экстремума, формулировка достаточного условия локального экстремума.

Неопределённый интеграл, основные методы интегрирования.

Определённый интеграл, простейшие свойства, необходимое условие интегрируемости, классы интегрируемых функций. Интегрирование неравенств, аддитивность интеграла, как функции отрезка, теорема о среднем.

Свойства интеграла, как функции верхнего предела, формула Ньютона-Лейбница.

Геометрические и механические приложения определённого интеграла. Понятие о несобственных интегралах.

Дифференциальные уравнения первого порядка, формулировка теоремы существования и единственности, методы изоклин и ломаных Эйлера. Простейшие классы интегрируемых уравнений и приёмы их решения.

Линейные дифференциальные уравнения второго порядка(общая теория и уравнения с постоянными коэффициентами).

Примеры математических моделей, сводящихся к дифференциальным уравнениям: уравнение радиоактивного распада, модель роста биомассы, модель роста деревьев, модель «хищник-жертва».

Простейшие свойства числовых рядов, формулировка критерия Коши. Ряды с положительными членами, признаки сравнения.

Признаки Коши и Даламбера, интегральный признак.
Абсолютная и условная сходимость рядов, признак Лейбница.

Функциональные ряды, непрерывность суммы, дифференцирование и интегрирование функциональных рядов.

Степенные ряды, теорема Абеля, радиус и интервал сходимости, свойства суммы степенного ряда.

Ряды Тейлора, основные разложения.

Ряды с комплексными членами, формулы Эйлера

Углублённый курс(УГС 020207)

Дисциплина «Линейная алгебра и аналитическая геометрия»

Аналитическая геометрия

Основные формулы векторной алгебры. Вектор-функция скалярного аргумента. Прямые и плоскости в пространстве. Основные поверхности второго порядка.

Линейная алгебра

Матрицы, действия над ними, ранг матрицы, обратная матрица. Определители, их свойства. Примеры использования матриц в биологических моделях. Системы линейных уравнений, решение по правилу Крамера, критерий совместности. Однородные системы, фундаментальная система решений.

n-мерное векторное пространство, размерность, базис. Разложение вектора по базису, переход к новому базису.

Подпространства векторного пространства, размерность суммы и пересечения подпространств, прямая сумма.

Линейные преобразования, матрица преобразования. Инвариантные подпространства. Собственные векторы и собственные значения. Стохастические матрицы и их свойства.

Евклидово пространство, ортонормированный базис, неравенство Коши-Буняковского.

Линейный оператор в евклидовом пространстве, сопряжённый вектор. Самосопряжённый оператор, его свойства и собственные значения. Ортогональный оператор, его матрица и собственные значения.

Квадратичные формы, приведение к каноническому виду, закон инерции, критерий Сильвестра.

Группы, определение и примеры. Подгруппы, Теорема Лагранжа.

Дисциплина «Математический анализ»

Предел последовательности и функции. Действия с пределами, связь с бесконечно малыми. Общие теоремы л пределах. Эквивалентные величины, их свойства. Таблицы эквивалентных, понятие о символе «о-малое».

Точная верхняя и нижняя грани множества, теорема Вейерштрасса о монотонных последовательностях. Число е.

Лемма Кантора о стягивающихся отрезках. Подпоследовательности, теорема Больцано-Вейерштрасса.

Непрерывные функции, общие теоремы, локальные свойства, свойства функций, непрерывных на отрезке. Непрерывность элементарных функций, «замечательные пределы».

Дифференцируемость функции одной переменной, связь с непрерывностью и с производной. Дифференциал, его геометрический смысл, инвариантность.

Правила дифференцирования, таблица производных, производная сложной функции, обратной функции и функции, заданной параметрически.

Теоремы Ферма, Ролля и Лагранжа, следствия из них. Исследование поведения функции с помощью производной, построение графиков с полным исследованием.

Сравнение скоростей роста степенной, показательной и логарифмической функций.

Производные высших порядков, геометрический смысл второй производной, формула Тейлора.

Дифференцируемость функции нескольких переменных. Частные производные и дифференциал, связь дифференцируемости с наличием частных производных. Геометрический смысл дифференциала, его инвариантность.

Производная по направлению, градиент.

Частные производные высших порядков. Необходимое условие локального экстремума, формулировка достаточного условия локального экстремума.

Неопределённый интеграл, основные методы интегрирования.

Определённый интеграл, простейшие свойства, необходимое условие интегрируемости, классы интегрируемых функций. Интегрирование неравенств, аддитивность интеграла, как функции отрезка, теорема о среднем.

Свойства интеграла, как функции верхнего предела, формула Ньютона-Лейбница.

Геометрические и механические приложения определённого интеграла. Несобственные интегралы.

Дифференциальные уравнения первого порядка, формулировка теоремы существования и единственности, методы изоклин и ломаных Эйлера. Простейшие классы интегрируемых уравнений и методы их решения.

Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка(общая теория и уравнения с постоянными коэффициентами).

Примеры математических моделей, сводящихся к дифференциальным уравнениям: уравнение радиоактивного распада, модель роста биомассы, модель роста деревьев, модель «хищник-жертва».

Простейшие свойства числовых рядов, критерий Коши. Ряды с положительными членами, признаки сравнения.

Признаки Коши и Даламбера, интегральный признак.

Абсолютная и условная сходимость рядов, признак Лейбница.

Функциональные ряды, сходимость и равномерная сходимость, признак Вейерштрасса. Непрерывность суммы, почленное интегрирование и дифференцирование функциональных рядов.

Степенные ряды, теорема Абеля, радиус и интервал сходимости, свойства суммы степенного ряда.

Ряды Тейлора, основные разложения.

Ряды с комплексными членами, формулы Эйлера.

. Двойной интеграл, его свойства, замена переменных. Геометрические приложения двойного интеграла.

Тройной интеграл, его свойства, замена переменных.

Криволинейные интегралы первого и второго рода, их свойства.

Формула Грина, условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.

Односторонние и двусторонние поверхности. Поверхностные интегралы первого и второго рода, связь между ними.

Поток вектора через поверхность, дивергенция, теорема Остроградского-Гаусса.

Векторные линии, векторные трубки, соленоидальное поле.

Формула Стокса, ротор, циркуляция, потенциальное поле.

Примеры применения векторного анализа к физическим задачам.

Элементы математической физики(*вариативная дисциплина, возможно чтение в курсе математического анализа)*

Ряды Фурье по тригонометрической системе функций. Формулировка теоремы о разложимости функции в ряд Фурье, разложения чётных и нечётных функций. Ортогональные системы функций на отрезке. Понятие об обобщённых рядах Фурье.

Решение уравнения колебания струны методом Фурье.

Решение уравнения теплопроводности методом Фурье.

Задача о колебании неограниченной струны, формула Даламбера

Элементы теории функций комплексного переменного(*вариативная дисциплина, возможно чтение в курсе математического анализа)*

Дифференцируемые функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана, гармонические функции.

Теорема Коши об интеграле от аналитической функции. Интегральная формула Коши.

Разложение аналитических функций в ряды Тейлора и Лорана. Классификация особых точек.

Вычет аналитической функции в изолированной особой точке. Вычисление вычетов. Примеры вычисления интегралов с помощью вычетов.

Составитель: доц. Ю.Н. Сударев(МГУ им . М.В. Ломоносова)

Рекомендуемая литература:

Основная

2. Бараненков Г.С., Демидович Б.П. и др. Задачи и упражнения по математическому анализу для втузов (под ред. Демидовича Б.П.) — М.: изд. Аст: Астрель, 2003.
3. Бицадзе А.В., Калиниченко Д.Ф. Сборник задач по уравнениям математической физики. М., Наука, 1985 (Альянс, 2007).
4. Бугров Я.С., Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. М., Наука, 1984 (Дрофа, 2006).
5. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальное и интегральное исчисление. М., Наука, 1988 (Дрофа, 2007).
6. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. ФКП. М., Наука, 1985 (Дрофа, 2005).
7. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика: Задачник. М., Наука, 1982. (Физматлит, 2001).
8. Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физике. — М.:ФИЗМАТЛИТ, 2003(серия “Классический университетский учебник”).
9. Бутузов В.Ф., Крутицкая Н.Ч., Медведев Г.Н., Шишкин А.А. Математический анализ в вопросах и задачах. М., Наука, Физматлит, 2001.

10. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики: учебник для вузов, М., Наука, 2000.
11. Владимиров К.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики: задачник для вузов, М., Наука, 2000.
12. Воеводин В.В. Линейная алгебра. М., Наука, 1980 (Лань, 2008).
13. Гусак А.А. Высшая математика. Т. 1,2. — Минск: изд. ТетраСистемс, 2008.
14. Головина Л.И. Линейная алгебра и некоторые ее приложения, М., Наука, 1979.
15. Б.П. Демидович, В.П. Моденов, Дифференциальные уравнения. С.П-б.: «Иван Фёдоров», 2003
16. Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.
17. Ильин В.А., Куркина А.В. Высшая математика. — М.: Проспект: изд. МГУ, 2004 (серия “Классический университетский учебник”).
18. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия: Учебник для вузов. М. Физматлит, 2007.
19. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра: Учебник для вузов. М. Физматлит, 2007.
20. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. Профессия: Спб, 2005
21. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. т. 1, 2. Альфа, 1998 (Физматлит, 2005).
22. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Т.1 Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М., Физматлит, 2003.
23. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Т. 2. Интегралы. Ряды. М., Физматлит, 2003.
24. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Т. 3. Функции нескольких переменных. М., Физматлит, 2003.
25. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001.
26. Пикулин В.П., Похожаев С.И. Практический курс по уравнениям математической физики. М., Наука, 1995.
27. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. Высшая школа,1999
28. Привалов И.И. Аналитическая геометрия. Лань, 2008
29. Сборник задач по математике для втузов. Под ред. Ефимова А.В., Поспелова А.С. М., Физматлит, ч.1-4, 2001 – 2004.
30. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексного переменного. М., Наука, 1999 (Физматлит, 2001). (ФИЗМАТЛИТ, 2004).
31. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М., Наука, 1993, М.: Изд-во МГУ, 2004(серия “Классический университетский учебник”).
32. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. Лань, 2007
33. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М., Эдиториал УРСС, 2000.

Дополнительная

Архипов Г.И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу. М., Высшая школа, 1999.

Александров П.С., Лекции по аналитической геометрии, М.-С-Пб., Лань, 2008.

Баврин И.И. Краткий курс высшей математики. М.: ФИЗМАТЛИТ,2003.

Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. Учебник для вузов. М., Физматлит, 2007.

Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чурбанов И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. М., Наука, 1987.

Ибрагимов Н.Х. Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования. Н-Н. Изд-во НГУ им. Н.И. Лобачевского, 2007.

Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. М., Наука, Ч. 1, 1980, Ч. 2, 1982 (Физматлит, 2008).

Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл.Х. Математический анализ. М., Наука, 1998.

Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. М., Высшая школа, т. 1,2, 1998,т. 3, 1999 (Дрофа, 2003).

Наумов В.А. Руководство к решению задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. М., Наука, 1993.

Никольский С.М. Курс математического анализа, М., Т. 1, 2, Физматлит, 2001

Петрова В.Т. Лекции по алгебре и геометрии. Т.1 и 2. М.: Владос, 1999.

1. Смирнов В.И. Курс высшей математики Т.1-2, С-Пб., БХВ-Петербург, 2008.

Программы математических дисциплин в образовательной области «География» (УГС 020400, 020401) «География и картография» (УГС 020500), «Экология и природопользование» (УГС 020800), «Туризм» (УГС 100104) , «Гидрометеорология» (УГС 020600, 020602,020603)

Перечень курсов дисциплин

(базовая часть)

1. Базовая часть

Дисциплина	**Семестр**	**Трудоем.**
Высшая математика	**1-2**	**10**

ИТОГО: 10 з.е.

2.Углубленный курс

Дисциплина	**Семестр**	**Трудоем.**
Математический анализ(дополнительные главы)	3	4
Обыкновенные дифференциальные уравнения	3	1
Дифференциальные уравнения с частными производными	4	4
Дифференциальные уравнения(дополнительные разделы)	5	3

ИТОГО: **12з.е.**

3.Вариативная часть

Уравнения математической физики(дополнительные главы) **(2з.е.).**

Примечание. Основной курс изучается студентами всех специальностей данного направления. В вузах, дающих углубленную математическую подготовку, дополнительно изучаются дисциплины углубленного курса и дисциплины вариативной части в объеме до 27 зачетных единиц по решению вуза.

ДИСЦИПЛИНА **ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА**

ОСНОВНОЙ КУРС

Читается студентам 1-го курса (все специальности)

1. Элементы линейной алгебры

Матрицы. Операции с матрицами (умножение матрицы на число, сложение матриц, умножение матриц).

Квадратные матрицы. Умножение квадратных матриц. Обратная матрица.

Системы линейных уравнений. Формулы Крамера. Метод последовательного исключения неизвестных (метод Гаусса).

2. Элементы аналитической геометрии

Декартовы координаты на плоскости. Уравнение линии. Алгебраические линии 1-го порядка (прямые). Окружность, эллипс, гипербола, парабола и их канонические уравнения.

Декартовы координаты в пространстве. Уравнение поверхности. Уравнения линии в пространстве.

Векторы на плоскости и в пространстве. Операции сложения векторов и умножения вектора на число. Разложение вектора по осевым ортам, координаты вектора. Проекция вектора на ось, свойства проекций. Скалярное произведение векторов. Векторное произведение. Смешанное произведение.

Плоскость в пространстве. Уравнение плоскости. Уравнения прямой в пространстве (общие уравнения, канонические уравнения, параметрические уравнения).

Системы координат, отличные от декартовых : полярные координаты на плоскости, сферические координаты в пространстве.

3. Теория пределов

Понятие предела последовательности. Бесконечно большие последовательности. Бесконечно малые последовательности, их свойства. Теоремы о пределе суммы, произведения и частного двух последовательностей. Теорема Вейерштрасса, число “e”.

Предел функции. Бесконечно большие и бесконечно малые функции (при $x \to a$, где a — число или один из символов бесконечности). Теоремы о пределе суммы, произведения и частного двух функций. Оценочный признак существования предела, первый замечательный предел ($\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}$). Замена переменной при вычислении предела. Второй замечательный предел ($\lim\limits_{x\to 0}\left(1+x\right)^{\frac{1}{x}}$) и его следствия.

Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших.

Непрерывные функции, их свойства.

4. Основы дифференциального исчисления.

Понятие производной, физическая и геометрическая интерпретации производной. Правила вычисления производных.

Понятие дифференцируемой функции. Эквивалентность существования производной и дифференцируемости (для функций одного аргумента). Дифференциал, правила вычисления дифференциалов.

Производная и дифференциал сложной функции. Инвариантность выражения $dy = y' dx$ (свойство инвариантности дифференциала).

Производные и дифференциалы высших порядков. Неинвариантность дифференциала второго порядка.

Понятие локального экстремума. Теорема Ферма.

Теоремы Роля и Коши. Правило Лопиталя раскрытия неопределённости в выражениях типа $\frac{0}{0}$ и $\frac{\infty}{\infty}$.

Теорема Лагранжа. Условие строгой монотонности функции на отрезке. Первое достаточное условие экстремума (по первой производной).

Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано (локальная формула Тейлора). Представление остаточного члена формулы Тейлора в форме Лагранжа.

Второе достаточное условие экстремума (по второй производной). Направление выпуклости графика функции, достаточные условия выпуклости вверх и выпуклости вниз графика функции. Точки перегиба, необходимое условие перегиба, достаточное условие перегиба.

Исследование функций и построение их графиков.

5. Неопределённый интеграл.

Первообразная и неопределённый интеграл. Интегрирование подведением под знак дифференциала. Замена переменной и интегрирование по частям. Интегрирование некоторых выражений (рациональные дроби, простейшие квадратичные иррациональности, некоторые тригонометрические выражения).

6. Определённый интеграл.

Понятия интегральной суммы и определённого интеграла. Определённый интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона–Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле.

Геометрические приложения определённого интеграла (вычисление площадей криволинейных трапеций и криволинейных секторов, вычисление объёмов по известным поперечным сечениям и объёмов тел вращения, вычисление длины дуги кривой). Некоторые физические приложения (вычисление координат центра масс материальной кривой; работа переменной силы, действующей вдоль прямой).

7. Ряды (начальные понятия).

Понятие числового ряда. Необходимый признак сходимости.

Знакоположительные ряды. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов (два признака сравнения, признак Даламбера, признак Коши).

Знакопеременные ряды. Признак Лейбница сходимости знакочередующихся рядов. Формулировка признака Дирихле.

Понятие об абсолютно и условно сходящихся рядах.

Понятие интеграла с бесконечным верхним пределом (непрерывный аналог ряда).

Понятие о степенном ряде и его свойствах. Ряд Тейлора. Условия разложимости функции в ряд Тейлора.

8. **Функции нескольких переменных.**

Понятие функции двух и большего числа переменных. Предел функции двух переменных, непрерывность, частные производные.

Дифференцируемые функции двух переменных. Понятие дифференциала. Связь между существованием частных производных и дифференцируемостью. Необходимое условие дифференцируемости. Формулировка достаточного условия дифференцируемости.

Дифференцирование сложной функции. Инвариантность выражения $df = f_x' dx + f_y' dy$ (свойство инвариантности дифференциала функции двух переменных).

Производная по направлению. Градиент функции.

Геометрические приложения (уравнение касательной к линии, заданной уравнением вида $f(x, y) = 0$, и уравнение плоскости к поверхности, заданной уравнением $F(x, y, z) = 0$; уравнения нормали).

Частные производные и дифференциалы высших порядков. Неинвариантность дифференциала второго порядка.

Экстремум функции двух переменных. Необходимые условия экстремума. Формулировка достаточных условий экстремума (в простейшем случае).

9. **Дифференциальные уравнения (начальные понятия)**

Понятие дифференциального уравнения. Порядок дифференциального уравнения. Общее решение. Частные решения, начальные условия. Пример задачи из естествознания, приводящейся к дифференциальным уравнениям.

Дифференциальные уравнения 1-го порядка, формулировка теоремы о существовании и единственности решений. Уравнения с разделяющимися переменными. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка.

Дифференциальные уравнения 2-го порядка, формулировка теоремы существования и единственности решений. Простейшие уравнения 2-го порядка, интегрирование которых (т.е. отыскание решений) сводится к интегрированию уравнений 1-го порядка.

Дополнительный курс (020600,020602,020603)

Дисциплина «Математический анализ (дополнительные главы: кратные, криволинейные и поверхностные интегралы)»

1. **Двойные интегралы.**

Линии на плоскости. Односвязные и многосвязные области на плоскости. Замкнутые области. Свойства функций, непрерывных в замкнутых областях.

Разбиения области, интегральные суммы. Определение двойного интеграла. Необходимые и достаточные условия интегрируемости функции. Основные свойства двойного интеграла. Теорема о среднем. Геометрические и физические приложения двойного интеграла. Площадь поверхности.

Вычисление двойного интеграла. Криволинейные координаты на плоскости (в частности, полярные). Якобиан и его геометрический смысл. Теорема о замене переменных в двойном интеграле.

2. **Тройные интегралы.**

Линии и поверхности в пространстве (в частности, поверхности 2-го порядка и цилиндрические поверхности). Области в $\mathbf{R}^3$, ограниченные кусочно–гладкими замкнутыми поверхностями. Разбиение области. Интегральные суммы. Определение и свойства тройного интеграла. Вычисление тройного интеграла.

Криволинейные координаты в пространстве (в частности, сферические и цилиндрические координаты). Якобиан, его геометрический смысл. Формула замены переменных в тройном интеграле.

Приложения тройных интегралов.

3. Криволинейные интегралы.

Определение криволинейного интеграла I рода (на плоскости и в пространстве). Свойства криволинейного интеграла I рода. Вычисление криволинейного интеграла I рода. Геометрические приложения (в частности, вычисление площади цилиндрической поверхности) и физические приложения.

Определение криволинейного интеграла II рода и его свойства. Вычисление криволинейного интеграла II рода. Формула Грина (для односвязных и многосвязных областей). Условие независимости значения криволинейного интеграла II рода от пути интегрирования. Физический смысл криволинейного интеграла II рода.

4. Поверхностные интегралы.

Определение поверхностного интеграла I рода, его свойства. Вычисление поверхностного интеграла I рода. Геометрические и физические приложения.

Ориентация поверхности в пространстве. Определение поверхностного интеграла II рода, его свойства. Связь между поверхностными интегралами I и II рода. Физический смысл поверхностного интеграла II рода. Поток жидкости. Формула Стокса. Теорема Гаусса–Остроградского.

Градиент, ротор, дивергенция.

Дисциплина «Обыкновенные дифференциальные уравнения.»

1. Дифференциальное уравнение, его порядок, решение. Поле направлений, изоклины, интегральные кривые.
2. Формулировка теоремы о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка. Огибающая. Уравнение Клеро, его общее и особое решение.
3. Задача Коши для уравнения $n-$го порядка. Формулировка теоремы о существовании и единственности решения. Однородные линейные уравнения $n-$го порядка. Свойства решений.
4. Линейная зависимость и независимость функций. Определитель Вронского и его свойства.
5. Фундаментальная система решений, её существование. Общее решение однородного линейного уравнения $n-$го порядка.
6. Неоднородное линейное уравнение $n-$го порядка, его общее решение. Метод вариации постоянных.
7. Линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами (однородные и неоднородные). Уравнение Эйлера.
8. Решение дифференциального уравнения в виде суммы ряда.
9. Уравнение Бесселя и функции Бесселя.
10. Свойства функций Бесселя нулевого и первого порядка.

Дисциплина «Дифференциальные уравнения с частными производными»

1. Линейные пространства, примеры. Скалярное произведение и норма в линейном пространстве. Неравенство Коши–Буняковского.
2. Ортогональность. Примеры ортогональных систем. Линейная независимость ортогональных функций.
3. Разложение функций по ортогональной системе. Коэффициенты Фурье. Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя и равенство Парсеваля.

4. Тригонометрические ряды Фурье. Вычисление коэффициентов. Формулировки теорем о сходимости.

5. Вывод одномерного уравнения теплопроводности. Постановка краевых задач для этого уравнения.

6. Метод сеток для решения первой краевой задачи для уравнения теплопроводности. Явная и неявная схемы.

7. Разделение переменных в одномерном уравнении теплопроводности. Основная лемма Фурье.

8. Задача Штурма–Лиувилля. Свойства собственных значений и собственных функций. Формулировка теоремы Стеклова.

9. Решение первой краевой задачи для уравнения теплопроводности методом Фурье.

10. Уравнение теплопроводности, задача без начальных условий. Температурные волны в почве.

11. Оператор Лапласа в полярных координатах. Решение методом Фурье задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге. Интеграл Пуассона.

12. Решение методом Фурье задачи о колебании закреплённой струны.

13. Задача Коши для одномерного волнового уравнения и её решение методом Даламбера.

14. Функции $J_0\left(x\right)$ и $J_1\left(x\right)$. Ортогональность системы $\left\{J_0\left(\mu_n x\right)\right\}$. Норма функции $J_0\left(\mu_n x\right)$. Использование функций Бесселя для решения краевых задач в цилиндрической области.

ДИСЦИПЛИНА «Дифференциальные уравнения (дополнительные разделы), использование функций комплексного переменного»

1. Нормальная система n обыкновенных уравнений первого порядка. Задача Коши. Формулировка теоремы о существовании и единственности решений. Линейные системы. Свойства решений.

2. Линейно зависимые и независимые вектор–функции. Определитель Вронского для вектор–функций, его свойства.

3. Фундаментальная система решений. Её существование. Общее решение линейной однородной системы.

4. Неоднородные линейные системы. Общее решение. Метод вариации постоянных.

5. Автономные системы. Фазовые пространства и траектории. Первые интегралы. Необходимое и достаточное условие существования первого интеграла. Формулировка теоремы о существовании $n-1$ независимых первых интегралов системы $n-$ го порядка.

6. Линейные однородные уравнения с частными производными первого порядка. Характеристики.

7. Квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка. Сведение к системе обыкновенных уравнений.

8. Задача Коши для уравнения с частными производными первого порядка. Формулировка теоремы о существовании и единственности решения. Линейные и нелинейные волны.

9. Течение воды в канале.

10. Уравнение кинематической волны.

11. Классификация уравнений с частными производными второго порядка в случае двух независимых переменных.

12. Канонический вид уравнений с частными производными второго порядка $\left(n=2\right)$. Корректная постановка задач для разного типа уравнений.

13. Комплексные числа. Стереографическая проекция. Степенная функция комплексного переменного.

14. Ряды с комплексными членами. Абсолютная и условная сходимость. Признаки Даламбера и Коши (признак Коши с верхним пределом).

15. Степенные ряды в комплексной области. Круг и кольцо сходимости.

16. Функции комплексного переменного. Функции e^z, $\sin z$, $\cos z$, $tg\, z$, $ctg\, z$, $Ln\, z$, $Arc\sin z$, $Arc\cos z$. Их свойства.

17. Дифференцирование функций комплексного переменного. Условия Коши–Римана в декартовой и полярной системах координат. Сопряжённые гармонические функции.

18. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Конформные отображения.

19. Интеграл от функции комплексного переменного. Интегральная теорема Коши (без доказательства). Теорема о составном контуре.

20. Интеграл с переменным верхним пределом от аналитической функции. Первообразная аналитической функции.

21. Интегральная формула Коши.

22. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора. Бесконечная дифференцируемость аналитических функций.

23. Теорема Лорана. Изолированные особые точки однозначного характера.

24. Плоско параллельное течение жидкости и комплексный потенциал.

25. Обтекание вертикального отрезка бесконечно глубоким потоком с заданной величиной скорости на бесконечности.

26. Преобразование Фурье и его свойства. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности методом преобразования Фурье.

27. Применение преобразования Фурье к задаче гидродинамики атмосферы.

ДИСЦИПЛИНА «МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ»

1. Постановка задач оптимизации. Задача математического программирования. Балансовые условия и условия в форме неравенств.

2. Необходимое и достаточное условие экстремума гладкой функции одного переменного. Приближённое решение уравнения $f(x)=0$ методом хорд и касательных. Приближённое нахождение экстремума функции одного переменного. Примеры численных решений уравнения $f(x)=0$.

3. Унимодальные функции. Метод дихотомии, симметрические методы: Фибоначчи, золотого сечения. Оценки точности вычислений. Скорость сходимости методов.

4. Интерполяция. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Оценка погрешности. Интерполяционная формула Ньютона для неравных промежутков. Поиск минимума унимодальной функции методом парабол. Два способа нахождения интерполяционного многочлена третьего порядка.

5. Квадратичная форма. Матрица квадратичной формы. Собственные значения. Положительная определённость квадратичной формы, связь с собственными значениями. Критерий Сильвестра. Локальный Экстремум функции двух и трёх переменных. Примеры.

6. Понятие условного экстремума. Метод множителей Лагранжа. Достаточные условия условного экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции в заданной области.

7. Постановка задачи линейного программирования. Исключение балансовых условий. Ресурсная задача. Транспортная задача. Геометрическое решение задачи в случае двух переменных. Понятие симплекс–метода, геометрическая иллюстрация.

8. Метод наименьших квадратов.

9. Вариационное исчисление. Классическая задача вариационного исчисления. Вывод уравнения Эйлера. Доказательство экстремальности решения уравнения Эйлера. Примеры. Другие случаи граничных условий (свободный конец, изопериметрическая задача).

Оптимизация работы ГЭС зимой. Приближённые методы решения. Прямые методы. Конечно–разностный метод Эйлера. Метод Ритца.

10. Выпуклое множество. Подграфик и надграфик функции. Выпуклость функции. Достаточное условие выпуклости.
11. Задача выпуклого программирования.
12. Численные методы оптимизации. Методы нулевого и первого порядка. Метод покоординатного спуска, метод случайного поиска.
13. Градиентный метод. Приближённое построение градиента.
14. Штрафные и барьерные функции. Понятие об овражных функциях.

Вариативный курс Уравнения математической физики (дополнительные главы (океанологи и метеорологи))

1. *Формулы Грина и интегральное представление гармонических функций.*
2. *Свойства гармонических функций:*
   а) интеграл по границе от производной по нормали,
   б) две теоремы о среднем,
   в) принцип максимума.
3. *Постановка внутренних и внешних задач для уравнения Лапласа в случае двух и трёх переменных. Единственность внутренней и внешней задач Дирихле. Единственность решения задачи Неймана.*
4. *Функция Грина для задачи Дирихле в случае круга, шара, полупространства.*
5. *Объёмный потенциал и его свойства.*
6. *Восстановление векторного поля по его ротору и дивергенции.*
7. *Гравитационные волны на поверхности жидкости. Постановка проблемы.*
8. *Двумерные волны в бассейне ограниченной глубины.*
9. *Кольцевые волны в бассейне ограниченной глубины.*

Составитель: доц. А.К. Рыбников(МГУ им. М.В. Ломоносова)

ЛИТЕРАТУРА

Основная

34. Алексеев В.М., Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Сборник задач по оптимизации.-М.: Наука, 1984; ФИЗМАТЛИТ 2007, (серия “Классический университетский учебник”).
35. Бараненков Г.С., Демидович Б.П. и др. *Задачи и упражнения по математическому анализу для втузов* (под ред. Демидовича Б.П.) — М.: изд. Аст: Астрель, 2003.
36. Бицадзе А.В., Калиниченко Д.Ф. Сборник задач по уравнениям математической физики. М., Наука, 1985 (Альянс, 2007).
37. Бугров Я.С., Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. М., Наука, 1984 (Дрофа, 2006).
38. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальное и интегральное исчисление. М., Наука, 1988 (Дрофа, 2007).
39. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. ФКП. М., Наука, 1985 (Дрофа, 2005).
40. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика: Задачник. М., Наука, 1982. (Физматлит, 2001).
41. Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. *Сборник задач по математической физике.* — М.:ФИЗМАТЛИТ, 2003(серия “Классический университетский учебник”).

42. Бутузов В.Ф., Крутицкая Н.Ч., Медведев Г.Н., Шишкин А.А. Математический анализ в вопросах и задачах. М., Наука, Физматлит, 2001.
43. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики: учебник для вузов, М., Наука, 2000.
44. Владимиров К.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики: задачник для вузов, М., Наука, 2000.
45. Воеводин В.В. Линейная алгебра. М., Наука, 1980 (Лань, 2008).
46. Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Оптимизация: Теория, примеры, задачи.-М.:URSS;КомКнига,2006
47. Гусак А.А. *Высшая математика.* Т. 1,2. — Минск: изд. ТетраСистемс, 2008.
48. Головина Л.И. Линейная алгебра и некоторые ее приложения, М., Наука, 1979.
49. Б.П. Демидович, В.П. Моденов, *Дифференциальные уравнения.* С.П-б.: «Иван Фёдоров», 2003
50. Ефимов Н.В. *Краткий курс аналитической геометрии.* — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.
51. Ильин В.А., Куркина А.В. *Высшая математика.* — М.: Проспект: изд. МГУ, 2004 (серия “Классический университетский учебник”).
52. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия: Учебник для вузов. М. Физматлит, 2007.
53. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра: Учебник для вузов. М. Физматлит, 2007.
54. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. Профессия: Спб, 2005
55. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. т. 1, 2. Альфа, 1998 (Физматлит, 2005).
56. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Т.1 Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М., Физматлит, 2003.
57. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Т. 2. Интегралы. Ряды. М., Физматлит, 2003.
58. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Т. 3. Функции нескольких переменных. М., Физматлит, 2003.
59. Минорский В.П. *Сборник задач по высшей математике.* — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001.
60. Пикулин В.П., Похожаев С.И. Практический курс по уравнениям математической физики. М., Наука, 1995.
61. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. Высшая школа,1999
62. Привалов И.И. Аналитическая геометрия. Лань, 2008
63. Сборник задач по математике для втузов. Под ред. Ефимова А.В., Поспелова А.С. М., Физматлит, ч.1-4, 2001 – 2004.
64. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексного переменного. М., Наука, 1999 (Физматлит, 2001). (ФИЗМАТЛИТ, 2004).
65. Сухарев А.Г., Тимохов А.В., Фёдоров В.В. Курс методов оптимизации.- М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005 (Серия « Классический университетский учебник» .
66. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М., Наука, 1993, М.: Изд-во МГУ, 2004(серия “Классический университетский учебник”).
67. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. Лань, 2007
68. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М., Эдиториал УРСС, 2000.

Дополнительная

Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах изадачах.-М.: Высшая школа, 1986

Архипов Г.И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу. М., Высшая школа, 1999.

Александров П.С., Лекции по аналитической геометрии, М.-С-Пб., Лань, 2008.

Баврин И.И. Краткий курс высшей математики. М.: ФИЗМАТЛИТ,2003.

Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. Учебник для вузов. М., Физматлит, 2007.

Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чурбанов И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. М., Наука, 1987.

Васильева А.Б., Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Дифференциальные уравнения. М., Физматлит, 2005.

Волковыский Л.И., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. сборник задач по теории функций комплексного переменного. М., Физматлит, 2002.

Высшая математика. Специальные главы (Методы линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей, математической статистики) под редакцией Розановой С.А. , М., Физматлит, 2008.

Зорич В.А. Математический анализ. т.1, 1997, т.2, 1998 (МЦНМО, 2007).

Ибрагимов Н.Х. Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования. Н-Н. Изд-во НГУ им. Н.И. Лобачевского, 2007.

Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. М., Наука, Ч. 1, 1980, Ч. 2, 1982 (Физматлит, 2008).

Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл.Х. Математический анализ. М., Наука, 1998.

Колмогоров А.И., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М., Наука, 1981.

Краснов М.Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М., Высшая школа, 1983.

Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. М., Высшая школа, т. 1,2, 1998,т. 3, 1999 (Дрофа, 2003).

Летова Т.А., Пантелеев А.В. Экстремум функций в примерах и задачах. М.: МАИ, 1998

Наумов В.А. Руководство к решению задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. М., Наука, 1993.

Никольский С.М. Курс математического анализа, М., Т. 1, 2, Физматлит, 2001

Петрова В.Т. Лекции по алгебре и геометрии. Т.1 и 2. М.: Владос, 1999.

---

2. Севастьянов Б.А. Курс теории вероятностей и математической статистики. М., Наука, 1982 (ИКИ, 2004).
3. Смирнов В.И. Курс высшей математики Т.1-2, С-Пб., БХВ-Петербург, 2008.

Программы математических дисциплин в образовательной области «Геофизика» (УГС 020302)

1.Базовая часть

Дисциплина	Семестр	Трудоем.
Математический анализ	1-3	13
Аналитическая геометрия и высшая алгебра	1	4
Линейная алгебра	2	3

ИТОГО: 20 з.е.

2.Углубленный курс

Дисциплина	Семестр	Трудоем.
Обыкновенные дифференциальные уравнения	3	4
Основы теории функций комплексного переменного	4	3

ИТОГО: 7 з.е.

3.Вариативная часть (5-6 семестры)

Уравнения математической физики **(4 з.е.).**

Интегральные уравнения (**4з.е.)**

Примечание. Основной курс изучается студентами всех специальностей данного направления. В потоке «Геофизика» дополнительно изучаются дисциплины углубленного курса и дисциплины вариативной части в объеме до 35 зачетных единиц по решению вуза.

Дисциплина «Математический анализ»

Множества и операции над ними. Функции.

Множество действительных чисел. Модуль числа.

Окрестности. Бином Ньютона, неравенство Бернулли.

Комплексные числа, их сложение и умножение. Тригонометрическая форма комплексного числа. Теорема Муавра-Лапласа. Корень n-ой степени из комплексного числа.

Верхние и нижние грани. Стягивающиеся отрезки.

Конечные, счётные и несчётные множества.

Предел последовательности. Бесконечно малые последовательности. Арифметические свойства предела. Предельный переход в неравенствах. Предел монотонной ограниченной последовательности. Число e.

Теорема Больцано-Вейерштрасса.

Критерий Коши существования предела последовательности. Предельные точки множества. Эквивалентность определений предела по Коши и по Гейне. Свойства предела функции, бесконечно малые функции. Критерий Коши существования предела функции. Односторонние пределы.

Предел монотонной функции, предел композиции.

Непрерывность, точки разрыва. Свойства непрерывных функций.

Непрерывность элементарных функций. Символы o, O. Вычисление замечательных пределов. Промежуточные значения непрерывной на отрезке функции. Ограниченность непрерывной на отрезке функции. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.

Непрерывность монотонной функции, обратная функция и её непрерывность.

Производная, её основные свойства, дифференцируемость. Производные элементарных функций. Производная обратной функции. Производная сложной функции. Производная функции, заданной параметрически.

Дифференциал. Инвариантность формы первого дифференциала. Геометрический смысл производной и дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков.

Теоремы Ферма, Ролля. Необходимые условия экстремума.

Теоремы Лагранжа и Коши. Связь монотонности и знака производной. Критерий постоянства функции на интервале.

Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.

Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Правила Лопиталя.

Монотонность функции. Достаточные условия экстремума функции.

Выпуклость графика функции.

Общие правила интегрирования: интегрирование по частям, интегрирование подстановкой. Таблица неопределённых интегралов.

Интеграл Римана. Необходимое условие интегрируемости.

Суммы Дарбу и их свойства. Критерий интегрируемости. Классы интегрируемых функций.

Интегрируемость по подотрезкам, аддитивность, линейность . Интегрируемость кусочно непрерывной функции..

Свойства определённого интеграла. Интеграл с переменным верхним пределом. Вычисление определённых интегралов по основной формуле интегрального исчисления (формуле Ньютона-Лейбница).

Приложения интеграла: объём тела. длина дуги кривой и площадь поверхности вращения.

Метрические пространства, пространство R^n. Открытые, замкнутые, компактные множества.

Полные метрические пространства, полнота R^n. Теорема Больцано-Вейерштрасса для компактов метрических пространств.

Функции нескольких переменных, отображения, их пределы и непрерывность.

Дифференцируемость функций нескольких переменных. Частные производные. Достаточные условия дифференцируемости функции.

Дифференциал. Производная сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала.

Касательная плоскость. Производная по направлению. Градиент.

Производные и дифференциалы высших порядков. Равенство смешанных производных.

Формулы Тейлора с остаточными членами в форме Лагранжа и Пеано. Экстремумы функций нескольких переменных. Достаточное условие локального экстремума.

Неявная функция. Уравнения касательной плоскости и нормали к заданной неявно поверхности. Теорема о неявном отображении. Обратное отображение. Матрица Якоби композиции.

Условный экстремум.

Числовые ряды. Критерий Коши сходимости. Свойства сходящихся рядов.

Ряды с неотрицательными членами. Теоремы сравнения. Признаки Даламбера, Коши. Метод выделения главной части.

Абсолютная сходимость. Свойства абсолютно сходящихся рядов.

Условная сходимость. Теорема Лейбница.

Равномерная сходимость функциональной последовательности, ряда, sup-критерий, критерий Коши. Признак Вейерштрасса.

Непрерывность суммы равномерно сходящегося ряда из непрерывных функций. Почленное интегрирование и дифференцирование функциональной последовательности, ряда. Полнота пространства C[a,b].

Несобственные интегралы. Формулы Ньютона- Лейбница, замены переменных и интегрирования по частям. Линейность несобственного интеграла, интегрирование неравенств.

Критерий Коши сходимости несобственных интегралов. Теоремы о сравнении для несобственных интегралов от неотрицательных функций. Интегральный признак Коши сходимости числовых рядов.

Абсолютно сходящиеся интегралы. Условно сходящиеся интегралы.

Признаки Абеля и Дирихле. Главное значение несобственного интеграла.

Степенные ряды. Радиус сходимости. Непрерывность их суммы. Почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Разложение элементарных функций в степенные ряды.

Кратный интеграл Римана по брусу, суммы Дарбу и их свойства.

Критерий Дарбу интегрируемости. Множества меры нуль по Лебегу и их свойства. Критерий Лебега интегрируемости функции на брусе.

Допустимые множества, интеграл Римана по множеству, мера Жордана ограниченного множества. Критерий Лебега интегрируемости на измеримом множестве. Свойства интеграла Римана, интеграл и неравенства. Вычисление кратного интеграла сведением к повторным. Замена переменных в кратном интеграле Римана(без доказательства) . Цилиндрические и сферические координаты. Кратные несобственные интегралы.

Собственные интегралы, зависящие от параметра, их непрерывность, дифференцирование и интегрирование.

Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость. Критерий Коши, признак Вейерштрасса. Непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость по параметру несобственных интегралов. Признаки Абеля и Дирихле

Тригонометрические ряды. Тригонометрические ряды Фурье, их сходимость. Комплексная форма тригонометрического ряда Фурье.

Пространство $L_2(a,b)$. Сходимость в смысле среднего квадратичного

Ортогональные системы функций. Ряды Фурье функций из $L_2(a,b)$.

Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля-Стеклова. Полнота тригонометрической системы функций.

Кривые. Ориентация кривой, касательная к кривой. Поверхности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.

Криволинейный интеграл 1-го и 2-го рода. Физический смысл криволинейного интеграла 2-го рода. Формула Грина. Потенциальные векторные поля.

Площадь поверхности. Поверхностные интегралы 1-го и 2-го рода. Физический смысл поверхностного интеграла 2-го рода. Формула Гаусса- Остроградского. Дивергенция векторного поля и её физический смысл.

Формула Стокса. Ориентация кусочно-гладкой поверхности.

Преобразование Фурье. Эйлеровы интегралы

Составители: проф. Печенцов А.С., доц. Кудрявцев Н.Л.

ДИСЦИПЛИНА «Аналитическая геометрия и высшая алгебра»

<u>Векторная алгебра</u>.

1. Матрицы, операции нал ними. Определители матриц размера 2×2 и 3×3.
2. Векторы и их свойства, линейное пространство свободных векторов.
3. Линейная зависимость и независимость векторов.
4. Базис и размерность линейного пространства свободных векторов. Координаты вектора. Аффинные, декартовы системы координат
5. Проекция вектора на ось. Скалярное произведение векторов, его геометрические и алгебраические свойства, координатная запись.
6. Векторное произведение векторов. Смешанное произведение векторов. Условия коллинеарности, компланарности и ортогональности векторов.

<u>Аналитическая геометрия.</u>

1. Преобразование координат на плоскости и в пространстве.

2. Прямая на плоскости, плоскость в пространстве, прямая в пространстве.

3. Взаимное расположение прямых и плоскостей.

4. Эллипс, гипербола, парабола.

5. Инварианты уравнений линий второго порядка, приведение их уравнений к каноническому виду.

6. Поверхности второго порядка, их классификация, цилиндрические, конические поверхности, поверхности вращения.

<u>Высшая алгебра.</u>

1. Умножение матриц. Свойства определителей n-го порядка.

2. Приведение матрицы к ступенчатому виду элементарными преобразованиями.

3. Ранг матрицы. Базисный минор. Способы вычисления ранга матрицы.

4. Обратная матрица.

5. Решение систем линейных уравнений по правилу Крамера.

6. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Теорема Кронекера -Капелли.

7. Однородные системы, фундаментальная система решений, неоднородные системы.

Дисциплина «Линейная алгебра»

<u>Линейные и унитарные пространства.</u>

1. Линейное пространство, его базис и размерность.

2. Изоморфизм линейных пространств. Переход от одного базиса к другому.

3. Подпространства, линейные оболочки, прямая сумма подпространств.

4. Унитарное пространство. Неравенство Коши-Буняковского. Скалярное произведение. Нормированное пространство.

5. Ортогональные и ортонормированные системы и базисы, ортогонализация.

6. Изоморфизм унитарных пространств.

7. Ортогональное дополнение. Ортогональная проекция не подпространство.

<u>Линейные операторы. Линейные, билинейные и квадратичные формы.</u>

1. Линейные операторы, операции над ними.

2. Образ и ядро линейного оператора.

3. Обратный оператор.

4. Матрица линейного оператора, её изменение при изменении базиса.

5. Собственные векторы и собственные значения, их отыскание.

6. Кратности собственных значений. Базис из собственных значений.

7. Линейные формы(функционалы).

8. Билинейные формы.

9. Квадратичные формы. Приведение к каноническому виду методом Лагранжа.

10. Приведение к каноническому виду методом Якоби.

11. Закон инерции квадратичных форм. Критерий Сильвестра.

ДИСЦИПЛИНА «Обыкновенные дифференциальные уравнения»

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Порядок дифференциального уравнения.

2. Обыкновенные дифференциальные уравнения разрешённые и не разрешённые относительно производной. Поле направлений и интегральные кривые. Ломаные Эйлера, изоклины.

3. Уравнения с разделяюшимися переменными. Квадратуры. Однородные функции и однородные дифференциальные уравнения первого порядка.

4. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка, однородные и неоднородные, вариация постоянной. Уравнение Бернулли, уравнение Риккати, случаи интегрируемости в квадратурах

5. Уравнения в полных дифференциалах.

6. Интегрирующий множитель.

7. Задача Коши для дифференциального уравнения первого порядка, разрешённого относительно производной, существование и единственность решения , сведение к интегральному уравнению, принцип сжимающих отображений.

8. Гладкость решений обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Непрерывная зависимость решения задачи Коши от начальных данных и параметров. Устойчивость по Ляпунову.

9. Уравнения первого порядка, не разрешённые относительно производной, задача Коши.

10. Приёмы интегрирования уравнений первого порядка, не разрешённых относительно производной. Уравнения Лагранжа и Клеро.

11. Особое решение уравнения первого порядка, не разрешённого относительно производной. Особое множество. Дискриминантная кривая, семейство интегральных кривых и его огибающая.

12. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, задача Коши. Уравнения высших порядков, разрешённые относительно старшей производной, понижение порядка.

13. Линейные дифференциальные уравнения. Линейная зависимость системы функций. Размерность пространства решений линейного однородного уравнения.

14. Фундаментальная система решений линейного однородного уравнения. Определитель Вронского.

15. Формула Лиувилля-Остроградского для определителя Вронского фундаментальной системы решений линейного однородного уравнения.

16. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристический многочлен.

17. Уравнения Эйлера.

18. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения, структура его решения. Принцип суперпозиции решений.

19. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами с правой частью – квазимногочленом. Резонансный и нерезонансный случай.

20. Интегрирование линейного неоднородного дифференциального уравнения методом вариации постоянных. Метод Коши нахождения частного решения.

21. Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка. Функция Грина. Задача Штурма-Лиувилля.

22. Система линейных обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Матричная запись. Пространство решений, его размерность и базис.

23. Фундаментальная матрица системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Определитель Вронского. Формула Лиувилля-Остроградского.

24. Система линейных неоднородных обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Структура общего решения, метод вариации постоянных.

25. Экспонента от матрицы. Фундаментальная матрица однородной системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Формула Дюамеля для решения неоднородной системы.

26. Основные понятия теории устойчивости. Точки покоя. Исследование нелинейной системы на устойчивость по первому приближению. Линеаризация.

27. Точки покоя системы двух однородных линейных уравнений с постоянными действительными коэффициентами.

28. Фазовый портрет траекторий системы в окрестности положения равновесия.. Устойчивость типа точки покоя по отношению к малому возмущению.

29. Элементы вариационного исчисления. Функционал, его вариация, экстремум функционала.

30. Уравнение Эйлера для экстремалей.

31. Квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка, характеристическая система, характеристики.

Составитель: проф. Стёпин С.А.

ДИСЦИПЛИНА «Теория функций комплексной переменной»

Предел последовательности комплексных чисел. Ряды с комплексными членами. Сфера Римана. Формула Эйлера. Функции комплексной переменной. Предел и непрерывность.

Комплексная производная. Дифференцируемые функции комплексной переменной.

Геометрический смысл модуля и аргумента комплексной производной.

Голоморфные функции и конформные отображения. Голоморфность и конформность в бесконечно удалённой точке. Производная обратной функции. Дробно-линейные отображения. Степень и радикал, экспонента и логарифм. Тригонометрические функции.

Интеграл от функции комплексной переменной по кусочно-гладкой кривой и его свойства.

Первообразная. Формула Ньютона-Лейбница. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула коши и следствия из неё. Основная теорема алгебры.

Функциональные ряды. Почленное интегрирование рядов. Степенные ряды и их свойства.

Теорема Коши о разложимости голоморфной в круге функции в степенной ряд и следствия из неё. Теорема Лиувилля. Бесконечная дифференцируемость голоморфных функций. Интегральная формула Коши для производных. Теорема Гурса(без док-ва). Связь гармонических и голоморфных функций.

Теорема Вейерштрасса о равномерно сходящихся рядах голоморфных функций. Нули голоморфных функций. Теорема о предельной точке нулей. Теорема единственности для голоморфных функций.

Ряды Лорана. Область сходимости ряда Лорана. Теорема Лорана. Неравенство Коши для коэффициентов ряда Лорана.

1. Изолированные особые точки (конечные и в бесконечности). Теорема Римана. Описание особых точек через главную часть ряда Лорана.

2. Вычеты. Теорема Коши о вычетах. Формулы для вычисления вычетов в полюсах. Вычет в бесконечности. Теорема Коши о вычетах для неограниченных областей. Теорема о сумме вычетов.

3. Лемма Жордана. Вычисление интегралов с помощью вычетов.

Составители: проф. Печенцов А.С., доц. Кудрявцев Н.Л.

ДИСЦИПЛИНА «Уравнения математической физики»

1. **Классификация и основные задачи уравнений математической физики** Классификация и характеристическая форма дифференциальных уравнений с частными производными 2-го порядка в случае n независимых переменных. Характеристики. Классификация и приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений с частными производными 2-го порядка в случае 2 независимых переменных. Вывод уравнений малых колебаний струны. Основные задачи уравнений гиперболического типа в многомерном случае. Вывод

уравнения теплопроводности в одномерном случае и основные задачи. Основные задачи для многомерного уравнения теплопроводности и диффузии. Основные задачи для стационарных уравнений. Внешние и внутренние задачи.

2. **Дополнительные сведения о рядах, преобразовании Фурье и обыкновенным дифференциальным уравнениям** Ряды Фурье, спектр сигнала. Аналог ряда Фурье в многомерном пространстве, в бесконечномерном пространстве.

   Преобразование Фурье, преобразование Фурье от производной. Свёртка.

   Множители Лагранжа для уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Корректность задачи по Адамару. Метод Дюамеля решения задачи Коши для неоднородного дифференциального уравнения. Краевые задачи. Задача Дирихле. Задача Неймана. Функция Грина.

   Задача на собственные значения. Задача Штурма-Лиувилля.
3. **Метод Фурье решения уравнений математической физики**. **Преобразование Фурье** Метод Фурье в случае струны с закреплёнными концами. Метод Фурье для уравнения теплопроводности. Метод Фурье для уравнения Лапласа. Метод преобразования Фурье для однородного уравнения колебаний струны , для уравнения теплопроводности.

4. **Уравнения эллиптического типа**. Уравнение Лапласа, Формула Грина. Гармонические функции. Задачи Дирихле и их решение с помощью функций Грина.

5. **Теория потенциала**. Потенциал простого слоя, двойного слоя. Задача Неймана.

6. **Волновое уравнение**. Задача Коши, формула Даламбера, формула Кирхгофа. Принцип Гюйгенса. Формула Пуассона. Метод Дюамеля. Задачи Гурса и Дарбу.

7. **Уравнение параболического типа. Некорректные задачи.** Принцип экстремума для уравнения теплопроводности. Формула Пуассона. Решение задачи Коши-Дирихле для неоднородного уравнения теплопроводности. Некорректные задачи уравнений математической физики.

Составитель: проф. Прилепко А.И.

Дисциплина «Интегральные уравнения»

Ряды Фурье и специальные функции

1. Ряды Фурье в n-мерном пространстве. Сигнал, спектры сигнала, энергия сигналов.

2. Задача Штурма –Лиувилля в n-мерном пространстве.

3. Задача Штурма –Лиувилля (обычный случай, особый случай).

4. Простейшие специальные функции. Полиномы Лежандра, Чебышёва-Эрмита, Чебышева- Лагерра.

5. Уравнение Бесселя. Задача Штурма-Лиувилля для уравнения Бесселя. Ряды Фурье-Бесселя.

6. Задача Штурма –Лиувилля в n-мерном пространстве для уравнений эллиптического типа.

7. Колебание мембраны.

8. Задача Штурма –Лиувилля для получения кратных тригонометрических рядов Фурье.

9. Метод Фурье разделения переменных для уравнений эллиптического типа для задачи Штурма –Лиувилля в n-мерном пространстве.

10. Задача Штурма –Лиувилля для круга.

11. Задача Штурма –Лиувилля для шара. Полиномы Лежандра. Уравнение сферических функций.

12. Сферические функции как собственные функции задачи Штурма-Лиувилля.

13. Сферические функции в n-мерном пространстве, метод разделения переменных, ряды Фурье по сферическим функциям.

Аналитическая теория дифференциальных уравнений. Асимптотика. Асимптотические ряды

1. Ряды Лорана, вычеты. Аналитическое продолжение. Многозначные функции. Ветви.

2. Перемножение рядов. Метод Фробениуса.

3. Регулярные особые точки. Метод Фробениуса нахождения двух линейно независимых решений.

4. Интегральное представление полиномов Лежандра и его производящие функции. Решение уцравнения Бесселя методом Фробениуса, Производящая функция и интегральное представление.

5. Асимптотические ряды, их свойства.

6. Колеблющиеся и неколеблющиеся решения обыкновенного дифференциального уравнения 2-го порядка и их асимптотика. Асимптотика функций Бесселя.

7. Теоремы Вейерштрасса о рядах аналитических функций.

8. Интегралы от параметра в комплексной плоскости.

9. Несобственные интегралы от параметра в комплексной плоскости.

Ряды Фурье. Преобразования Фурье и Лапласа

1. Ряды Фурье. Дискретные спектры.
2. Преобразование Фурье. Непрерывные спектры.
3. Определение оригинала и изображения по Лапласу.
4. Формула обращения преобразования Лапласа.
5. Свойства преобразования Лапласа.
6. Свёртка оригиналов, образ Лапласа от свёртки.

Обобщённые функции (распределения) и их преобразования Фурье

1. Регулярные и сингулярные обобщённые функции.
2. Дельта-функция. Дифференцирование и сходимость обобщённых функций.
3. Пространство быстро убывающих функций, пространство медленно растущих обобщённых функций , преобразования Фурье в них.
4. Свёртка.

Физически реализуемые сигналы. Сигналы с конечным спектром

1. Сигналы с конечным спектром. Теорема Пели-Винера.
2. Теорема Котельникова для передачи сигналов с конечным спектром.
3. Понятие о фильтрации неслучайных сигналов.
4. Дискретное и быстрое преобразования Фурье.
5. Физически реализуемые сигналы.
6. Теорема Пели-Винера в вещественной области.
7. Преобразование Гильберта.
8. Z-преобразование.
9. Применения преобразований Фурье и Лапласа физически реализуемых сигналов.
10. Взаимнокорреляционные и автокорреляционные функции.
11. Понятие системы передачи сигналов.

Случайные процессы. Интегральные уравнения

4. Случайные процессы. Взаимнокорреляционные и автокорреляционные функции по времени.
5. Спектральные плотности взаимнокорреляционных и автокорреляционных функций.

6. Фильтр Калмана- Бьюси.
7. Уравнения Винера-Хопфа.
8. Понятие об интегральных уравнениях Вольтерра, Фредгольма, Абеля и Радона.

Составитель проф. Прилепко А.И.

ЛИТЕРАТУРА

Основная

69. Бараненков Г.С., Демидович Б.П. и др. *Задачи и упражнения по математическому анализу для втузов* (под ред. Демидовича Б.П.) — М.: изд. Аст: Астрель, 2003.
70. Бицадзе А.В., Калиниченко Д.Ф. Сборник задач по уравнениям математической физики. М., Наука, 1985 (Альянс, 2007).
71. Бугров Я.С., Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. М., Наука, 1984 (Дрофа, 2006).
72. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальное и интегральное исчисление. М., Наука, 1988 (Дрофа, 2007).
73. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. ФКП. М., Наука, 1985 (Дрофа, 2005).
74. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика: Задачник. М., Наука, 1982. (Физматлит, 2001).
75. Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физике. — М.:ФИЗМАТЛИТ, 2003(серия “Классический университетский учебник”).
76. Бутузов В.Ф., Крутицкая Н.Ч., Медведев Г.Н., Шишкин А.А. Математический анализ в вопросах и задачах. М., Наука, Физматлит, 2001.
77. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики: учебник для вузов, М., Наука, 2000.
78. Владимиров К.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики: задачник для вузов, М., Наука, 2000.
79. Воеводин В.В. Линейная алгебра. М., Наука, 1980 (Лань, 2008).
80. Гусак А.А. Высшая математика. Т. 1,2. — Минск: изд. ТетраСистемс, 2008.
81. Головина Л.И. Линейная алгебра и некоторые ее приложения, М., Наука, 1979.
82. Б.П. Демидович, В.П. Моденов, Дифференциальные уравнения. С.П-б.: «Иван Фёдоров», 2003
83. Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.
84. Ильин В.А., Куркина А.В. Высшая математика. — М.: Проспект: изд. МГУ, 2004 (серия “Классический университетский учебник”).
85. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия: Учебник для вузов. М. Физматлит, 2007.
86. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра: Учебник для вузов. М. Физматлит, 2007.

87. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. Профессия: Спб, 2005
88. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. т. 1, 2. Альфа, 1998 (Физматлит, 2005).
89. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Т.1 Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М., Физматлит, 2003.
90. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Т. 2. Интегралы. Ряды. М., Физматлит, 2003.
91. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Т. 3. Функции нескольких переменных. М., Физматлит, 2003.
92. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001.
93. Пикулин В.П., Похожаев С.И. Практический курс по уравнениям математической физики. М., Наука, 1995.
94. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. Высшая школа,1999
95. Привалов И.И. Аналитическая геометрия. Лань, 2008
96. Сборник задач по математике для втузов. Под ред. Ефимова А.В., Поспелова А.С. М., Физматлит, ч.1-4, 2001 – 2004.
97. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексного переменного. М., Наука, 1999 (Физматлит, 2001). (ФИЗМАТЛИТ, 2004).
98. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М., Наука, 1993, М.: Изд-во МГУ, 2004(серия “Классический университетский учебник”).
99. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. Лань, 2007
100. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М., Эдиториал УРСС, 2000.

Дополнительная

Архипов Г.И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу. М., Высшая школа, 1999.

Александров П.С., Лекции по аналитической геометрии, М.-С-Пб., Лань, 2008.

Баврин И.И. Краткий курс высшей математики. М.: ФИЗМАТЛИТ,2003.

Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. Учебник для вузов. М., Физматлит, 2007.

Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чурбанов И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. М., Наука, 1987.

Васильева А.Б., Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Дифференциальные уравнения. М., Физматлит, 2005.

Волковыский Л.И., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. сборник задач по теории функций комплексного переменного. М., Физматлит, 2002.

Высшая математика. Специальные главы (Методы линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей, математической статистики) под редакцией Розановой С.А. , М., Физматлит, 2008.

Зорич В.А. Математический анализ. т.1, 1997, т.2, 1998 (МЦНМО, 2007).

Ибрагимов Н.Х. Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования. Н-Н. Изд-во НГУ им. Н.И. Лобачевского, 2007.

Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. М., Наука, Ч. 1, 1980, Ч. 2, 1982 (Физматлит, 2008).

Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл.Х. Математический анализ. М., Наука, 1998.

Колмогоров А.И., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М., Наука, 1981.

Краснов М.Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М., Высшая школа, 1983.

Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. М., Высшая школа, т. 1,2, 1998,т. 3, 1999 (Дрофа, 2003).

Наумов В.А. Руководство к решению задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. М., Наука, 1993.

Никольский С.М. Курс математического анализа, М., Т. 1, 2, Физматлит, 2001

Петрова В.Т. Лекции по алгебре и геометрии. Т.1 и 2. М.: Владос, 1999.

4. Смирнов В.И. Курс высшей математики Т.1-2, С-Пб., БХВ-Петербург, 2008.

Программы математических дисциплин в образовательной области «Почвоведение» (УГС 020700,020701), «Экология» (УГС 020801)

1.Базовая часть

Дисциплина	Семестр	Трудоем.
Высшая математика	1-2	14

ИТОГО: **14 з.е.**

2.Вариативная часть

Элементы уравнений математической физики **(3з.е.)**

Примечание. Основной курс изучается студентами всех специальностей данного направления. В вузах, или потоках, дающих углубленную математическую подготовку, дополнительно изучаются дисциплины углубленного курса и дисциплины вариативной части в объеме до 24 зачетных единиц по решению вуза.

Дисциплина “Высшая математика»

1.Определители и системы линейных уравнений. Определители второго и третьего порядков, их свойства. Понятие об определителях **n**-го порядка. Решение систем линейных уравнений с помощью определителей.

2. Векторная алгебра и аналитическая геометрия. Декартовы координаты на плоскости и в пространстве. Векторы. Линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось, теоремы о проекциях. Координаты и длина вектора. Разложение вектора по ортам. Скалярное произведение векторов и его свойства. Векторное произведение векторов и его свойства. Смешанное произведение трех векторов и его геометрический смысл.

Плоскость в пространстве. Угол между плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей. Расстояние от точки до плоскости. Прямая в пространстве. угол между прямой и плоскостью. Прямая на плоскости. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Расстояние от точки до прямой.

Кривые второго порядка на плоскости. Окружность. Канонические уравнения эллипса, гиперболы и параболы.

Понятие о полярной системе координат. Связь между декартовыми и полярными координатами.

3. Комплексные числа. Понятие комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия с комплекными числами. Решение квадратных уравнений.

4. Теория пределов функций одной переменной. Понятие функции. Простейшие функции и их графики. Предел функции в точке. Единственность предела. Локальная ограниченность функции, имеющей предел. Бесконечно малые функции и их свойства. Свойства функции, имеющей ненулевой предел. Теоремы о пределе суммы, разности, произведения и частного двух функций, имеющих предел. Переход к пределу в неравенствах. Теорема о пределе «зажатой» функции. Первый замечательный предел. Предел функции при $x \to +\infty$, $x \to -\infty$, $x \to \infty$. Односторонние пределы. Теорема о связи предела функции и односторонних пределов. Предел последовательности. Теорема осуществовании предела неубывающей и ограниченной сверху последовательности. Число “е”. Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва. Локальные свойства непрерывных функций. Теоремы о пределе и непрерывности сложной функции. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Эквивалентные функции. Таблица эквивалентных функций.

5. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. Производная, ее геометрический и физический смысл. Дифференциал функции. Непрерывность дифференцируемой функции. Теоремы о производной суммы, разности, произведения и частного двух функций. Производная сложной функции. Производная обратной функции. Таблица производных. Локальный экстремум функции. Необходимое условие локального экстремума. Теорема Лагранжа о конечном приращении функции и ее следствия. Условия возрастания (убывания) функции на промежутке. Правила Лопиталя вычисления пределов частного двух функций. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для многочлена. Формула Тейлора для функции. Достаточные условия локального экстремума функции. Выпуклость вверз (вниз) графика функции, достаточные условия. Точки перегиба.

6. Интегральное исчисление функций одной переменной. Понятие первообразной функции и неопределенного интеграла. Правила интегрирования. Таблица неопределенных интегралов. Определенный интеграл Римана. Необходимое условие интегрируемости. Достаточные условия интегрируемости. Простейшие свойства определенного интеграла. Теорема о среднем для определенного интеграла. Непрерывность и дифференцируемость интеграла с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Замене переменных и интегрирование по частям в определенном интеграле. Понятие о несобственных интегралах. Приложения определенного интеграла.

7.Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. Понятие функции нескольких переменных. Предел, непрерывность, частные производные первого порядка. Дифференцируемость функции нескольких переменных в точке. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости. Дифференциал функции. Правила вычисления частных производных сложных функций. Производная по направлению и градиент функции. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Локальные экстремумы функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия локального экстремума. Метод наименьших квадратов для вывода эмпирических формул.

8. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Основные понятия: порядок дифференциального уравнения, общее и частное решения. Простейшие уравнения первого порядка (с разделяющимися переменными, однородные, линейные). Однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

9.Ряды. Числовые ряды. Необходимое условие сходимости числового ряда. Признаки сходимости числовых рядов. Абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды. Понятие функционального ряда и его области сходимости. Степенные ряды. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Ряд Тейлора бесконечно дифференцируемой функции. Разложение в ряд Тейлора основных элементарных функций. Ряды Фурье. Разложение в ряд Фурье кусочно-дифференцируемой функции.

Вариативная часть

10.Уравнения математической физики. Вывод уравнения теплопроводности и решение первой краевой задачи для стержня методом разделения переменных. Температурные волны в почве. Три закона Фурье.Уравнение теплопроводности в пространстве. Уравнение Лапласа. Задача Дирихле.

Составитель- доц. А.И. Камзолов (МГУ им. М.В. Ломоносова)

Рекомендуемая литература:

Основная

1. Бараненков Г.С., Демидович Б.П. и др. Задачи и упражнения по математическому анализу для втузов (под ред. Демидовича Б.П.) — М.: изд. Аст: Астрель, 2003.
2. Бицадзе А.В., Калиниченко Д.Ф. Сборник задач по уравнениям математической физики. М., Наука, 1985 (Альянс, 2007).
3. Бугров Я.С., Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. М., Наука, 1984 (Дрофа, 2006).
4. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальное и интегральное исчисление. М., Наука, 1988 (Дрофа, 2007).
5. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. ФКП. М., Наука, 1985 (Дрофа, 2005).
6. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика: Задачник. М., Наука, 1982. (Физматлит, 2001).
7. Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. *Сборник задач по математической физике.* — М.:ФИЗМАТЛИТ, 2003(серия “Классический университетский учебник”).
8. Бутузов В.Ф., Крутицкая Н.Ч., Медведев Г.Н., Шишкин А.А. Математический анализ в вопросах и задачах. М., Наука, Физматлит, 2001.
9. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики: учебник для вузов, М., Наука, 2000.
10. Владимиров К.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики: задачник для вузов, М., Наука, 2000.
11. Воеводин В.В. Линейная алгебра. М., Наука, 1980 (Лань, 2008).
12. Гусак А.А. *Высшая математика.* Т. 1,2. — Минск: изд. ТетраСистемс, 2008.
13. Головина Л.И. Линейная алгебра и некоторые ее приложения, М., Наука, 1979.

14. Б.П. Демидович, В.П. Моденов, *Дифференциальные уравнения.* С.П-б.: «Иван Фёдоров», 2003
15. Ефимов Н.В. *Краткий курс аналитической геометрии.* — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.
16. Ильин В.А., Куркина А.В. *Высшая математика.* — М.: Проспект: изд. МГУ, 2004 (серия "Классический университетский учебник").
17. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия: Учебник для вузов. М. Физматлит, 2007.
18. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра: Учебник для вузов. М. Физматлит, 2007.
19. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. Профессия: Спб, 2005
20. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. т. 1, 2. Альфа, 1998 (Физматлит, 2005).
21. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Т.1 Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М., Физматлит, 2003.
22. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Т. 2. Интегралы. Ряды. М., Физматлит, 2003.
23. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Т. 3. Функции нескольких переменных. М., Физматлит, 2003.
24. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике. — М.: Физматлит 2001.
25. Пикулин В.П., Похожаев С.И. Практический курс по уравнениям математической физики. М., Наука, 1995.
26. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. Высшая школа,1999
27. Привалов И.И. Аналитическая геометрия. Лань, 2008
28. Сборник задач по математике для втузов. Под ред. Ефимова А.В., Поспелова А.С. М., Физматлит, ч.1-4, 2001 – 2004.
29. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексного переменного. М., Наука, 1999 (Физматлит, 2001). (ФИЗМАТЛИТ, 2004).
30. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М., Наука, 1993, М.: Изд-во МГУ, 2004(серия "Классический университетский учебник").
31. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. Лань, 2007
32. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М., Эдиториал УРСС, 2000.

Программы математических дисциплин в образовательной области «Химия» (УГС 020100, 020101)

1. Базовая часть

Дисциплина	Семестр	Трудоем.
Аналитическая геометрия	1	3
Математический анализ	1-4	8

Линейная алгебра	2	3
Теория вероятностей	3	2
Элементы прикладной математической статистики	4	1
Уравнения математической физики	4	2

ИТОГО: **19 з.е.**

2.Углубленный курс

Дисциплина	Семестр	Трудоем.
Аналитическая геометрия	1	4
Математический анализ	1-4	12,5
Дифференциальные уравнения	3	2,5
Линейная алгебра	2	3
Теория вероятностей	4	4

ИТОГО: **26 з.е.**

3.Вариативная часть

Методы математической физики **(3 з.е.).**

Примечание. Основной курс изучается студентами всех специальностей данного направления. В вузах, дающих углубленную математическую подготовку, дополнительно изучаются дисциплины углубленного курса и дисциплины вариативной части в объеме до 29 зачетных единиц по решению вуза.

Дисциплина «Аналитическая геометрия»

1. ВЕКТОРЫ НА ПЛОСКОСТИ И В ПРОСТРАНСТВЕ

Векторы, их координаты. Линейные операции над векторами.

Скалярное произведение векторов, его координатное выражение. Векторное произведение векторов, его координатное выражение. Смешанное произведение векторов, его координатное выражение.

2. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ НА ПЛОСКОСТИ

Прямая на плоскости, уравнение прямой на плоскости с угловым коэффициентом; уравнение прямой в отрезках.

Нормальное уравнение прямой, расстояние от точки до прямой.

Взаимное расположение двух прямых, угол между прямыми.

Линии второго порядка: эллипс, гипербола, парабола. Вывод их канонических уравнений и исследование формы. Вырожденные кривые второго порядка. Приведение общего уравнения второго порядка к каноническому виду.

3. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ

Плоскость в пространстве. Уравнение плоскости в отрезках.

Нормальное уравнение плоскости, расстояние от точки до плоскости.

Прямая в пространстве. Канонические и параметрические уравнения прямой.

Взаимное расположение двух плоскостей, плоскости и прямой, двух прямых в пространстве.

Поверхности второго порядка: эллипсоид и гиперболоиды, параболоиды, конус и цилиндры.

Дисциплина « Математический анализ» (курсивом выделены части, относящиеся к только к углублённому курсу)

1. ВВЕДЕНИЕ В АНАЛИЗ И ТЕОРИЯ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Элементы компьютерной математики: Множества и операции над ними.
Декартово произведение множеств, бинарные отношения. Отображения и их свойства.
Множество действительных чисел. Элементы конечной арифметики . Аксиома отделимости. Приближённые вычисления. Верхние и нижние грани. Стягивающиеся отрезки. Предельные точки.

2. ТЕОРИЯ ПРЕДЕЛОВ, НЕПРЕРЫВНОСТЬ ФУНКЦИИ ОДНОГО ПЕРЕМЕННОГО

Предел последовательности, предел функции. Бесконечно малые. Арифметические свойства предела. Предельный переход в неравенствах. Вычисление $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}$.Предел монотонной ограниченной функции. Число e.
Критерий Коши существования предела последовательности, предела функции. Непрерывность, точки разрыва. Свойства непрерывных функций.
Непрерывность элементарных функций. Символы o, O. Вычисление пределов $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x}, \lim\limits_{x\to 0}\frac{a^x-1}{x}, \lim\limits_{x\to 0}\frac{(1+x)^{\mu}-1}{x}$.

Промежуточные значения непрерывной на отрезке функции. Ограниченность непрерывной на отрезке функции. *Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.*

3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОГО ПЕРЕМЕННОГО

Производная, её естественнонаучный смысл и основные свойства. Производные элементарных функций. Производная обратной функции. Производная сложной функции. Производная функции, заданной параметрически.

Дифференциал. Инвариантность формы первого дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков.

Теоремы Ферма, Ролля. Необходимые условия экстремума.
Теоремы Лагранжа и Коши. Критерий постоянства функции на интервале.

Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.

Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Разложения функций $e^x, \sin x, \cos x, \ln(1+x), (1+x)^{\mu}$ по формулам Тейлора.

Правила Лопиталя.

Монотонность функции. Достаточные условия экстремума функции.

Выпуклость графика функции. *Построение графика изотермы газа Ван –дер- Ваальса. Построение графика межмолекуляроного потенциала Леннард-Джонса.*

4. НЕОПРЕДЕЛЁННЫЙ ИНТЕГРАЛ

Общие правила интегрирования: интегрирование по частям, интегрирование подстановкой.
Интегрирование рациональных функций. Тримолекулярная реакция.
Интегрирование некоторых иррациональных функций и некоторых тригонометрических функций.

5. ОПРЕДЕЛЁННЫЙ ИНТЕГРАЛ

Задача о площади плоской фигуры. Определённый интеграл.

Суммы Дарбу и их свойства.Критерий интегрируемости. Интегрируемость монотонной функции. Интегрируемость непрерывной функции.

Свойства определённого интеграла. Интеграл с переменным верхним пределом. Вычисление определённых интегралов по основной формуле интегрального исчисления (формуле Ньютона-Лейбница).

Приложения интеграла: объём тела. длина дуги кривой и площадь поверхности вращения.

Несобственные интегралы и обобщение понятия площади плоской фигуры. Сходимость интегралов $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^p}, \int_0^1 \frac{dx}{x^q}$.Теоремы о сравнении для несобственных интегралов от неотрицательных функций.

Абсолютно сходящиеся интегралы. Условно сходящиеся интегралы.

Формулы приближённого интегрирования.

6. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

Пространство R^n. Открытые, замкнутые, компактные множества в нём. Функции, отображения, их пределы и непрерывность.

Дифференцируемость функций нескольких переменных. Частные производные. Достаточные условия дифференцируемости функции.

Дифференциал. Производная сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала.

Касательная плоскость. Производная по направлению. Градиент.

Производные и дифференциалы высших порядков.

Формулы Тейлора. Экстремумы функций нескольких переменных.

Неявная функция. *Система неявных функций(без док-ва)*

Условный экстремум. *Приложения теории условного экстремума к задачам статистической термодинамики.*

7. ЧИСЛОВЫЕ РЯДЫ

Числовые ряды. Критерий Коши сходимости. Свойства сходящихся рядов.

Ряды с неотрицательными членами. Теоремы сравнения. Признаки Даламбера, Коши. Признаки Раабе, Гаусса (без доказательства).

Интегральный признак сходимости. Сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} 1/n^p$.

Абсолютная сходимость. Свойства абсолютно сходящихся рядов.

Условная сходимость. Теорема Лейбница. Теорема Римана.

8. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ И РЯДЫ

Равномерная сходимость функциональной последовательности, ряда. Признак Вейерштрасса. Признаки Абеля и Дирихле.

Непрерывность суммы равномерно сходящегося ряда из непрерывных функций. Почленное интегрирование и дифференцирование функциональной последовательности, ряда.

9. *ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ИНТЕГРАЛОВ, ЗАВИСЯЩИХ ОТ ПАРАМЕТРА (Относится к части «углублённый курс»)*

Собственные интегралы, зависящие от параметра, их непрерывность, дифференцирование и интегрирование.

Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость.Критерий Коши. Признаки Вейерштрасса, Дини, Абеля, Дирихле равномерной сходимости. Непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость по параметру несобственных интегралов.

Интегралы Дирихле и Пуассона. Эйлеровы интегралы. Формула Стирлинга.

10. СТЕПЕННЫЕ РЯДЫ

Степенные ряды. Радиус сходимости. Непрерывность их суммы. Почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Разложение элементарных функций в степенные ряды.

11. РЯДЫ ФУРЬЕ (возможно изложение в курсе уравнений математической физики)

Ортогональные системы функций. Обобщённые ряды Фурье.
Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя. *Равенство Ляпунова-Парсеваля, замкнутость и полнота.*
Понятие полноты и замкнутости ортогональной системы функций. Тригонометрическая система функций и тригонометрические ряды Фурье. Теорема о сходимости (без док-ва) *Ядро Дирихле, лемма Римана и признак Дини сходимости ряда Фурье в точке*. *Принцип локализации Римана*. Ряды Фурье чётных и нечётных функций. Комплексная форма тригонометрического ряда Фурье. *Теоремы Вейерштрасса о приближении функций. Преобразование Фурье.*

Части 12-14 можно излагать в виде отдельного курса

12. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

Дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнение
$y' = f(x,y)$.Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши(без док-ва). Уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения. Уравнения вида $y' = f\left({ax+by+c}\big/{kx+ly+m} \right)$.

Линейное дифференциальное уравнение первого порядка. Уравнение Бернулли.

Уравнения, не разрешённые относительно производной. Уравнение Лагранжа, уравнение Клеро. Особые точки, особые решения.

13. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ $n-$ ГО ПОРЯДКА

Дифференциальные уравнения $n-$ го порядка. Задача Коши для
уравнения $y^{(n)} = f(x, y, y',..., y^{(n-1)})$. Понижение порядка дифференциального уравнения.

14. ЛИНЕЙНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ $n-$ ГО ПОРЯДКА

Линейные дифференциальные уравнения $n-$ го порядка. Свойства
линейного однородного дифференциального уравнения $n-$ го порядка.
Линейная зависимость функций. Определитель Вронского.
Фундаментальная система решений линейного однородного дифференциального уравнения $n-$ го порядка.
Линейные неоднородные дифференциальные уравнения $n-$ го порядка. Принцип суперпозиции решений. Метод вариации постоянных.
Линейное однородное дифференциальное уравнение $n-$ го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Общее решение. Метод неопределённых коэффициентов для нахождения частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения $n-$ го порядка с постоянными коэффициентами.

15. ДВОЙНОЙ И ТРОЙНОЙ ИНТЕГРАЛ

Двойной и тройной интеграл, его основные свойства. Вычисление двойного интеграла. Двойной интеграл в полярных координатах. Вычисление интеграла
$\int_0^{+\infty} e^{-x^2} dx$.

Тройной интеграл, его основные свойства. Вычисление тройного интеграла. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах. Общая формула замены переменных в двойном и тройном интеграле. Несобственные двойные и тройные интегралы.

Мера Жордана в $\mathbb{R}^n$. Кратный интеграл Римана. Множества меры нуль в $\mathbb{R}^n$. Критерий интегрируемости Лебега. Теорема Фубини и её следствия. Замена переменных в кратном интеграле.

16. КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ

Криволинейный интеграл 1-го типа. Задача о массе дуги кривой.
Криволинейный интеграл 2-го типа. Задача о работе силы.
Формула Грина . Условия независимости криволинейного интеграла от формы пути на плоскости. Признак полного дифференциала на плоскости

17. ПОВЕРХНОСТНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ

Площадь поверхности, заданной явным уравнением. Интегралы по поверхности 1-го типа. Задача о массе поверхности.

Двусторонние поверхности. Интегралы по поверхности 2-го типа. Поток вектора через поверхность.

Формула Остроградского. Её векторная запись.

Формула Стокса. Её векторная запись.

Элементы теории поля: скалярные и векторные поля, определение и основные свойства градиента скалярного поля, потока, дивергенции, циркуляции и вихря векторного поля. Соленоидальное поле. Векторная трубка в нём. Потенциальное поле.

Дифференциальные формы, замена переменных в дифференциальных формах. Внешние дифференциалы дифференциальных форм. Интегралы от дифференциальных форм. Общая формула Стокса в $\mathbb{R}^n$.

Дисциплина «Линейная алгебра»

1. СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Системы линейных уравнений, их запись в матричной форме.

Матрицы. Линейные операции над ними. Умножение матриц.

Определители и их свойства.Разложение определителя по строке(столбцу). Обратная матрица. Правило Крамера. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса.

2. ВЕКТОРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА

Определение векторного пространства(над действительными числами).

Примеры векторных пространств. Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Размерность и базис векторного пространства. Координаты вектора в заданном базисе. Изменение координат вектора при переходе к новому базису. Подпространство векторного пространства.

Система линейных однородных уравнений. Ранг матрицы. Подпространство решений линейной однородной системы, его размерность и базис.

Система линейных неоднородных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Структура множества решений системы. Принцип суперпозиции решений.

3. ЕВКЛИДОВО ПРОСТРАНСТВО

Евклидово пространство. Свойства скалярного произведения. Ортогональный базис. Процесс ортогонализации Гильберта-Шмидта. Определитель Грама. *Унитарное пространство.*

4. КВАДРАТИЧНЫЕ ФОРМЫ

Линейные и билинейные функции. Квадратичные формы, их матрицы.
Приведение квадратичной формы методом Лагранжа*, методом Якоби.*
Закон инерции. Критерий Сильвестра знакоопределённости квадратичной формы.

5. ЛИНЕЙНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Линейные преобразования, их матрицы. Собственные значения, собственные векторы. Характеристический многочлен. *Жорданова форма матрицы.*

6. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА

Комплексные числа, их сложение и умножение. Тригонометрическая форма комплексного числа. Теорема Муавра-Лапласа. *Основная теорема алгебры.*

7. ГРУППЫ

Группы, примеры групп. Конечные группы, теорема Лагранжа. Нормальная подгруппа, факторгруппа, гомоморфизм групп.

Линейные представления групп, конечные группы вращений трёхмерного пространства вокруг неподвижной точки, циклические группы, диэдральные группы, группы вращений правильных многогранников.

Граф, соответствующий группе (диаграмма Кэли). Молекулярные графы, их матрицы смежности, инцидентности и расстояний. Изоморфизм графов. Инварианты молекулярного графа: спектр, диаметр, индексы Гутмана и Рандича.

Составители: доц. Ю.Н. Макаров, проф. В.Г. Чирский (МГУ им. М.В. Ломоносова)

Дисциплина «Дифференциальные уравнения»(углублённый курс)

1. ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Дифференциальные уравнения первого порядка. Изоклины. Задача Коши. Связь интегрального уравнения с дифференциальным.Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Основные классы уравнений, интегрируемых в квадратурах.

Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши. Понятие о краевых задачах для дифференциальных уравнений. Уравнения, допускающие понижение порядка.

2. ЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ И СИСТЕМЫ

Линейные дифференциальные уравнения: однородные и неоднородные. Общее решение. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского, формула Лиувилля. Метод Лагранжа вариации постоянных. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Уравнения с правой частью специального вида. Операционный метод.

Нормальная система дифференциальных уравнений. Векторная запись нормальной системы. Задача Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

3. КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ, ОСОБЫЕ ТОЧКИ И УСТОЙЧИВОСТЬ

Краевые задачи. Теорема об альтернативе. Существование функции Грина. Задача Штурма-Лиувилля. Устойчивость и асимптотическая устойчивость. Особые точки линейных систем, их классификация. Уравнение Бесселя порядка m.

4. ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Преобразование Лапласа, преобразование Фурье. Интегральные преобразования для решения дифференциальных уравнений.

Составитель: доцент Козко А.И. (МГУ им. М.В. Ломоносова)

ДИСЦИПЛИНА «Уравнения математической физики»

Линейные уравнения второго порядка, их характеристики. Классификация уравнений, канонический вид уравнений.

Понятие корректности задачи. Корректные постановки задач для гиперболических, параболических и эллиптических уравнений.

Формула Даламбера решения задачи Коши для одномерного волнового уравнения, корректность задачи Коши.

Вывод уравнения диффузии. Решение задач методом Фурье для одномерного уравнения диффузии.

Принцип максимума для уравнения диффузии. Единственность решения первой краевой задачи.

Закон сохранения энергии для одномерного гиперболического уравнения. Единственность решения смешанной задачи.

Решение краевых задач методом Фурье для гиперболического уравнения.

Уравнение Лапласа в декартовых и цилиндрических координатах. Принцип максимума для гармонических функций. Единственность и непрерывная зависимость решения задачи Дирихле.

Решение задачи Дирихле для круга интеграл Пуассона. Теорема о среднем значении для гармонических функций.

Ортогональные системы функций. Обобщённые ряды Фурье.

Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя.

Понятие полноты и замкнутости ортогональной системы функций. Тригонометрическая система функций и тригонометрические ряды Фурье. Теорема о сходимости (без док-ва). Ряды Фурье чётных и нечётных функций. Комплексная форма тригонометрического ряда Фурье. (*Возможно изложение в курсе математического анализа*)

Задача Штурма-Лиувилля о собственных значениях. Свойства собственных значений и собственных функций(простота спектра, его вещественность, неотрицательность, счётность, ортогональность системы собственных функций, полнота, формулировка теоремы В.А. Стеклова о разложении в ряд Фурье по собственным функциям)

Уравнение Бесселя.

Стационарная диффузия в полубесконечной трубке. Первая и вторая краевые задачи.

Интегральная формула Фурье. Преобразование Фурье и его свойства(линейность, преобразование Фурье от производной).

Решение задачи Коши для уравнения диффузии методом преобразования Фурье.

Составители: доц. Соболева Е.С.,доц. Фатеева Г.М. (МГУ им. М.В. Ломоносова)

Программа дисциплины методы математической физики состоит из двух программ: дисциплины «Уравнения математической физики» и дисциплины «Теория функций комплексной переменной», приводимой ниже.

Дисциплина «Теория функций комплексной переменной»

Поле комплексных чисел и операции в нём. Предел и непрерывность функции комплексного переменного.

Топология поля комплексных чисел. Глобальные свойства непрерывных функций.

Дифференцируемость функции комплексного переменного. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Основные элементарные функции. Дробно – линейные отображения. Конформные отображения.

Интеграл от функции комплексного переменного. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши. Теорема Лиувилля о целых функциях. Принцип максимума модуля, теорема о среднем. Аналитичность дифференцируемой функции.

Ряд Лорана. Аналитичность суммы ряда Лорана в кольце сходимости. Основная теорема о вычетах. Применение теоремы о вычетах к вычислению интегралов.

Составитель: доц. А.В. Субботин(МГУ им. М.В. Ломоносова)

Дисциплина «Теория вероятностей»

Теория вероятностей как математическая наука, изучающая математические модели реальных случайных явлений. Статистическая устойчивость частот. Применение вероятностно- статистических методов в химии. Вероятностное пространство. Правила действий со случайными событиями. Аксиоматика А.Н.Колмогорова: Условные вероятности и независимость событий. Последовательность независимых испытаний. Предельные теоремы для схемы Бернулли. Случайные величины. Функция распределения. Распределение вероятностей. Дискретные и абсолютно непрерывные случайные величины. Плотность распределения. Совместные распределения случайных величин. Независимость случайных величин. Функции от случайных величин, распределения вероятностей, наиболее распространенные в практике вероятностно-статистических исследований в химии. Таблицы распределений. Числовые характеристики случайных величин. Закон больших чисел и центральная предельная теорема.

Дисциплина «Элементы прикладной математической статистики»

Обработка данных, полученных в результате наблюдении. Обзор задач, возникающих в практике исследователя химика: обработка результатов измерений; выявление аномальных результатов ("промахов"); сравнение двух аналитических методов; выбор числа параллельных определении; построение градуировочных графиков и т.д. Понятие выборки. Гистограмма и полигон частот. Эмпирическая функция распределения. Вариационный ряд и порядковые статистики. Эмпирические моменты. Статистическое оценивание параметров. Точечные оценки. Несмещенность, состоятельность и эффективность оценок. Методы нахождения оценок. Интервальные оценки. Доверительные интервалы. Доверительные вероятности. Распределения хи-квадрат и Стьюдента; F-распределение. Точные доверительные интервалы для параметров нормального распределения. Статистическая проверка гипотез. Критерии значимости, основанные на интервальных оценках. Уровень значимости. Критерии "хи-квадрат". Критерии Колмогорова. Общие понятия о статистической проверке гипотез. Простые и сложные гипотезы. Ошибки 1-го и 2-го рода. Мощность критерия. Критерии Неймана-Пирсона для различения двух простых гипотез. Непараметрические критерии. Регрессионный анализ. дисперсионный анализ.

Составитель: доц. Б.В. Гладков (МГУ им. М.В. Ломоносова)

ЛИТЕРАТУРА

Основная

101. Бараненков Г.С., Демидович Б.П. и др. Задачи и упражнения по математическому анализу для втузов (под ред. Демидовича Б.П.) — М.: изд. Аст: Астрель, 2003.
102. Бицадзе А.В., Калиниченко Д.Ф. Сборник задач по уравнениям математической физики. М., Наука, 1985 (Альянс, 2007).
103. Бугров Я.С., Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. М., Наука, 1984 (Дрофа, 2006).
104. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальное и интегральное исчисление. М., Наука, 1988 (Дрофа, 2007).
105. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. ФКП. М., Наука, 1985 (Дрофа, 2005).
106. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика: Задачник. М., Наука, 1982. (Физматлит, 2001).
107. Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физике. — М.:ФИЗМАТЛИТ, 2003(серия “Классический университетский учебник”).
108. Бутузов В.Ф., Крутицкая Н.Ч., Медведев Г.Н., Шишкин А.А. Математический анализ в вопросах и задачах. М., Наука, Физматлит, 2001.
109. Вентцель А.Д. Курс теории случайных процессов. М., Наука, 1993.
110. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики: учебник для вузов, М., Наука, 2000.
111. Владимиров К.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики: задачник для вузов, М., Наука, 2000.
112. Воеводин В.В. Линейная алгебра. М., Наука, 1980 (Лань, 2008).
113. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. М., Высшая школа, 1998 (Высшее образование, 2008).
114. Гнеденко Б.В., Курс теории вероятностей, М., УРСС, 2005. Курс теории вероятностей, М., УРСС, 2005.
115. Гусак А.А. Высшая математика. Т. 1,2. — Минск: изд. ТетраСистемс, 2008.
116. Головина Л.И. Линейная алгебра и некоторые ее приложения, М., Наука, 1979.

117. Б.П. Демидович, В.П. Моденов, Дифференциальные уравнения. С.П-б.: «Иван Фёдоров», 2003

118. Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии. — М.: Физматлит 2005.

119. Ильин В.А., Куркина А.В. Высшая математика. — М.: Проспект: изд. МГУ, 2004 (серия “Классический университетский учебник”).

120. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия: Учебник для вузов. М. Физматлит, 2007.

121. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра: Учебник для вузов. М. Физматлит, 2007.

122. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. Профессия: Спб, 2005

123. Коваленко И.Н., Филиппова А.А. Теория вероятностей и математическая статистика. М., Высшая школа, 1982.

124. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. т. 1, 2. Альфа, 1998 (Физматлит, 2005).

125. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Т.1 Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М., Физматлит, 2003.

126. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Т. 2. Интегралы. Ряды. М., Физматлит, 2003.

127. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Т. 3. Функции нескольких переменных. М., Физматлит, 2003.

128. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике. — М.: Физматлит 2001.

129. Пикулин В.П., Похожаев С.И. Практический курс по уравнениям математической физики. М., Наука, 1995.

130. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. Высшая школа,1999

131. Привалов И.И. Аналитическая геометрия. Лань, 2008

132. Сборник задач по математике для втузов. Под ред. Ефимова А.В., Поспелова А.С. М., Физматлит, ч.1-4, 2001 – 2004.

133. Севастьянов Б.А., Чистяков В.П., Зубков А.М. Сборник задач по теории вероятностей. М., Наука, 1980.

134. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексного переменного. М., Наука, 1999 (Физматлит, 2001). (ФИЗМАТЛИТ, 2004).

135. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М., Наука, 1993, М.: Изд-во МГУ, 2004(серия “Классический университетский учебник”).

136. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. Лань, 2007

1. Чистяков В.П. Курс теории вероятностей. М., Наука, 1988, С.П-М-К, Лань, 2003

137. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М., Эдиториал УРСС, 2000.

Дополнительная

Архипов Г.И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу. М., Высшая школа, 1999.

Александров П.С., Лекции по аналитической геометрии, М.-С-Пб., Лань, 2008.

Баврин И.И. Краткий курс высшей математики. М.: ФИЗМАТЛИТ,2003.

Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. Учебник для вузов. М., Физматлит, 2007.

Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чурбанов И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. М., Наука, 1987.

Васильева А.Б., Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Дифференциальные уравнения. М., Физматлит, 2005.

Волковыский Л.И., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. сборник задач по теории функций комплексного переменного. М., Физматлит, 2002.

Высшая математика. Специальные главы (Методы линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей, математической статистики) под редакцией Розановой С.А. , М., Физматлит, 2008.

5. Дёрффель К., Статистика в аналитической химии, М., Мир, 1994.

6. В.В. Ерёмин, С.И. Каргов, И.А. Успенская, Н.Е.Кузьменко, В.В. Лунин. Основы физической химии. Теория и задачи. М.: «Экзамен», 2005.

Зорич В.А. Математический анализ. т.1, 1997, т.2, 1998 (МЦНМО, 2007).

7. Зубков А.М.,, Севастьянов Б.А., Чистяков В.П. Сборник задач по теории вероятностей, Наука, 1986

Ибрагимов Н.Х. Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования. Н-Н. Изд-во НГУ им. Н.И. Лобачевского, 2007.

Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. М., Наука, Ч. 1, 1980, Ч. 2, 1982 (Физматлит, 2008).

Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл.Х. Математический анализ. М., Наука, 1998.

Колмогоров А.И., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М., Наука, 1981.

Краснов М.Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М., Высшая школа, 1983.

Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. М., Высшая школа, т. 1,2, 1998,т. 3, 1999 (Дрофа, 2003).

8. Налимов В.В., Применение математической статистики при анализе вещества, М., Физматгиз, 1960.

Наумов В.А. Руководство к решению задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. М., Наука, 1993.

Никольский С.М. Курс математического анализа, М., Т. 1, 2, Физматлит, 2001

9. Основы аналитической химии. Книга 1. Общие вопросы. Методы разделения (под редакцией акад. Ю.А.Золотова). М.,ВШ, 2005

Петрова В.Т. Лекции по алгебре и геометрии. Т.1 и 2. М.: Владос, 1999.

10. Розанов Ю.А. Лекции по теории вероятностей, М., Наука, 1985.
11. Рябенький В.С. Введение в вычислительную математику. М., Физматлит, 2000.
12. Севастьянов Б.А. Курс теории вероятностей и математической статистики. М., Наука, 1982 (ИКИ, 2004).
13. Смирнов В.И. Курс высшей математики Т.1-2, С-Пб., БХВ-Петербург, 2008.
14. Тутубалин В.Н. Теория вероятностей. М., Академия, 2008.

Программы по математике для направлений и специальностей в областях экономики и менеджмента (ГОС ВПО третьего поколения)

Автор-составитель:
Самыловский Александр Иванович – доктор физико-математических наук, профессор

Пояснительная записка

Настоящие программы предполагают возможность изучения математики студентами – будущими экономистами и менеджерами на трех уровнях: на базовом (основном), на продвинутом (повышенном) и на углубленном, рассчитанных соответственно на объемы до 400 академических часов, до 600 академических часов и до 800 академических часов общей трудоемкости (или в кредитах ECTS – на объемы соответственно до 11, до 17, до 22 кредитов общей трудоемкости; один кредит ECTS составляет 36 академических часов общей трудоемкости), причем при каждом варианте изучения не менее половины объема должно быть отведено для аудиторных занятий со студентами.

Программы предназначены для подготовки бакалавров и специалистов.

В программах предусмотрены разделы, специально ориентированные на формирование понимания как студентами, изучающими математику, так и выпускающими экономическими и менеджериальными кафедрами роли математики в постановке и в решении задач социально-экономического и социально-управленческого содержания (см. ниже разделы возможной тематики дисциплин по выбору и приложения). Материал данных разделов может использоваться при формировании прикладной тематики научно-исследовательской работы студентов, для расширения тематики дисциплин по выбору и факультативных дисциплин экономико-математической и управленческой направленности. Тем же целям служит и последний раздел списка литературы. В него включены не издания типа «математики для экономистов и менеджеров», а профессиональные издания современного экономико-менеджериального содержания, в которых в весьма значительном объеме математический инструментарий применяется при решении предметных социально-экономических и социально-управленческих задач. Включение в список литературы ряда зарубежных изданий последних лет призвано иллюстрировать уже давно сложившуюся на Западе практику преподавания математики будущим экономистам и менеджерам без особых математических упрощений, с одной стороны, и в неразрывной связи с экономическими и менеджериальными моделями, с другой. Можно сказать, что западная практика здесь в большей степени соответствует наименованиям «математика экономики» и «математика менеджмента», чем банальному названию «математика для экономистов и менеджеров». Проводя аналогию с дифференциальным и интегральным исчислением как «математикой физики» и оглядываясь на пройденный им путь, можно с немалым оптимизмом смотреть на будущее развитие «математики экономики» и «математики менеджмента» именно как Математики, а не просто как упрощенных элементов математического анализа, линейной алгебры, дифференциальных уравнений и теории вероятностей. Внимательный читатель без особого труда обнаружит в различных разделах списка литературы весьма обнадеживающие «цепочки» изданий, в которых происходит последовательное продвижение к рассмотрению всё более и более глубоких явлений экономической и менеджериальной природы и соответствующих им математических моделей и методов.

Математика является не только средством решения прикладных задач, но и общепринятым универсальным языком науки, базисным элементом общей и профессиональной культуры современного экономиста и менеджера. Изучение математических дисциплин должно приводить, в результате, к формированию у студента – будущего специалиста целостного представления о месте и роли математики в современном мире, о ее внутренней структуре, о взаимосвязях ее разделов, моделей и методов, о ее возможностях при решении конкретных прикладных задач экономики и менеджмента.

Математические дисциплины должны содержать лекции, семинарские занятия в аудитории, занятия в компьютерном классе. При аудиторной работе студенты должны систематически выполнять тесты и контрольные работы как формы текущего контроля усвоения изучаемого материала. Важную роль следует отводить самостоятельной контролируемой работе студентов. Возможными формами самостоятельной работы студентов являются домашние задания, рефераты, эссе, курсовые работы.

При реализации учебного процесса следует специально предусматривать в программах время для повторения и закрепления пройденного материала, не перегружая основные программы излишним разнообразием проблематики. Широкий спектр дополнительной проблематики целесообразно выносить в дисциплины по выбору и в факультативы. Весьма желательно систематическое проведение регулярных текущих консультаций преподавателей для студентов.

Принимая во внимание как вариативность реального объема времени, отводимого учебными планами различных социально-экономических и социально-управленческих ВУЗов на изучение математики, так и «существенную ограниченность» такого объема даже в ведущих ВУЗах, ниже в программах <u>подчеркиванием</u> выделены разделы и темы, которые (при углубленном уровне изучения математики – см. выше) <u>необходимо</u> именно <u>изучить</u>, а *курсивом* выделены разделы и темы, которые (при углубленном же уровне изучения математики – см. выше) *допустимо* излагать на уровне *ознакомления*, а не изучения (разделы и темы, указанные обычным шрифтом – без подчеркивания и без курсива, имеют, таким образом, при углубленном уровне изучения математики, статус желательных для изучения, но допустимых и для простого ознакомления).

Приведенные ниже программы охватывают разделы математики, обеспечивающие в настоящее время ставший уже традиционным современный инструментарий для экономической и менеджериальной проблематики. Изучение студентами указанных разделов в формате шести соответствующих учебных дисциплин является вполне оправданным при углубленном уровне изучения математики (до 800 академических часов общей трудоемкости).

При продвинутом уровне изучения математики (до 600 академических часов общей трудоемкости) возможно укрупнение учебных дисциплин, например, включение п.4 («Основы теории обыкновенных дифференциальных и разностных уравнений») в состав п.1 («Основы дифференциального и интегрального исчисления»), распределение содержания п.3 («Элементы дискретной математики») между п.п.2, 5, 6. Таким образом, при продвинутом уровне изучения математики студенты могут изучать четыре учебных дисциплины: «Основы дифференциального и интегрального исчисления», «Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии», «Вероятность с элементами математической статистики и анализа данных», «Оптимизация и основы теории принятия решений».

При базовом уровне изучении математики (до 400 часов общей трудоемкости) возможно дальнейшее укрупнение учебных дисциплин до следующих трех дисциплин: «Алгебра и анализ», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Методы оптимизации».

Математические компетенции бакалавра экономики и бакалавра менеджмента

Математические учебные дисциплины призваны, при подготовке бакалавров в области экономики и в области менеджмента, решить следующие три основных задачи: сформировать у студентов нацеленность на достижение научной обоснованности профессиональной деятельности в областях экономики и менеджмента, обеспечить изучение профессиональных учебных дисциплин по экономике и по менеджменту необходимыми математическими теоретическими знаниями и прикладными умениями, обучить студентов навыкам ряда широко используемых в экономике и в менеджменте информационно-математических технологий. Таким образом, математические учебные дисциплины формируют общенаучную теоретическую основу образования, поддерживают прикладные профессиональные учебные дисциплины, непосредственно решают ряд профессиональных задач в областях экономики и менеджмента.

В результате изучения математических учебных дисциплин бакалавр должен обладать следующими компетенциями (общенаучными, прикладными и профессиональными знаниями, умениями и навыками):

- Знать структуру современной математики, понимать суть задач каждого из основных разделов современной математики, представлять взаимосвязи разделов математики с основными типовыми профессиональными задачами экономики и менеджмента;
- Знать принципы научной обоснованности при проведении исследований в области экономики и менеджмента, знать возможные проявления и последствия недостаточной обоснованности в действиях исследователя;
- Знать методологию и методические приемы адаптации математических знаний к возможности их использования при постановке и решении профессиональных задач экономики и менеджмента;

- Знать общенаучные и системные принципы протекания социально-экономических и социально-управленческих процессов, принятия экономических и управленческих решений, уметь описать данные принципы с помощью математики;
- Уметь системно использовать основные математические понятия, модели и методы для описания конкретных социально-экономических и социально-управленческих явлений, процессов и систем;
- Уметь использовать основные математические методы для сбора, обработки и анализа данных социально-экономической и социально-управленческой природы;
- Уметь выявлять реальные возможности и ограниченность математических методов при анализе и решении задач социально-экономической и социально-управленческой природы;
- Уметь интерпретировать математические результаты решения задач социально-экономической и социально-управленческой природы с помощью экономических и менеджериальных понятий и терминов;
- Владеть практическими приемами системного применения информационно-математических методов в конкретных экономических и менеджериальных исследованиях;
- Владеть практическими навыками представления результатов применения информационно-математических методов заказчикам на проведение социально-экономического и социально-управленческого исследования;
- Владеть навыками участия в профессиональных научных и практических дискуссиях по проблематике использования математики в социально-экономических и в социально-управленческих исследованиях;
- Владеть навыками самостоятельного приобретения новых знаний, а также навыками передачи знаний, связанных с использованием математики в социально-экономических и в социально-управленческих исследованиях.

Ниже приведены программы учебных дисциплин, изучение которых студентом позволяет сформировать у него указанные выше компетенции.

Содержание программ

1. Основы дифференциального и интегрального исчисления (до 100 аудиторных часов, или до 5.5 кредитов ECTS общей трудоемкости).

1.1. Множества. Операции с множествами. Декартово произведение множеств. Отображения множеств, понятия образа и прообраза. Множество вещественных чисел. Функция. Сложные и обратные функции. График функции.

1.2. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Критерий Коши сходимости числовой последовательности. Арифметические свойства пределов. Предел функции в точке и на бесконечности. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Замечательные пределы.

1.3. Непрерывность функции в точке. Локальные свойства непрерывных функций. Непрерывность сложной и обратной функций. Непрерывность элементарных функций. Точки разрыва и их классификация. Свойства функций, непрерывных на отрезке:

ограниченность, существование наименьшего и наибольшего значений, промежуточные значения.

1.4. Понятие функции, дифференцируемой в точке. Дифференциал функции, производная функции, линеаризация. Производная сложной и обратной функции. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Правила дифференцирования. Точки экстремума функции, теорема Ферма о необходимом условии экстремума. Теоремы и формулы Ролля, Лагранжа, Коши о промежуточных значениях. Правило Лопиталя. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа. Разложение основных элементарных функций по формуле Тейлора, применение для приближенных вычислений.

1.5. Исследование функций и построение их графиков. Условия монотонности. Достаточные условия экстремума. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции, дифференцируемой на отрезке. Выпуклость. Точки перегиба. Асимптоты. Кривые, заданные параметрически. Длина кривой. *Фрактал, фрактальная линия и её размерность.*

1.6. Первообразная. Неопределенный интеграл. Методы интегрирования. Определенный интеграл Римана, интегральная сумма. Теоремы о среднем значении определенного интеграла. Интеграл как функция переменного верхнего предела. Формула Ньютона – Лейбница. Несобственные интегралы. Кратные интегралы, повторные интегралы. Замена переменных в кратных интегралах, матрица Якоби и якобиан.

1.7. Функции нескольких переменных. Область определения, предел, непрерывность. Частные производные, полный дифференциал. Производная по направлению, градиент. Частные производные высших порядков. Однородные функции. Функциональные определители. Неявные функции. Обратные функции. Экстремумы, необходимое условие, достаточное условие. Условный экстремум, метод множителей Лагранжа.

1.8. Ряды. Числовые ряды, сходимость и сумма ряда, действия с рядами. Функциональные ряды, их интегрирование и дифференцирование. Степенные ряды, радиус сходимости. Разложение функций в степенные ряды, ряды Тейлора и Маклорена. Ряды Фурье.

1.9. Численные методы в решении задач дифференциального и интегрального исчисления.

2. Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии (до 60 аудиторных часов, или до 3 кредитов ECTS общей трудоемкости).

2.1. Декартовы координаты. Векторы. Базис. Операции над векторами. Скалярное произведение. Длина вектора, угол между двумя векторами. Ортогональность, коллинеарность, *компланарность. Векторное произведение. Смешанное произведение.* Определители второго и третьего порядков. Определители n-го порядка. Алгебраические дополнения и миноры. Вычисление определителей разложением по столбцу или по строке.

2.2. Прямая и плоскость, гиперплоскость. Прямая на плоскости. Расстояние от точки до прямой. Угол между прямыми. Угол между плоскостями. Угол между прямой и плоскостью. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола. *Поверхности второго порядка.*

2.3. Матрицы и действия с ними. Симметричная, диагональная, единичная матрицы. Ортогональная матрица. Обратная матрица. Системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера – Капелли о совместности системы. Методы решения системы линейных алгебраических уравнений.

2.4. Линейные векторные пространства. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов. Преобразование координат вектора при переходе к новому базису.

2.5. *Комплексные числа и многочлены. Изображение комплексных чисел на плоскости. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Формула Эйлера. Корни из комплексных чисел. Многочлены, разложение многочленов на множители, деление многочленов, теорема Безу о виде остатка.*

2.6. Линейные операторы и их матрицы. Преобразование матрицы линейного оператора при замене базиса. Ранг матрицы. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристический многочлен линейного оператора, его корни. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду. Линейные, билинейные, квадратичные формы. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием. Нормы векторов и матриц.

2.7. Неотрицательные матрицы, положительные матрицы. Разложимые и неразложимые матрицы. Теорема Перрона – Фробениуса о наибольшем действительном положительном собственном значении. Круги Гершгорина и собственные значения матрицы. Граф матрицы. Стохастические матрицы. *Обратно-симметричные матрицы, сильно-транзитивные матрицы. Методы определения разложимости и неразложимости матрицы. Алгебраические и итеративные методы нахождения собственного вектора, соответствующего наибольшему положительному собственному значению. Некоторые матрицы специального вида.*

2.8. Численные методы в решении задач линейной алгебры.

3. Элементы дискретной математики (до 30 аудиторных часов, или до 2 кредитов ECTS общей трудоемкости).

3.1. Элементы математической логики, теории множеств и общей алгебры. Дискретные объекты и структуры в математике. Метод математической индукции. Бинарные и n-арные отношения. Необходимые и достаточные условия. Логические (булевы) переменные. Алгебра логики, функции алгебры логики (булева алгебра, булевы функции). Множества, отображения, мощности. Алгебра множеств. Дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы. Минимизация булевых функций. *Функциональная полнота систем булевых функций.* Понятие группы. Абелева группа. Подгруппы. Циклическая группа. Изоморфизмы, автоморфизмы, гомоморфизмы. Кольца, тела и поля.

3.2. Элементы комбинаторики. История развития, генезис понятий, классические задачи. Бином Ньютона. Перестановки, сочетания, размещения. Перечисление комбинаторных объектов и производящие функции. Рекуррентные соотношения. Разбиения и размещения. Логические методы комбинаторного анализа. Основные комбинаторные тождества для чисел сочетаний. *Полиномиальные коэффициенты и основные комбинаторные тождества для них.*

3.3. Элементы теории графов. История развития, генезис понятий, классические задачи. Определение графа. Неориентированные и ориентированные графы. Отношения смежности и инцидентности. Матричные представления графов. Пути и циклы. Связность, компоненты связности. *Поиск в графе, поиск «в глубину», поиск «в ширину».* Деревья.

Кратчайшие пути. Эйлеровы пути и циклы. Гамильтоновы пути и циклы. Сети и потоки в сетях. Методология «ветвей и границ».

3.4. *Некоторые численные методы и алгоритмы в решении задач дискретной математики.*

4. Основы теории обыкновенных дифференциальных и разностных уравнений **(до 40 аудиторных часов, или до 2 кредитов ECTS общей трудоемкости).**

4.1. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Обыкновенное дифференциальное уравнения (ОДУ). Интегрирование в квадратурах. Фазовое пространство. Изоклины. Интегральная кривая. Задача Коши для ОДУ. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Общее и частное решения. *ОДУ высших порядков.* Понижение порядка. Краевая задача. Однородное и неоднородное ОДУ, принцип суперпозиции решений. Фундаментальная система решений, определитель Вронского. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных. Построение фундаментальной системы решений по корням характеристического уравнения. *Системы ОДУ.*

4.2. Устойчивость решений ОДУ. Непрерывная зависимость решения задачи Коши от начальных значений и параметров. *Устойчивость и асимптотическая устойчивость в смысле Ляпунова. Понятие о функции Ляпунова. Типы точек покоя.* Исследование на устойчивость по первому приближению с помощью матрицы Якоби.

4.3. Разностные уравнения. Примеры разностных уравнений. Построение фундаментальной системы решений по корням характеристического уравнения. Общее и частное решения. *Устойчивость положения равновесия.*

4.4. Некоторые численные методы решения дифференциальных и разностных уравнений.

5. Вероятность с элементами математической статистики и анализа данных **(до 100 аудиторных часов, или до 5.5 кредитов ECTS общей трудоемкости).**

5.1. Множество элементарных исходов опыта, событие, теоретико-множественные операции над событиями. Схема опыта с равновозможными исходами. Интуитивное определение вероятности события. Математическое определение вероятности. Алгебра событий. Аксиомы теории вероятностей и следствия из них. Вероятностное пространство как парадигма вероятностного мышления и как корректная математическая модель случайного явления. Совместные и несовместные события. Теорема сложения вероятностей. Условная вероятность. Зависимые и независимые события. Формула полной вероятности. Формула Байеса как теорема гипотез.

5.2. Случайная величина как математическая модель вероятностного явления. Функция распределения и функция плотности распределения вероятностей случайной величины, их свойства. Случайный вектор, зависимые и независимые случайные величины, условные законы распределения. Функции от случайных величин. Примеры стандартных случайных величин: Бернулли, биномиальная, Пуассона, показательная (экспоненциальная), равномерная, Гаусса (нормальная). Предельные теоремы о связи биномиальной случайной величины с пуассоновской, с гауссовской (локальная и интегральная теоремы Муавра – Лапласа). Правило «три сигма», таблица стандартного нормального распределения.

5.3. Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия, их свойства. *Понятие интеграла Стилтьеса.* Неравенство Чебышёва. Квантиль распределения случайной величины. Таблицы квантилей стандартных случайных величин. *Понятия неопределенности, энтропии, количества информации.* Условное математическое ожидание. Дисперсионная (ковариационная) и корреляционная матрицы случайного вектора. Ковариация и коэффициент корреляции двух случайных величин, свойства некоррелированности и независимости. Многомерное нормальное распределение. Линейное преобразование нормального случайного вектора. Декоррелирующее преобразование, вырожденность и снижение размерности, эллипсоиды рассеивания. *Элементы аппарата производящих и характеристических функций в теории вероятностей.*

5.4. Предельные теоремы в теории вероятностей. Закон больших чисел, теорема Чебышёва. *Понятие о законе «нуля и единицы» Колмогорова, о леммах Бореля – Кантелли, об усиленном законе больших чисел.* Центральная предельная теорема для одинаково распределенных независимых случайных величин, интегральная теорема Муавра – Лапласа как её следствие. *Понятие о теореме Ляпунова для неодинаково распределенных случайных величин.* Оценивание скорости сходимости частоты к вероятности в схеме независимых испытаний Бернулли, сравнение результатов использования неравенства Чебышёва и интегральной теоремы Муавра – Лапласа.

5.5. Дискретная марковская цепь (ДМЦ) с конечным числом состояний. Переходные вероятности, матрица переходных вероятностей. Однородность ДМЦ. *Классификация состояний ДМЦ.* Разложимость и неразложимость ДМЦ. Асимптотическое поведение ДМЦ, эргодичность, предельное распределение вероятностей состояний. *Элементы аппарата производящих функций в исследовании ДМЦ. Понятия ДМЦ с бесконечным числом состояний,* марковской цепи с непрерывным аргументом, диффузионного марковского_процесса. Элементы общей теории случайных процессов, свойства стационарности и эргодичности. *Понятие о спектральном анализе случайных процессов.* Элементы теории процессов массового обслуживания.

5.6. Теоретико-вероятностные основания математической статистики. Статистическая гипотеза и этапы её проверки. Генеральная совокупность, выборка, статистика. Эмпирическая функция распределения, гистограмма. Выборочные среднее, дисперсия, ковариация, коэффициент корреляции. Статистический критерий, уровень значимости, критическая область гипотезы. Проверяемая гипотеза и альтернативная гипотеза. Оценивание параметров в вероятностных моделях. Точечное и интервальное оценивание. Понятия о методе наибольшего правдоподобия и о методе наименьших квадратов. Свойства и сравнительный анализ оценок параметров, получаемых различными методами. Понятия о случайных величинах (статистиках) хи-квадрат, Стьюдента и Фишера. Использование таблиц квантилей данных случайных величин в задачах математической статистики.

5.7. Элементы математического анализа данных. Критерии согласия, критерии однородности, критерии независимости, критерии значимости, знаковый анализ, ранговый анализ в задачах анализа данных. Коэффициенты ранговой корреляции Спирмена и Кендалла, коэффициент конкордации. «Малые» и «большие» выборки. Модели и методы непараметрической статистики. Элементы теории статистических решений в анализе данных. Простые и сложные гипотезы. Ошибки первого и второго рода, мощность статистического критерия. Смысл леммы Неймана – Пирсона о построении наиболее мощного решающего правила. Исследование взаимосвязей и зависимостей в анализе данных. Элементы дисперсионного, корреляционного, регрессионного анализов. Элементы теории планирования активного эксперимента. Элементы многомерного статистического анализа. Теоретико-игровой подход к задачам анализа данных, понятие об «игре с природой». *Понятия о проблематиках экспертного оценивания, шкалирования, контент-анализа, полезности,* риска и рационального поведения. Элементы вероятностно-статистического моделирования и численный анализ стохастических моделей, метод Монте-Карло.

6. Оптимизация и основы теории принятия решений **(до 70 аудиторных часов, или до 4 кредитов ECTS общей трудоемкости).**

6.1. Однокритериальная оптимизация, теория математического программирования. Типы экстремумов: внутренний и граничный, единственный и неединственный, глобальный и локальный. Экстремумы гладких и негладких функций. Необходимые условия и достаточные условия для локальных экстремумов гладких функций. Матрица Гессе. Достаточное условие локального экстремума в угловой точке. Математический аппарат множителей Лагранжа. Задача выпуклого программирования, элементы теории двойственности. Условия Куна – Таккера. Вектор Куна – Таккера. Условие Слейтера. Окаймлённый гессиан. Теорема Куна – Таккера о седловой точке функции Лагранжа. Схемы численных методов оптимизации: скорейший спуск, проектирование градиента, метод Ньютона. Поиск глобального экстремума в многоэкстремальных задачах. Метод штрафных функций как метод сведения задачи с ограничениями к последовательности задач безусловной оптимизации.

6.2. Задача линейного программирования (ЛП). Прямая и двойственная задачи ЛП, теоремы двойственности. Графический метод решения простейших задач ЛП. Канонический вид задачи ЛП, крайние (угловые) точки допустимого множества. Симплекс-метод как метод последовательного улучшения плана, основная схема алгоритма. *Специальные линейные модели математического программирования.*

6.3. Многокритериальная оптимизация. Многокритериальная предпочтительность допустимых точек (решений, стратегий). Эффективность (оптимальность) по Парето, по Слейтеру. Построение Парето-эффективной границы. Неединственность Парето-эффективных стратегий. Процедуры решения многокритериальных задач, или процедуры многокритериального выбора: «свёртка» критериев, «идеальная» точка, лексикографическая оптимизация, функция полезности ЛПР, последовательные уступки в величинах разных критериев и др.

6.4. *Элементы теории дискретной оптимизации. Общая задача целочисленного программирования, общая задача целочисленного ЛП, задача частично-целочисленного программирования, задача псевдо-булева программирования. Задачи с неделимостями,* *задачи с логическими условиями, задачи с дискретными переменными,* экстремальные комбинаторные задачи. Основные процедуры алгоритмической схемы «ветвей и границ».

6.5. Динамические задачи оптимизации. Элементы вариационного исчисления и теории оптимального управления, понятие о принципе максимума Понтрягина. Динамическое программирование и принцип оптимальности Беллмана. Многошаговые процедуры управления. Численные методы расчета оптимальных программ.

6.6. Принятие решений в условиях неопределенности: игровой подход. Гарантированный результат, принцип максимина, понятие гарантирующей стратегии. Седловая точка. Игры в нормальной форме. Определение антагонистической игры, решение игры, оптимальные стратегии игроков. Смешанное расширение антагонистической игры. Матричные игры. Связь с прямой и двойственной задачами ЛП.

6.7. Неантагонистические бескоалиционные игры. Равновесие по Нэшу, оптимум по Парето. Ситуации равновесия в играх многих лиц. Биматричные игры. Понятие о коалиционных играх. Игры в развернутой форме. Дерево игры. Игры с полной и неполной информацией. Равновесие Байеса – Нэша. Информационные множества. Рекурсивное решение. Бесконечно повторяющиеся игры. Иерархические игры с передачей информации. Коллективный выбор, групповые решения, схемы голосования, парадокс Кондорсе, аксиоматика Эрроу.

Возможная тематика математических дисциплин по выбору (элективов) и факультативных дисциплин

1. Дополнительные главы математического анализа;
2. Дополнительные главы линейной алгебры и матричного анализа;
3. Дополнительные главы дискретного анализа;
4. Дополнительные главы теории дифференциальных уравнений и вариационного исчисления;
5. Элементы теории функций комплексной переменной;
6. Численный анализ;
7. Дополнительные главы стохастического анализа;
8. Дополнительные главы математической статистики и анализа данных;
9. Дополнительные главы оптимизации и теории принятия решений;
10. Математическое моделирование макроэкономических процессов;
11. Математическое моделирование в микроэкономике;
12. Стохастический анализ в финансах;
13. Математические основы эконометрики;
14. Управление инвестиционными, проектными и финансовыми рисками;
15. Математические модели и методы экспертного оценивания и принятия коллективных решений;
16. Математические модели и методы анализа социологических данных;
17. Аналитика маркетинговых исследований;
18. Исследование систем управления и разработка управленческих решений в менеджменте;
19. Имитационное моделирование экономических и менеджериальных процессов и систем;
20. Системная аналитика принятия решений.

Приложение: элементы применения математики в социально-экономических и социально-управленческих исследованиях и в современной деловой практике – возможная прикладная тематика рефератов, эссе и курсовых работ студентов по разделам программы

1. Общекультурное и практическое значение парадигмы непрерывности и дифференциального и интегрального исчисления. Исследование функций, характеризующих экономические и менеджериальные явления и процессы (изокванта, изокоста, линия безразличия, функция полезности, функция спроса, функция предложения и др.) методами дифференциального исчисления. Применение дифференциального исчисления при исследовании эластичности спроса и предложения, для определения максимальных чистых выгод, для анализа потребительского поведения, для определения объема выпускаемой продукции и издержек, при расчете максимальной прибыли в условиях монополии и конкуренции. Применение рядов Тейлора при оценке изменения цены облигации. Применение второй производной при оценке выпуклости облигации. Формула непрерывно начисляемых процентов. Поиск экстремума функции нескольких переменных при определении прибыли, при оптимизации распределения ресурсов. Применение интегрального исчисления в модели Лоренца концентрации доходов.

2. Общекультурное и практическое значение матричного анализа. Неотрицательные матрицы в описании межотраслевых производственных процессов. Матрицы «затраты – выпуск», матричные балансовые модели. Линейная матричная модель международной торговли, или модель взаимных закупок товаров. Положительные матрицы экспертных оценок и вычисление на их основе вектора приоритетов целей социально-экономического развития. Собственный вектор как модель устойчивой согласованности мнений экспертов. Алгебра неотрицательных матриц в анализе социально-управленческой информации. Приведение матрицы к диагональному виду в целях формирования наиболее информативных социально-экономических индикаторов (комплексных индексных показателей).

3. Общекультурное и практическое значение парадигмы дискретности и дискретного анализа. Комбинаторные задачи планирования выборочных обследований. Перечислительные задачи о назначениях. Экстремальные комбинаторные задачи о выборе информативных признаков, о лотереях. Задачи логического проектирования процедур выбора решений (формирование сценариев). Задачи о голосовании, о коалициях, о составлении вопросников. Модели группового выбора и планирования социально-экономического поведения. Задача о максимальном потоке и о минимальном разрезе в сети. Максимальный поток в транспортной сети. Задача «на узкие места». Задача о потоке минимальной стоимости. Задачи о складе, о поставщике, о многопродуктовых потоках. Метод критического пути при управлении проектом (совокупностью работ). Выделение компонент связности графов матриц экспертных оценок в методах выявления «точек зрения».

4. Общекультурное и практическое значение динамических моделей социальных процессов. Дифференциальное уравнение, описывающее простейшую динамику численности населения. Динамическая паутинообразная модель рынка. Моделирование динамики долга. Общие модели макроэкономической динамики. Динамическая модель инфляции в переходной экономике. Динамическая модель роста выпуска в условиях конкуренции. Неоклассическая динамическая модель роста. Динамическая модель рынка с прогнозируемыми ценами.

5. Общекультурное и практическое значение вероятностной парадигмы и стохастического анализа. Стохастические модели риска и рационального поведения.

Вероятностный анализ в модели Лоренца концентрации доходов, вероятностный смысл индекса Джини. Вероятностные модели в исследовании политических предпочтений электората, в задачах подбора персонала. Вероятностные модели ценностной реориентации в обществе. Вероятностный подход к определению справедливой цены консультационной услуги экспертов. Вероятностное моделирование процессов ценообразования на фондовом рынке. Индекс энтропии как показатель неупорядоченности в разделе рынка между продавцами. Применение корреляционного анализа для исследования влияния отдельных факторов и их комбинаций на прогнозные характеристики социально-экономических систем, регрессионный анализ как один из простейших инструментов социально-экономического прогнозирования. Применение модели «игры с природой» в анализе инвестиционных сценариев. Примеры применения вероятностных расчетов в текущем анализе хозяйственной деятельности.

6. Общекультурное и практическое значение парадигмы оптимизации и принятия решений. Экономический смысл задачи ЛП. Классические задачи: управление запасами, транспортная задача, задача о назначениях как примеры оптимизационных моделей. Оптимизационные модели сотрудничества и конфликта в области разоружения, стратегического противостояния, вооруженной борьбы. Игровые модели конкурентной борьбы на рынке и их сравнительный анализ (модели Курно, Бертрана, Штакельберга, Эджворта и др.). Схемы манипулирования голосованием, формированием рыночных предпочтений потребителей, формированием ценностных ориентаций в обществе. Игровые модели в инвестиционном анализе.

Список литературы

Основная математическая литература

1. *Акимов О.Е.* Дискретная математика: логика, группы, графы. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001.

2. *Бородин А.Н.* Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики. Серия «Учебники для ВУЗов». – СПб.: Лань, 1999, 2002.

3. *Глухов В.В., Медников М.Д., Коробко С.Б.* Математические методы и модели для менеджмента. Серия «Учебники для ВУЗов». – СПб.: Лань, 2000, 2005.

4. *Зимина О.В., Кириллов А.И., Сальникова Т.А.* Высшая математика. Решебник. – М.: Физматлит, 2000.

5. *Интрилигатор Майкл.* Математические методы оптимизации и экономическая теория. – М.: Айрис-пресс, 2002.

6. *Колемаев В.А., Калинина В.Н.* Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник. – М.: ИНФРА-М, 1999, 2000; ЮНИТИ-ДАНА, 2003.

7. *Красс М.С., Чупрынов Б.П.* Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: Учебник. – М.: Дело, 2000.

8. *Кремер Н.Ш.* Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2000, 2003.

9. *Кудрявцев Л.Д.* Краткий курс математического анализа. Т.1,2. – Висагинас: “Alfa”, 1998.

10. *Матвеев Н.М.* Обыкновенные дифференциальные уравнения: Учебное пособие. – СПб.: Специальная литература, 1996.

11. *Матвеев Н.М.* Сборник задач и упражнений по обыкновенным дифференциальным уравнениям: Учебное пособие. – СПб.: Лань, 2002.

12. Общий курс высшей математики для экономистов: Учебник / *Под ред. В.И.Ермакова.* – М.: ИНФРА-М, 2000.

13. *Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Семина Е.А.* Теория игр: Учебное пособие для университетов. – М.: Высшая школа, 1998.

14. *Розен В.В.* Математические модели принятия решений в экономике: Учебное пособие. – М.: Книжный дом «Университет», Высшая школа, 2002.

15. Сборник задач по высшей математике для экономистов: Учебное пособие / *Под ред. В.И.Ермакова.* – М.: ИНФРА-М, 2001.

16. *Таха Хэмди А.* Введение в исследование операций. – М.: ИД «Вильямс», 2001, 2008.

17. *Фихтенгольц Г.М.* Основы математического анализа. Т.1,2. – СПб.: Лань, 2001.

18. *Шевцов Г.С.* Линейная алгебра: Теория и прикладные аспекты: Учебное пособие. – М.: Финансы и статистика, 2003.

19. *Шипачев В.С.* Курс высшей математики: Учебник. – М.: ТК Велби, Изд-во Проспект, 2004.

20. *Шипачев В.С.* Задачник по высшей математике: Учебное пособие для ВУЗов. – М.: Высшая школа, 2001.

Дополнительная математическая литература

1. *Аронович А.Б., Афанасьев М.Ю., Суворов Б.П.* Сборник задач по исследованию операций. – М.: Изд-во МГУ, 1997.

2. *Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М.* Численные методы. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2000.

3. *Белько И.В., Свирид Г.П.* Теория вероятностей и математическая статистика. Примеры и задачи: Учебное пособие. – Минск: Новое знание, 2002.

4. *Бочаров П.П., Печинкин А.В.* Теория вероятностей. Математическая статистика: Учебное пособие. – М.: Гардарика, 1998.

5. *Бугров Я.С., Никольский С.М.* Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии: Учебник для ВУЗов. – Ростов-на-Дону: Феникс, 1997.

6. *Вентцель Е.С.* Исследование операций. Задачи, принципы, методология. Учебное пособие для студентов ВУЗов. – М.: Высшая школа, 2001.

7. *Вентцель Е.С.* Теория вероятностей: Учебник для ВУЗов. – М.: Высшая школа, 2002.

8. Вероятность и математическая статистика: Энциклопедия / *Гл. ред. Ю.В.Прохоров.* – М.: Большая Российская энциклопедия, 1999.

9. *Владимирский Б.М., Горстко А.Б., Ерусалимский Я.М.* Математика. Общий курс. – СПб.: Лань, 2002.

10. *Гнеденко Б.В.* Курс теории вероятностей: Учебник. – М.: Эдиториал УРСС, 2001.

11. *Горелова Г.В., Кацко И.А.* Теория вероятностей и математическая статистика в примерах и задачах с применением Excel. Учебное пособие для ВУЗов. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2002.

12. *Григорьев С.Г.* Линейная алгебра: Учебное пособие по высшей математике. – М.: ИВЦ «Маркетинг», 1999.

13. *Григорьев С.Г.* Векторная алгебра и аналитическая геометрия. Учебное пособие по высшей математике. – М.: ИВЦ «Маркетинг», 2000.

14. *Грэхем Рональд, Кнут Дональд, Паташник Орен.* Конкретная математика. – М.: Мир, 1998.

15. *Есипов А.А., Сазонов Л.И., Юдович В.И.* Практикум по обыкновенным дифференциальным уравнениям. – М.: Вузовская книга, 2001.

16. *Ерусалимский Я.М.* Дискретная математика: теория, задачи, приложения. – М.: Вузовская книга, 1999, 2001, 2004.

17. *Замков О.О., Черемных Ю.Н., Толстопятенко А.В.* Математические методы в экономике: Учебник. – М.: Дело и Сервис, 1999.

18. *Зимина О.В.* Линейная алгебра и аналитическая геометрия: Учебный комплекс. – М.: Изд-во МЭИ, 2000.

19. *Ильин В.А., Куркина А.В.* Высшая математика: Учебник. – М.: ООО «ТК Велби», 2002.

20. *Колягин Ю.М., Луканкин Г.Л., Яковлев Г.Н.* Математика. Алгебра и элементарные функции. Учебное пособие. Ч.1. – М.: Агар, 1999.

21. *Красс М.С.* Математика для экономических специальностей: Учебник. – М.: ИНФРА-М, 1999; Дело, 2002.

22. *Кремер Н.Ш. и др.* Математика для экономистов: от Арифметики до Эконометрики: учебно-справочное пособие. – М.: «Высшее образование», 2007.

23. *Кузнецов А.В., Сакович В.А., Холод Н.И.* Высшая математика: Математическое программирование: Учебник. – Минск: Вышэйшая школа, 2001.

24. *Лабскер Л.Г.* Вероятностное моделирование в финансово-экономической области. – М.: Альпина Паблишер, 2002.

25. *Лабскер Л.Г., Бабешко Л.О.* Игровые методы в управлении экономикой и бизнесом: Учебное пособие. – М.: Дело, 2001.

26. *Левин Дэвид М., Стефан Дэвид, Кребиль Тимоти С., Беренсон Марк Л.* Статистика для менеджеров с использованием Microsoft Excel. – М.: ИД «Вильямс», 2004.

27. *Лексаченко В.А.* Логика. Множества. Вероятность. – М.: Вузовская книга, 2001.

28. *Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г.* Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения. Серия «Учебники для ВУЗов». – СПб.: Лань, 1999.

29. *Макарова Н.В., Трофимец В.Я.* Статистика в Excel: Учебное пособие. – М.: Финансы и статистика, 2002.

30. Математика. Большой энциклопедический словарь / *Гл. ред. Ю.В.Прохоров.* – М.: Большая Российская энциклопедия, 1998.

31. *Минюк С.А., Ровба Е.А., Кузьмич К.К.* Математические методы и модели в экономике: Учебное пособие. – Минск: ТетраСистемс, 2002.

32. *Ниворожкина Л.И. и др.* Основы статистики с элементами теории вероятностей для экономистов: Руководство для решения задач. – Ростов-на-Дону: Феникс, 1999.

33. *Никитина Н.Ш.* Математическая статистика для экономистов: Учебное пособие. – М.: ИНФРА-М, 2001.

34. *Новиков Ф.А.* Дискретная математика. – СПб.: Питер, 2001.

35. *Оре Ойстин.* Графы и их применение. – М.: Эдиториал УРСС, 2002.

36. *Пономаренко А.К., Сахаров В.Ю., Степанова Т.В., Черняев П.К.* Учебные и контрольные задания по обыкновенным дифференциальным уравнениям: Учебное пособие. – СПб.: Изд-во СПбГУ, 2000.

37. Практикум по эконометрике: Учебное пособие / *Под ред. И.И.Елисеевой.* – М.: Финансы и статистика, 2001.

38. *Проскуряков И.В.* Сборник задач по линейной алгебре. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2000.

39. *Протасов И.Д.* Теория игр и исследование операций: Учебное пособие. – М.: Гелиос АРВ, 2003.

40. *Романко В.К.* Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001.

41. *Романовский И.В.* Дискретный анализ. Учебное пособие. – СПб. – М.: Невский диалект – Физматлит, 2000, 2001, 2003.

42. Сборник задач и упражнений по высшей математике: Математическое программирование: Учебное пособие / *Колл. авт., под ред. А.В.Кузнецова, Р.А.Рутковского.* – Минск: Вышэйшая школа, 2002.

43. *Сигел Эндрю Ф.* Практическая бизнес-статистика. – М.: ИД «Вильямс», 2002, 2004, 2007.

44. Справочник по математике для экономистов / *Под ред. В.И.Ермакова.* – М.: Высшая школа, 1997.

45. *Судоплатов С.В., Овчинников Е.В.* Элементы дискретной математики. Учебник. – М.: ИНФРА-М, 2002.

46. *Сюдсетер Кнут, Стрём Арне, Берк Питер.* Справочник по математике для экономистов. – СПб.: Экономическая школа, 2000.

47. *Тюрин Ю.Н., Макаров А.А.* Анализ данных на компьютере. – М.: ИНФРА-М, 2003, 2007.

48. *Фролькис В.А.* Введение в теорию и методы оптимизации для экономистов. – СПб.: Питер, 2002.

49. *Хазанова Л.Э.* Математические методы в экономике: Учебное пособие. – М.: Изд-во БЕК, 2002.

50. *Черноруцкий И.Г.* Методы оптимизации и принятия решений: Учебное пособие. – СПб.: Лань, 2001.

51. *Шикин Е.В.* От игр к играм. Математическое введение. – М.: Эдиториал УРСС, 1998.

52. *Шикин Е.В., Чхартишвили А.Г.* Математические методы и модели в управлении: Учебное пособие. – М.: Дело, 2002.

53. *Шипачев В.С.* Высшая математика: Учебник для ВУЗов. – М.: Высшая школа, 1998, 2003.

54. Эконометрика: Учебник / *Под ред. И.И.Елисеевой.* – М.: Финансы и статистика, 2001.

55. *Anthony Martin, Biggs Norman.* Mathematics for Economics and Finance. Methods and Modelling. 2nd edition. – UK: Cambridge University Press, 1998.

56. *Bluman Allan G.* Elementary Statistics. A Step by Step Approach. 2nd edition. – USA: Wm.C.Brown Pulishers, 1995.

57. *Carothers N.L.* Real Analysis. – UK: Cambridge University Press, 2000.

58. *Chiang Alpha C.* Fundamental Methods of Mathematical Economics. – USA, N.Y.: McGraw-Hill, 1984.

59.*Clarke G.M., Cooke D.* A Basic Course in Statistics. 5th edition. – UK: Arnold, 2004.

60. *Cooper Russel.* Coordination Games. – UK: Cambridge University Press, 2000.
61. *Dockner Engelbert, et al.* Differential Games in Economics and Management Science. – UK: Cambridge University Press, 2000.
62. *Fuente de la Angel.* Mathematical Methods and Models for Economists. – UK: Cambridge University Press, 2000.
63. *Hydon P.E.* Symmetry Methods for Differential Equations. A Beginner's Guide. – UK: Cambridge University Press, 2000.
64. *Maxwell Nicholas.* Data Matters: Conceptual Statistics for a Random World. – USA: Key College Publishing, 2002.
65. *Moore David S., McCabe George P.* Introduction to the Practice of Statistics. 5th edition. – USA: W.H.Freeman and Company, 2006.
66. *Newbold Paul, Carlson William L., Thorne Betty M.* Statistics for Business. 5th edition. – USA: Prentice-Hall, Pearson Education, 2003.
67. *Ross Sheldon M.* Topics in Discrete and Finite Mathematics. – UK: Cambridge University Press, 2000.
68. *Sundaram Rangarajan K.* A First Course in Optimization Theory, 2nd edition. – UK: Cambridge University Press, 1999.

Математическая литература для углубленного изучения научной проблематики

1. *Андерсон Джеймс.* Дискретная математика и комбинаторика. – М.: ИД «Вильямс», 2003.
2. *Архипов Г.И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н.* Лекции по математическому анализу. – М.: Высшая школа, 1999.
3. *Беклемишев Д.В.* Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: Учебник. – М.: Высшая школа, 1998.
4. *Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А.* Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре: Учебное пособие. – М.: Физматлит, 2001.
5. *Боровков А.А.* Теория вероятностей. – М.: Эдиториал УРСС, 1999, 2003.
6. *Виленкин Н.Я. и др.* Комбинаторика. – М.: ФИМА, МЦНМО, 2006.
7. *Гелбаум Бернард Р., Олмстед Джон М.* Контрпримеры в анализе. – Волгоград: Платон, 1997.
8. *Жуковский В.И.* Кооперативные игры при неопределенности и их приложения. – М.: Эдиториал УРСС, 1999.
9. *Карманов В.Г.* Математическое программирование. – М.: Физматлит, 2001.
10. *Клейнер Г.Б., Смоляк С.А.* Эконометрические зависимости: принципы и методы построения. – М.: Наука, 2000.
11. *Кудрявцев Л.Д.* Курс математического анализа. Т.1,2,3. – М.: Высшая школа, 1998-1999.
12. *Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И.* Сборник задач по математическому анализу: Учебное пособие для ВУЗов. В 3-х томах. – М.: Физматлит, 2003.
13. *Лагутин М.Б.* Наглядная математическая статистика: Учебное пособие. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007.

14. *Лесин В.В., Лисовец Ю.П.* Основы методов оптимизации. – М.: Изд-во МАИ, 1998.

15. *Магнус Я.Р., Катышев П.К., Пересецкий А.А.* Эконометрика. Начальный курс: Учебник. – М.: Дело, 2000.

16. *Нефедов В.Н., Осипова В.А.* Курс дискретной математики: Учебное пособие. – М.: Изд-во МАИ, 1992.

17. *Никольский С.М.* Курс математического анализа: Учебник для ВУЗов. – М.: Физматлит, Лаборатория Базовых Знаний, 2000.

18. *Петросян Л.А., Кузютин Д.В.* Игры в развернутой форме: оптимальность и устойчивость. – СПб.: Изд-во Санкт-Петербургского университета, 2000.

19. *Самарский А.А., Михайлов А.П.* Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. – М.: Физматлит, 2002.

20. *Секей Габор.* Парадоксы в теории вероятностей и математической статистике. – М. – Ижевск: Изд-во Института компьютерных исследований, 2003.

21. *Стоянов Йордан.* Контрпримеры в теории вероятностей. – М.: Факториал, 1999.

22. Теория статистики с основами теории вероятностей: Учебное пособие для ВУЗов / *Под ред. И.И.Елисеевой.* – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2001.

23. *Тер-Крикоров А.М., Шабунин М.И.* Курс математического анализа: Учебное пособие для ВУЗов. – М.: Изд-во МФТИ, 2000.

24. *Хорн Роджер А., Джонсон Чарльз Р.* Матричный анализ. – М.: Мир, 1989.

25. *Яблонский С.В.* Введение в дискретную математику: Учебное пособие для ВУЗов. – М.: Высшая школа, 2001.

26. *Cook Wade D., Kress Moshe.* Ordinal Information and Preference Structures: Decision Models and Applications. – USA: Prentice-Hall – Englewood Cliffs, 1992.

27. *Greene William H.* Econometric Analysis, 5th edition. – USA: Prentice-Hall Int., Inc., N.Y.University, 2003.

28. *Harshbarger Ronald J., Reynolds James J.* Mathematical Applications for the Management, Life and Social Sciences. 7th edition. – USA: Houghton Mifflin Company, 2004.

29. *Hogg Robert V., Craig Allen T.* Introduction to Mathematical Statistics, 5th edition. – USA: Prentice-Hall, Inc., 1995.

30. *Kadane Joseph B., et al.* Rethinking the Foundations of Statistics. – UK: Cambridge University Press, 2000.

31. *Neter John, Wasserman William, Kutner Michael H.* Applied Linear Statistical Models, 3rd edition. – USA: IRWIN, Inc., 1990.

32. *Pagano Robert R.* Understanding Statistics in the Behavioral Sciences. 5th edition. – USA: Brooks/Cole Publishing Company, 1998.

33. *Punch Keith F.* Introduction to Social Research. Quantitative and Qualitative Approaches. 2nd edition. – UK: SAGE Publications, 2005.

34. *Stanley H. Eugene, et al.* Introduction to Econophysics. – UK: Cambridge University Press, 2000.

Дополнительная литература экономико-математического

и менеджериального содержания

1. *Андрейчиков А.В., Андрейчикова О.Н.* Анализ, синтез, планирование решений в экономике. – М.: Финансы и статистика, 2001.

2. *Арнольд В.И.* «Жесткие» и «мягкие» математические модели. – М.: МЦНМО, 2000.

3. *Байе Майкл Р.* Управленческая экономика и стратегия бизнеса: Учебное пособие для ВУЗов. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 1999.

4. *Бережная Е.В., Бережной В.И.* Математические методы моделирования экономических систем: Учебное пособие. – М.: Финансы и статистика, 2002.

5. *Боди Зви, Мертон Роберт К.* Финансы. – М.: ИД «Вильямс», 2000, 2003.

6. *Винс Ральф.* Математика управления капиталом. – М.: ИД «Альпина», 2000.

7. *Винс Ральф.* Новый подход к управлению капиталом. Структура распределения активов между различными инвестиционными инструментами. – М.: ИД «ЕВРО», 2003.

8. *Галиц Лоуренс.* Финансовая инжеренерия: инструменты и способы управления финансовым риском. – М.: Научное изд-во «ТВП», 1998.

9. *Глинский В.В., Ионин В.Г.* Статистический анализ. Учебное пособие. – М.: ИИД «Филинъ», 1998; ИНФРА-М, 2002.

10. *Гуц А.К., Фролова Ю.В.* Математические методы в социологии. – М.: Изд-во ЛКИ, 2007.

11. *Доугерти Кристофер.* Введение в эконометрику. – М.: ИНФРА-М, 1999.

12. *Дубров А.М., Лагоша Б.А., Хрусталев Е.Ю.* Моделирование рисковых ситуаций в экономике и бизнесе: Учебное пособие. – М.: Финансы и статистика, 1999, 2001.

13. *Дэвис Джоэл Дж.* Исследования в рекламной деятельности: теория и практика. – М.: ИД «Вильямс», 2003.

14. *Занг Вэй-Бин.* Синергетическая экономика. Время и перемены в нелинейной экономической теории. – М.: Мир, 1999.

15. *Капитоненко В.В.* Финансовая математика и ее приложения. – М.: Изд-во ПРИОР, 1998.

16. *Касимов Ю.Ф.* Основы теории оптимального портфеля ценных бумаг. – М.: ИИД «Филинъ», 1998.

17. *Клима Ричард Э., Ходж Джонатан К.* Математика выборов. – М.: МЦНМО, 2007.

18. *Кузютин Д.В.* Математические методы стратегического анализа многосторонних отношений: Голосование. Многосторонние соглашения: Учебное пособие. – СПб.: Изд-во СПбГУ, 2000.

19. *Курбатов В.И., Угольницкий Г.А.* Математические методы социальных технологий: Учебное пособие. – М.: Вузовская книга, 1998.

20. *Малхотра Нэреш К.* Маркетинговые исследования. Практическое руководство. – М.: ИД «Вильямс», 2002, 2007.

21. *Мангейм Джарол Б., Рич Ричард К.* Политология. Методы исследования. – М.: Весь Мир, 1999.

22. Математические методы принятия решений в экономике: Учебник / *Под ред. В.А.Колемаева.* – М.: ЗАО «Финстатинформ», 1999.

23. *Петерс Эдгар.* Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка. – М.: Мир, 2000.

24. *Плаус Скотт.* Психология оценки и принятия решений. – М.: ИИД «Филинъ», 1998.

25. *Саати Т.Л.* Принятие решений при зависимостях и обратных связях: Аналитические сети. – М.: Изд-во ЛКИ, 2008.

26. *Сидоренко Е.В.* Методы математической обработки в психологии. – СПб.: Речь, 2000.

27. *Сио К.К.* Управленческая экономика. – М.: ИНФРА-М, 2000.

28. *Сорос Джордж.* Алхимия финансов. – М.: ИНФРА-М, 1999.

29. *Сошникова Л.А., Тамашевич В.Н., Уебе Г., Шефер М.* Многомерный статистический анализ в экономике: Учебное пособие для ВУЗов. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 1999.

30. *Томас Ричард.* Количественные методы анализа хозяйственной деятельности. – М.: Дело и Сервис, 1999, 2003.

31. *Уотшем Терри Дж., Паррамоу Кейт.* Количественные методы в финансах: Учебное пособие для ВУЗов. – М.: Финансы, ЮНИТИ, 1999.

32. *Фабоцци Фрэнк Дж.* Управление инвестициями. – М.: ИНФРА-М, 2000.

33. *Франк Роберт Х.* Микроэкономика и поведение. – М.: ИНФРА-М, 2000.

34. *Ханк Джон Э., Уичерн Дин У., Райтс Артур Дж.* Бизнес-прогнозирование. – М.: ИД «Вильямс», 2003.

35. *Хеллевик Оттар.* Социологический метод. – М.: Весь Мир, 2002.

36. *Чейз Ричард Б., Эквилайн Николас Дж., Якобс Роберт Ф.* Производственный и операционный менеджмент. – М.: ИД «Вильямс», 2003.

37. *Черчилль Гилберт А., Якобуччи Дон.* Маркетинговые исследования. Методологические основы. – СПб.: ИД «Нева», 2004.

38. *Четыркин Е.М.* Финансовая математика: Учебник. – М.: Дело, 2002.

39. *Шарп Уильям Ф., Александер Гордон Дж., Бэйли Джеффри В.* Инвестиции. – М.: ИНФРА-М, 1999.

40. *Эддоус М., Стэнсфилд Р.* Методы принятия решений. – М.: Аудит, ЮНИТИ, 1997.

41. *Bulgear John.* Quantitative Methods for Business. The A – Z of QM. – UK: Elsevier, 2005.

42. *Hossack I.B., et al.* Introductory Statistics with Applications to General Insurance. – UK: Cambridge University Press, 2000.

43. *Kreps David M.* Game Theory and Economic Modelling. 2nd edition. – UK: Clarendon Press – Oxford University Press, 1995.

44. *Lapeyre Bernard, et al.* Understanding Numerical Analysis for Option Pricing. – UK: Cambridge University Press, 2000.

Примечание: д*ля устранения возможных библиографических трудностей с подбором литературы в список литературы включены книги, изданные (переизданные) в течение только последних десяти лет.*

Материал подготовлен
Научно-методическим советом по математике
Министерства образования и науки Российской Федерации

Автор-составитель:
Самыловский Александр Иванович – доктор физико-математических наук, профессор

Консультанты:

Колемаев Владимир Алексеевич – доктор экономических наук, профессор;
Черемных Юрий Николаевич – доктор экономических наук, профессор
Материал докладывался и обсуждался на заседаниях НМС по математике в 2003 – 2008 г.г.

Материал опубликован в следующих научно-методических изданиях:
Журнал «Вопросы тестирования в образовании», №5, 2003 г.;
Журнал «Математика в высшем образовании», №2, 2004 г.;
Труды 10-го Всемирного конгресса по математическому образованию (“ICME-10”), Дания, 2004 г.

Материал разослан НМС в 2005 г. в экономические ВУЗы с рекомендацией к использованию в работе